Сергей Токарев

Справочник экономиста-афериста.

Популярное руководство по "вождению за нос".

(*Аферист* - … охотник до смелых расчетов …
Словарь Даля.)

Пермь 2001

УДК 336
ББК 65.261
Т 51

Сергей Токарев
Справочник экономиста-афериста. – Пермь: издатель Богатырев П.Г., 2001. – 136 с.

Книга содержит описания некоторых сравнительно честных способов сравнительно взаимовыгодного сотрудничества со сравнительно компетентными в экономике людьми.

Для работников финансовых учреждений, консалтинговых и брокерских фирм, инвестиционных компаний, а также для студентов, аспирантов, предпринимателей.

E-mail автора (для отзывов, замечаний, пожеланий и обращений по вопросам приобретения и распространения книги):
~~sergei_t@permonline.ru~~,
sergei_t@hotmail.com.

Оглавление

О чем эта книга.

Если вы работаете экономистом (или, как это сейчас иногда называется, менеджером, трейдером, дилером и т.п.), то, наверняка, одной из ваших служебных обязанностей является проведение экономического анализа тех или иных сделок, как уже заключенных, так и запланированных на будущее. При этом у вас, вероятно, частенько возникает желание "завысить" результаты этого анализа (если инициатором этих сделок являетесь вы сами), либо "занизить" их (если эти сделки осуществлены или предложены к осуществлению конкурентом-соперником). Первым средством исполнения такого желания является выбор "оптимальных" критериев и методов оценки. Описанию богатства этого выбора посвящен первый раздел книги.

Весьма вероятно, однако, что тот, для кого вы проводите свой анализ, (начальник, клиент, спонсор и т.д.) потребует от вас использовать в качестве критерия эффективности оцениваемых сделок либо их доходность (или внутреннюю норму доходности ***IRR***), либо чистую современную стоимость ***NPV***, чем существенно ограничит свободу ваших действий. Но и в этом случае выбор "наилучшего" из этих двух показателей может решить стоящую перед вами проблему. Как правильно сделать этот выбор, описывается во втором разделе.

Не исключено, правда, что вам будет конкретно указано, какой именно критерий из числа двух вышеупомянутых следует использовать при проведении анализа. Возможностей для каких-либо подтасовок в этом случае у вас будет еще меньше. Но даже когда нет возможности выбирать критерий, есть возможность выбрать способ расчета его значения. Что наглядно продемонстрировано в третьем и четвертом разделах.

Другой, иногда не менее важной, обязанностью экономиста (помимо осуществления анализа) является выдача прогнозов дальнейшего изменения конъюнктуры рынка (в особенности рынка фондового), которые можно было бы использовать в спекулятивных или иных целях. О том, как правильно формулировать эти прогнозы, дабы не быть уличенным в "лжепророчестве", повествует пятый раздел книги.

Залогом успешной работы всякого служащего является умение показать себя своему руководителю или клиенту с лучшей стороны. Для чего необходимо, в частности, регулярно выполнять установленный план и одерживать победу в "капиталистическом соревновании" с другими коллегами по работе или конкурентами по рынку. Описанию методов достижения успеха в этом нелегком деле посвящен шестой раздел.

И, наконец, последний, седьмой раздел книги посвящен рассмотрению возможностей использования практически совершенно не отраженных ни в отечественной, ни в зарубежной экономической литературе несовершенств традиционных мер риска.

Разделы книги представляют собой достаточно автономные повествования, и квалифицированный экономист может читать их в любой последовательности. Необходимым и достаточным условием понимания изложенного в книге материала является знание математики в объеме программы средней школы, а также основ теории вероятностей, изложенных в приложениях.

<u>Часть 1.</u> "Оптимизация" способа осуществления необъективного экономического анализа.

<u>Раздел 1.</u> *Возможные критерии и методы оценки.*

В настоящем разделе мы рассмотрим в основном наиболее интересные, эффективные и универсальные способы управления результатами экономического анализа.

§1.1. Общий обзор критериев и задач.

Всем известно, что всякий анализ, в том числе и экономический, производится с помощью тех или иных показателей и критериев, характеризующих исследуемый предмет в том или ином отношении. А поскольку даже родственные по своему информационному содержанию показатели зачастую дают, если не противоречивые, то, по крайней мере, не вполне соответствующие друг другу показания, – путем выбора подходящего критерия почти всегда можно в существенной степени предопределить те выводы, которые будут сделаны вашим начальником, клиентом и т.д. на основе результатов вашего анализа.

Вот почему крайне важно иметь в своем арсенале как можно большее количество показателей, как общеизвестных, так и самоизобретенных[1]. Ниже приводиться их примерный, далеко не полный перечень.

<u>Критерии, характеризующие эффективность деятельности[2]</u>:

- доходность (внутренняя норма доходности (***IRR***));
- чистая современная стоимость (***NPV***);
- срок окупаемости;
- время достижения капиталом заданного (критического) уровня.

<u>Критерии, характеризующие риск деятельности</u>:

- вероятность (прибыли, убытков и т.п.), а также закон распределения вероятностей (доходности, стоимости и т.п.);
- разность между математическим ожиданием[3] и номинальным значением (доходности, стоимости и т.п.);
- стандартное отклонение (доходности, стоимости и т.п.);
- бета.

<u>Критерии, характеризующие ликвидность деятельности</u>:

- маржа между ценами возможной покупки и продажи используемых активов;
- транзакционные издержки, то есть затраты, связанные с заключением сделок по организации и ликвидации деятельности (биржевой сбор, затраты на поиск покупателя или продавца и т.п.);
- минимальное, максимальное или среднее время, необходимое для организации и ликвидации деятельности;

---

[1] Кстати говоря, изобретать собственные показатели экономисту, как правило, рано или поздно приходится, поскольку в экономике пока еще предостаточно областей, из которых до сих пор доносится тщетный "скрип мозгов" видных деятелей науки. К примеру, по сей день продолжаются работы по созданию более или менее приемлемой меры ликвидности. И даже традиционные меры риска не лишены серьезных недостатков, что будет показано в 7 разделе.

[2] Под деятельностью понимается также и совершение отдельных сделок, в частности, пассивное вложение денег в ценные бумаги или иное имущество.

[3] В зарубежной литературе математическое ожидание принято также называть ожидаемым значением. Мы тоже иногда будем использовать это выражение в том же смысле.

- минимальное, максимальное или среднее время поступления денег на счет после продажи используемых активов и время приобретения прав на эти активы в результате их покупки.

Критерии, характеризующие конъюнктуру рынка:

- объемы биржевых торгов;
- ставка рефинансирования;
- среднерыночная доходность различных видов деятельности (включая инвестирование в ценные бумаги);
- цена риска (разность между средней доходностью рыночного портфеля акций и банковской ставкой, деленная на стандартное отклонение доходности этого портфеля);
- кривые спроса и предложения.

Примечание: В случае, когда анализируется не прошлая, а будущая деятельность, значения вышеприведенных показателей являются, как правило, случайными величинами. В подобных ситуациях обычно используют математическое ожидание значения соответствующего критерия.

Разумеется, наиболее важными и часто используемыми являются критерии первой группы, характеризующие эффективность экономической деятельности.

Первые два из них являются наиболее употребительными. Они довольно подробно описаны в литературе [1,2], а во втором разделе данной книги в достаточном количестве содержаться примеры того, как путем выбора "оптимального" из этих двух показателей можно радикально повлиять на характер выводов, которые могут быть сделаны по результатам анализа.

Третий критерий, срок окупаемости, также достаточно хорошо известен среди экономистов (особенно старой закалки) и в настоящее время, далеко не всегда являясь корректной мерой эффективности экономической деятельности, служит еще и признаком отсталости и "непродвинутости" того, кто его применяет. Однако афишировать данный факт не рекомендуется, дабы не лишиться возможности использования этого критерия.

Последний, четвертый показатель в некотором отношении является "родственником" третьего. Его можно назвать сроком частичной окупаемости. Причем называть его так иногда не только можно, но и нужно, для того чтобы создать видимость общеизвестности и общепринятости сего критерия. Его применение особенно оправдано при оценке выгодности вложения денег в рискованные (нестабильно "растущие") ценные бумаги (например, в акции). Критическим уровнем капитала здесь может служить, к примеру, сумма, которая требуется инвестору для покупки какого-либо товара, либо минимальная величина стартового капитала необходимая для открытия собственного бизнеса и т.п. Этим уровнем может быть также цена покупки самой ценной бумаги (умноженная на количество бумаг), если к настоящему моменту ее рыночная котировка упала ниже этого уровня. В последнем случае критерий будет являться мерой ликвидности ценных бумаг, указывая время, через которое их можно будет продать без убытка[1].

Наряду с вышеупомянутым подбором используемых показателей существует еще одно близкое по сути и не менее эффективное средство достижения поставленной цели.

---

[1] Продавать ценные бумаги с убытком обычно бывает нецелесообразно из налоговых соображений. Ибо до тех пор, пока котировка бумаг не вырастет до цены, по которой они были куплены, доход, получаемый в виде роста их стоимости, будет "поглощаться" ранее полученным убытком. Следовательно, налог с этого дохода уплачиваться не будет. Хотя, все зависит от применяемой в каждом конкретном случае системы налогообложения.

В случае, когда две ситуации оцениваются при помощи какого-то одного критерия оценки, не составляет особого труда определить, какая из этих ситуаций является экономически более предпочтительной. Достаточно лишь сравнить значения выбранного критерия оценки. Такие задачи называются однокритериальными, и трудность их решения может состоять разве что в переборе излишне большого количества оцениваемых ситуаций с целью выбора наилучшей (оптимальной).

Однако достаточно часто сравнивать ситуации приходится не по одному, а сразу по нескольким показателям. Возможно, например, сравнение двух инвестиционных проектов по математическому ожиданию доходности (что является мерой их эффективности) и вероятности возникновения убытков в результате инвестирования (что является мерой их риска). Подобные задачи называются многокритериальными. И в случае, если сравнение по всем без исключения параметрам не дает однозначного ответа на вопрос "что следует предпочесть?", такую задачу приходится так или иначе сводить к однокритериальному типу путем построения единого критерия – целевой функции, аргументами которой будут являться используемые показатели. А это дело всегда бывает связано с получением дополнительной информации со стороны (например, посредством опроса экспертов) либо "высасыванием" ее "из пальца". Понятно, что для нас больший интерес будет представлять второй вариант, поскольку он дает большую свободу выбора. Особенно же велика эта свобода в случае, когда критерии, используемые для оценки ситуации соизмеримы, то есть имеют одинаковую размерность, и, стало быть, их можно сравнивать между собой, а также складывать и усреднять.

Например, допустим, что из двух инвестиционных проектов первый позволяет увеличить наш капитал до ***90*** рублей при неблагоприятном развитии событий и до ***110*** рублей при благоприятном. Второй же обеспечит нам ***80*** рублей в худшем случае и ***140*** рублей в лучшем. Таким образом, по двум критериям – оптимистическому и пессимистическому прогнозам стоимости капитала – мы должны определить наиболее предпочтительный вариант вложения денег.

Так как ни один из этих двух инвестиционных проектов не превосходит другой по всем (т.е. по обоим) показателям, приходится прибегнуть к преобразованию данной двухкритериальной задачи в однокритериальную путем построения единой целевой функции. Поскольку критерии однородны, наша цель достигается относительно легко. Достаточно принять в качестве этой функции, ну хотя бы, среднее значение благоприятного и неблагоприятного прогнозов для каждого проекта:

1-й проект: ***(90+110)/2=100*** рублей;
2-й проект: ***(80+140)/2=110*** рублей.

Теперь, сравнивая показания целевой функции, мы можем определить наивыгоднейший вариант инвестирования. Таковым будет проект 2 (т.к. ***110>100***).

Если такой результат нас устраивает, можно переходить к оформлению отчета о проделанной работе.

Если же мы желаем видеть в числе "передовиков" первый проект, то и это желание осуществимо. Стоит лишь вместо среднего значения используемых критериев выбрать в качестве целевой функции минимальное из двух значений:

1-й проект: **min*(90;110)=90*** рублей[1];
2-й проект: **min*(80;140)=80*** рублей.

---

[1] Функция $\min(x_1;x_2;\ldots x_n)$ равна минимальному из n чисел, перечисленных в скобках.

(Данная целевая функция соответствует так называемому максиминному принципу принятия решений, основывающемуся на одном весьма известном законе Паркинсона, гласящем, что, если возможными являются несколько вариантов развития событий, то ожидать следует самый неблагоприятный из них.)

Как видите, сравнение минимальных возможных значений стоимости капитала для каждого из двух инвестиционных проектов приводит к полностью противоположному выводу: теперь более привлекательным выглядит первый из них (т.к. ***90>80***). Что, как говорится, и требовалось доказать.

Таким образом, многокритериальный анализ, несмотря на свою детальность и "всеобъемлющность", является делом еще более субъективным, чем однокритериальный. Поскольку допускает подтасовку не только показателей (критериев оптимальности), но и целевой функции (принципа оптимальности).

Необходимо заметить, что подобный волюнтаризм в обосновании и принятии решений не следует считать обманом или фальсификацией фактов. Его следует считать **восполнением недостатка необходимой информации выгодными для себя предположениями и домыслами**, ну или, в крайнем случае, **подачей результатов анализа в такой форме, при которой недостаточно компетентный человек сам сделает выгодные для вас, хотя и не всегда правильные выводы**.

Как видите, в принципе, представленная метода не отличается оригинальностью – журналистами и политиканами она облюбована давно. Хотя, из-за в среднем невысокого интеллектуального уровня "обслуживаемого" ими контингента, стимулов для превращения ее в научную теорию в сферах политики и журналистики пока что не возникало.

§1.2. Усреднение фактических или прогнозируемых результатов.

В параграфе 1.1 мы уже рассматривали пример, в котором путем перехода к среднему значению используемых соизмеримых показателей сводили задачу к однокритериальному типу. В данном параграфе мы подробно проанализируем варианты применения процедуры усреднения показателей в различных ситуациях.

Прежде всего, заметим, что предметом усреднения могут быть:

а) фактические данные, являющиеся, к примеру, результатом уже осуществленной деятельности;

б) прогнозируемые данные, полученные, скажем, в результате экспертных оценок.

Эффект от перехода к усредненному показателю в существенной степени определяется решениями, принятыми по двум следующим вопросам:

- Значения какого показателя усреднять? (доходности, стоимости, дисконт-фактора, цен покупки и продажи, срока окупаемости и т.д.);
- Какое среднее значение использовать? (среднеарифметическое, среднегеометрическое, среднеквадратическое, среднегармоническое и т.д.)

Разумеется, ответы на эти вопросы взаимосвязаны.

На двух следующих примерах мы покажем, как влияют на результаты анализа выбор критерия и выбор способа усреднения.

Пример 1.2.1: Усреднение срока окупаемости.

Допустим, что нам требуется оценить инвестиционный проект, доходность ***r*** которого является случайной величиной и составит ***40%*** годовых в лучшем случае и ***10%*** годовых в худшем. Учитывая, что банковская ставка равна ***20%*** годовых, необходимо решить, стоит ли вкладывать деньги в данный проект или выгоднее будет поместить их на банковский депозит.

Если использовать в качестве критерия эффективности среднюю доходность рассматриваемых вариантов инвестирования, то оцениваемый проект следует признать более привлекательным, так как:
(10%+40%)/2=25%>20%.

Если же оценивать выгодность по сроку (частичной) окупаемости, то можно прийти и к противоположному выводу.

Время $\boldsymbol{T}$, в течение которого вложенный капитал увеличится в $\boldsymbol{(1+k)}$ раз (то есть первоначальные затраты окупятся на $\boldsymbol{k \cdot 100}\%$) равно:

$$\boldsymbol{T} = \mathbf{log}_{(1+r)}(\boldsymbol{1}+\boldsymbol{k}) = \frac{\mathbf{ln}(\boldsymbol{1}+\boldsymbol{k})}{\mathbf{ln}(\boldsymbol{1}+\boldsymbol{r})} .$$

Графики зависимости $\boldsymbol{T}$ от $\boldsymbol{r}$ при разных значениях $\boldsymbol{k}$ представлены на рис.1.2.1.

Выберем $\boldsymbol{k}$ равным ***50%***, то есть будем рассматривать срок увеличения капитала в полтора раза. На основе значений функции ***T(r)*** при минимальной и максимальной доходностях (***r=10%*** и ***r=40%*** годовых) рассчитаем средний срок окупаемости:

$$\boldsymbol{T}_{\boldsymbol{сред.}} = \frac{\boldsymbol{T(10\%)}+\boldsymbol{T(40\%)}}{\boldsymbol{2}} = \frac{\boldsymbol{4{,}254}+\boldsymbol{1{,}205}}{\boldsymbol{2}} = \boldsymbol{2{,}73} \text{ года.}$$

Срок же окупаемости банковского вклада (при ***20%*** годовых) равен:
$\boldsymbol{T(20\%)} = \boldsymbol{2{,}22}$ года, что существенно меньше соответствующего показателя оцениваемого проекта. А это говорит о том, что банковский вклад выгоднее.

Вот так, выбирая между средней доходностью и средним сроком окупаемости, можно получить любой желаемый результат.

В последующих разделах описываются также и другие ситуации, в которых выбор усредняемого критерия имеет существенное значение. Так, в параграфах 2.3 и 4.3 рассмотрены, соответственно, такие пары альтернатив как доходность со стоимостью и стоимость с дисконт-фактором.

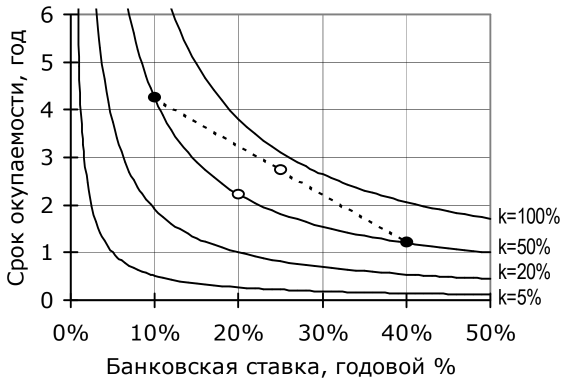

Рис.1.2.1.

<u>*Пример 1.2.2: Усреднение цен заявок на покупку и продажу.*</u>

Фирма владеет пакетом акций, рыночная стоимость которого составляет ***8*** тыс. рублей, если судить по цене биржевых заявок на их покупку (цена BID) и ***12*** тыс. рублей, судя по цене заявок на их продажу (цена ASK). Необходимо найти, что называется, реальную стоимость этого пакета.

Понятно, что реальная цена акций не может находиться вне пределов интервала, ограниченного ценами BID и ASK. Стало быть, она находится внутри него. И для получения ее, если можно так выразиться, точного значения при отсутствии прочей информации остается лишь усреднить эти две цены тем или иным способом.

Из числа этих способов первым на ум приходит вычисление среднего арифметического. В нашем случае оно равно:
(8+12)/2=10 тыс. рублей.

Однако же, если у нас имеется заинтересованность в получении меньшего результата, можно воспользоваться и средним геометрическим:

$\sqrt{\boldsymbol{8 \cdot 12}} = \boldsymbol{9{,}798}$ тыс. рублей.

Оснований для этого найдется достаточно. Вот лишь некоторые из них:

1. В случае если заявок на покупку акций нет, цену BID следует считать равной нулю. Однако же, если при этом заявки на продажу имеются, то среднее арифметическое от цен BID и ASK будет больше нуля. Тогда как осторожный инвестор в подобной ситуации предпочел бы не покупать таких акций ни по какой цене, то есть считал бы, что их реальная стоимость равна нулю. Среднее же геометрическое выдает именно такой результат, поскольку при равенстве цены BID нулю оно также будет нулевым, как бы ни была велика цена ASK.
2. Многие согласятся с тем, что отношение цен ASK/BID является более корректной мерой ликвидности акций, чем разность ASK-BID. А если так, то естественно предположить, что реальной стоимостью акций логичней будет считать такую цену, которая больше цены BID и меньше цены ASK в одно и то же количество раз,[1] а не на одну и ту же сумму.

При желании можно найти доводы и в пользу среднего арифметического, хотя, как правило, нужда в них не возникает, поскольку для многих людей этот вид среднего является не только первым приходящим на ум, но также и последним. Поэтому достаточно бывает просто не упоминать при таком человеке о прочих возможных вариантах расчета. Тогда и обосновывать свой выбор не придется.

Конечно, разница между полученными нами в данном примере результатами не велика – они различаются всего на два процента. Однако при расчете, например, доходности акций даже такое отличие может оказаться существенным.

Другой пример манипуляции результатами анализа путем подбора способа усреднения можно найти в §4.3. В нем парой альтернатив являются среднее арифметическое со средним гармоническим.

§1.3. Особые случаи использования неоднозначности результатов одно- и многокритериального анализа.

Несмотря на то, что переход от однокритериальной задачи к многокритериальной, как правило, не представляет проблемы, он, тем не менее, в большинстве случаев еще не гарантирует появление возможности прийти в результате анализа к выгодному для себя решению. Именно поэтому особенно удивительными кажутся ситуации, в которых увеличение числа используемых показателей позволяет не просто найти обоснование выводам полностью противоположным тем, что могли бы быть сделаны ранее, но и обосновать эти выводы при помощи показаний каждого используемого критерия без каких-либо исключений.[2] Происходить подобное может, в частности, вследствие проявления таких феноменов как парадокс Симпсона и корреляционный парадокс.

а) Использование парадокса Симпсона.

Пример 1.3.1: Проведение опроса.

В рамках маркетингового исследования на предмет целесообразности размещения рекламы в телевизионных трансляциях футбольных матчей, были произведены два социологических опроса населения с интервалом в один год. В числе различных традиционных вопросов, заданных респондентам,

[1] Именно такую цену дает нам среднее геометрическое.

[2] Такой принцип принятия решений называется принципом Парето.

главным был вопрос "смотрите ли вы футбол (по телевидению)?" В результате при первичном опросе были получены ***51*** положительный ответ и ***49*** отрицательных, а при вторичном – наоборот, ***49*** положительных и ***51*** отрицательный.

Таким образом, есть все основания считать, согласно двум полученным выборкам, что доля футбольных болельщиков в обществе за прошедший между двумя опросами год сократилась приблизительно с ***51%*** до ***49%***.

Если подобный результат нас устраивает, то проблем нет. Но что делать, если нам очень хочется сделать вывод о росте этой доли?

На первый взгляд, прийти к полностью противоположному заключению без фальсификации имеющихся исходных данных в подобной ситуации нереально. Но на самом деле такая возможность иногда существует.

Вспомним, что в заполненной каждым опрошенным анкете наряду с ответом на основной вопрос зафиксирована и некоторая прочая информация, как-то: пол, возраст, социальный статус и т.д. Теперь эта информация может оказаться весьма полезной. Обратим внимание на тот факт, что отношение к такому "продукту", как футбол, у мужской и женской половин общества наверняка сильно отличается. А это существенно повышает наши шансы на успех – в последствии станет ясно почему. Поэтому попробуем разделить респондентов на две категории людей по половому признаку.

Допустим, что результаты этого раздела выглядят так, как представлено в табл. 1.3.1.

<u>Таблица 1.3.1.</u> Количества положительных и отрицательных ответов на главный вопрос анкеты.

	Суммарный результат по обеим категориям		Первая категория респондентов (мужчины)		Вторая категория респондентов (женщины)	
	При первичном опросе	При вторичном опросе	При первичном опросе	При вторичном опросе	При первичном опросе	При вторичном опросе
Положительных ответов	51	49	47	44	4	5
Отрицательных ответов	49	51	4	3	45	48
Итого:	**100**	**100**	**51**	**47**	**49**	**53**
Доля положительных ответов	*51%* >	*49%*	*92,2%* <	*93,6%*	*8,2%* <	*9,4%*

А теперь посмотрим, как изменилась доля любителей футбола среди мужчин и среди женщин. При первичном опросе она составляла ***47/51=92,2%*** для первой категории людей и ***4/49=8,2%*** для второй. А при вторичном – ***44/47=93,6%*** и ***5/53=9,4%***, соответственно. Таким образом, как среди опрошенных мужчин, так и среди опрошенных женщин эта доля выросла. Что позволяет сделать вывод и о ее росте в обществе в целом, то есть прийти к полностью противоположному результату.

Суть данного явления состоит в следующем.

Значительное различие в отношении к спортивным телетрансляциям мужского и женского контингента приводит к тому, что суммарная доля футбольных зрителей в общем количестве опрошенных людей существенно зависит от того, представители какого пола окажутся в этой выборке в большинстве. Если число респондентов-мужчин случайно превзойдет число респондентов-женщин, доля любителей футбола может значительно превзойти ***50%***. Если же в выборке возобладают женщины – все наоборот. А теперь еще раз заглянем в табл.1.3.1. Нетрудно заметить, что, если в первичном опросе представители первой и второй категории участвовали в количествах, соответственно, ***51*** и ***49*** человек, то во вторичном эти числа составили уже ***47*** и ***53*** человека. То есть половой состав выборки несколько изменился, что при случайном выборе респондентов вполне естественно. Но даже такого незначительного изменения оказалось достаточно, для того чтобы в суммарном итоге доля поклонников футбола снизилась с ***51%*** (при первом опросе) до ***49%*** (при втором), несмотря на ее рост по каждой категории в отдельности.

Но что если деление опрошенных по половому признаку не дало бы желаемого эффекта? Ведь даже "невооруженным глазом" видно, что вероятность спонтанного проявления данного парадокса весьма мала, а цифры в табл.1.3.1 просто тщательно подобраны.

Да, это действительно так. Однако на случай неудачи имеются и другие способы раздела респондентов на категории, которые во всей своей совокупности могут сделать вероятность успеха довольно значительной.

К примеру, разделим опрошенных людей на состоятельных и малоимущих.

На первый взгляд может показаться, что этот вариант заранее обречен на фиаско. Ведь вряд ли отношение человека к футболу (к тому же телевизионному) существенно зависит от того, богат он или беден. Однако аналогия с ранее разобранным примером не всегда уместна.

Допустим, что в течение года, прошедшего между двумя опросами, в стране произошел ряд серьезных финансовых кризисов, моментально переведших очень многих людей из зажиточного состояния в нищенское. Стало быть, соотношение богатых и бедных респондентов в двух проведенных опросах будет существенно отличаться, что (также, как и различие в отношении респондентов к футболу при делении их на мужчин и женщин) создает предпосылку для возникновения нужного нам эффекта.

Предположим, что раздел респондентов на богатых и бедных дал результаты, приведенные в табл.1.3.2.

<u>Таблица 1.3.2.</u> Количества положительных и отрицательных ответов на главный вопрос анкеты.

	Суммарный результат по обеим категориям		Первая категория респондентов (богачи)		Вторая категория респондентов (бедняки)	
	При первичном опросе	При вторичном опросе	При первичном опросе	При вторичном опросе	При первичном опросе	При вторичном опросе
Положительные ответы	51	49	40	9	11	40
Отрицательные ответы	49	51	37	8	12	43
Итого:	**100**	**100**	**77**	**17**	**23**	**83**
Доля положительных ответов	*51%* >	*49%*	*51,9%* <	*52,9%*	*47,8%* <	*48,2%*

Как видите, парадокс Симпсона вновь проявился. Только, в данном случае это произошло уже не столько оттого, что рассматриваемые категории людей по разному относятся к футболу (что, судя по имеющейся выборке, можно предположить, но нельзя говорить с уверенностью), сколько оттого, что существенно различается соотношение представителей этих категорий в первом и во втором опросах (***77/23>17/83***).

Таким образом, на примере двух вариантов дифференциации респондентов мы продемонстрировали два возможных принципа возникновения рассматриваемого парадокса.

Вот так иногда возможность выбора между однокритериальной оценкой и двухкритериальной позволяет доказать любое из двух взаимоисключающих утверждений.

Однако многих, наверняка, давно уже волнует вопрос о том, какой же все-таки из этих двух способов оценки является правильным, а какой ошибочным. В действительности же каждый из них может быть корректным в одной ситуации и неверным в другой.

Если, к примеру, у нас имеется уверенность в том, что изменение соотношения числа опрошенных мужчин и числа опрошенных женщин является случайным, то раздел респондентов по половому признаку при анализе их ответов вполне оправдан и приводит в среднем к более точным результатам. Если же мы наоборот уверены в том, что доли мужчин и женщин в обществе изменились[1] также, как и их доли в выборке, то более корректным следует считать совокупный анализ всех полученных ответов.

То же самое касается и второго варианта деления по категориям. Если есть основания считать, что различие в отношении к футболу у богатых и бедных респондентов проявилось чисто случайно, то делить опрошенных по уровню их благосостояния незачем. И наоборот.

Однако при проведении подобных исследований, как правило, ни в чем нельзя быть абсолютно уверенным. Поэтому, какой бы способ анализа вы ни избрали, говорить о его стопроцентной некорректности нельзя.

Что касается возможных областей практического применения парадокса Симпсона, то использоваться он может, в частности:

а) при определении изменения доли в общем объеме рыночных торгов, приходящейся на какой-либо вид ценных бумаг (дифференциация объемов торгов может быть произведена, к примеру, по их "принадлежности" к той или иной бирже) (см. [4]);

б) при определении изменения вероятности выпуска бракованной продукции (дифференцировать продукцию можно, к примеру, по цехам, в которых она была изготовлена, или по примененным технологиям);

в) при сравнении инвестиционных портфелей по их доходностям (разделить портфель можно, в частности, на надежную и рискованную части) (см. §3.4 и [4]).

И еще. Необходимо подчеркнуть, что совсем не обязательно делить исходную информацию именно на две категории данных. Таковых вполне может быть и три, и четыре и более четырех. При этом задача будет сведена, соответственно, к трех-, четырех- и т.д. критериальному типу. Окончательное же решение в этом случае можно принимать уже не по единогласному "мнению" всех критериев, а по большинству их "голосов".

б) Использование корреляционного парадокса.

<u>Пример 1.3.2: Сравнение двух банков по величине и срокам выданных ими кредитов.</u>

При составлении рейтинга кредитных учреждений возникла необходимость сравнения двух банков по масштабам проводимой ими банковской деятельности. Понятно, что масштабы эти тем больше, чем больше величина и срок выданных банком кредитов. Поэтому основой для анализа послужили

[1]Не столько по причине перехода некоторых людей из одной категории в другую, сколько вследствие более естественных демографических процессов.

данные табл.1.3.3, указывающие, сколько кредитов того или иного свойства было выдано тем и другим банком.

<u>Таблица 1.3.3.</u> Количества кредитов, выданных банком 1 и банком 2.

Банк 1	Крупных	Мелких	***Банк 2***	Крупных	Мелких
Долгосрочных	10	25	Долгосрочных	20	0
Краткосрочных	15	0	Краткосрочных	0	30

Изучив эти цифры, один аналитик написал в своем заключении:

"При равенстве общего количества кредитных договоров (***50=50***) банк 2 превосходит банк 1 по числу выданных им крупных и долгосрочных кредитов (***10<20***). Поэтому рейтинг второго банка должен быть выше."

Второй же аналитик написал иначе:

"При равенстве общего количества кредитных договоров (***50=50***) банк 1 превосходит банк 2 как по числу выданных им крупных кредитов (***10+15>20***), так и по числу долгосрочных (***10+25>20***). Поэтому рейтинг первого банка должен быть выше."

Если теперь и мы изучим данные таблицы 1.3.3, то легко поймем, что рекомендации обоих аналитиков относительно рейтинга банков вполне обоснованы, несмотря на всю их противоречивость. Просто один из них сравнивал масштабы банковской деятельности по одному критерию, а другой – сразу по двум. Кто из них при этом был прав, однозначно сказать нельзя. Хотя, учитывая тот факт, что ценность кредита приблизительно пропорциональна его величине, умноженной на срок, следует признать, что первый аналитик был все-таки несколько "правее" второго.

<u>Пример 1.3.3: Анализ изменения числа безработных.</u>

Экономист, исследовавший динамику изменения уровня безработицы в городе, сделал заявление следующего характера:

"Темп роста числа безработных с высшим образованием и с опытом работы упал с ***30***-ти человек в месяц в январе до ***20***-ти человек в месяц в феврале."

Однако затем, когда выяснилось, что такой вывод лично для него был невыгоден, он сказал, что оговорился, и что слова "упал с ***30***-ти человек в месяц в январе до ***20***-ти человек в месяц в феврале" следовало понимать как "увеличился с ***20***-ти человек в месяц в январе до ***30***-ти человек в месяц в феврале".

Возможно, кто-то из читателей уже поспешил счесть этого экономиста недостойным упоминания в данной книге, поскольку он, как может показаться, практикует несколько иной метод работы, заключающийся в обыкновенном вранье в расчете на то, что результаты его анализа никто не станет перепроверять.

Однако эти выводы несколько поспешны. На самом деле вполне можно предположить, что он говорил правду как до, так и после поправки, только вкладывал в свои слова различный смысл.

Сначала он имел в виду следующее:

"Темп роста числа безработных, имеющих одновременно и высшее образование, и опыт работы, упал с ***30***-ти человек в месяц в январе до ***20***-ти человек в месяц в феврале."

А затем, после исправления, подразумевал совсем другое:

"Темп роста числа безработных с высшим образованием, а также числа безработных с опытом работы увеличился с ***20***-ти человек в месяц в январе до ***30***-ти человек в месяц в феврале."

Нетрудно убедиться, что оба этих утверждения будут истинными, если исходные данные, послужившие для них основой, будут соответствовать цифрам, приведенным в табл.1.3.4.

Таблица 1.3.4. *Темп роста численности безработных (чел./мес.).*

Январь	С в/о	Без в/о	***Февраль***	С в/о	Без в/о
С опытом	30	-10	С опытом	20	10
Без опыта	-10	0	Без опыта	10	0

За январь месяц количество безработных с высшим образованием увеличилось на ***30-10=20*** человек, а за февраль – на ***20+10=30***. И абсолютно то же самое можно сказать о безработных с опытом работы. Тогда как количество имеющих и образование, и опыт за январь увеличилось на ***30*** человек, а за февраль – только на ***20***.

Как видите в данном случае мы имеем дело с парадоксом, аналогичным рассмотренному в примере 1.3.2, только усугубленным еще и редкостным совпадением чисел. Хотя понятно, что даже, если бы исходные цифры и отклонялись незначительно от приведенных в таблице, неоднозначность возможных выводов не исчезла бы.

§1.4. Выбор способа оценки эффективности в условиях риска (неопределенности).

Не умаляя важности оценки таких параметров как риск или ликвидность, необходимо признать, что первейшим пунктом экономического исследования в подавляющем большинстве случаев является анализ эффективности экономической деятельности. Однако деятельность эту почти всегда приходится осуществлять в условиях риска, то есть, когда ее результат (эффект) является величиной случайной и заранее не известен. Поскольку последний факт, с одной стороны, существенно усложняет задачу оценки эффективности, а, с другой, дает дополнительную свободу действий в выборе способа ее оценки, мы находим необходимым уделить особое внимание рассмотрению методов "оптимального" использования этой свободы.

а) Мода, медиана и математическое ожидание.

Известно, что, как правило, наиболее важным показателем, характеризующим случайную величину, является ее математическое ожидание (среднеарифметическое значение). Менее известными характеристиками, способными, тем не менее, служить альтернативами математическому ожиданию, являются, в частности, такие критерии как мода (наиболее вероятное значение) и медиана (значение, которое случайная величина превышает с вероятностью ***50%***). Своей малоупотребительностью эти два критерия обязаны отчасти тому, что их показания довольно часто совпадают (или почти совпадают) с математическим ожиданием. Однако именно в экономике исключения из этого "правила" встречаются особенно часто. В основном потому, что здесь сплошь и рядом приходится иметь дело с величинами, которые принимают только неотрицательные значения (цена, время и т.п.), и, стало быть, не могут иметь нормальное распределение вероятностей. Такие случайные переменные, как правило, отличаются существенно асимметричными[1] законами распределения вероятностей (к коим, в частности, относятся логнормальный и показательный законы) и потому их математическое ожидание, мода и медиана зачастую отнюдь не совпадают.

Вот примерный перечень случайных величин, которые обычно распределены асимметрично:

- стоимость ценных бумаг (акций, облигаций, векселей и т.д.) при высокой вероятности банкротства их эмитента;

[1] Имеется в виду асимметричность графика плотности вероятности относительно математического ожидания.

- стоимость акций при невозможности банкротства *(логнормальное распределение)*;
- стоимость опциона;
- время достижения стоимостью или доходностью портфеля заданного уровня;
- время продажи одной единицы товара *(показательное распределение)* или нескольких его единиц *(распределение Эрланга)*;
- время получения (или уплаты) страховки (время ожидания страхового события) *(показательное распределение)*;
- современная стоимость (***NPV***) договора страхования;
- стоимость портфеля инвестиций при различных стратегиях управления им;
- прибыль от продажи товара при различных вариантах его реализации (магазин, аукцион, ярмарка и т.д.).

Покажем теперь, насколько полезной может оказаться возможность выбора между математическим ожиданием, модой и медианой.

Пример 1.4.1: Будущая стоимость акций.

Будем считать, что сегодня рыночная стоимость акций некоторого эмитента составляет ***1*** рубль за штуку. Будущая же их стоимость по прошествии, скажем, ***1*** года является случайной величиной с логнормальным распределением вероятностей с математическим ожиданием ***1,3*** рубля за штуку и стандартным отклонением ***0,4*** рубля за штуку (см. рис.1.4.1). Необходимо определить, куда выгоднее вкладывать деньги, в эти акции или в банк. При условии, что банк начисляет на вклады ***24%*** годовых.

Рассматривая будущую стоимость (также по прошествии ***1*** года) нашего капитала при вложении его в банк как случайную величину с нулевым стандартным отклонением, нетрудно заметить, что ее мода, медиана и математическое ожидание равны между собой и составляют ***1,24*** рубля на каждый первоначально вложенный рубль.

Значения же этих трех параметров для будущей стоимости акций различны и равны, соответственно, ***1,135***, ***1,243*** и ***1,3*** рубля за штуку (на рис.1.4.1 эти значения отмечены тремя пунктирными линиями).

Таким образом, если сравнивать будущую стоимость нашего капитала для обоих вариантов инвестирования по моде (***1,135<1,24***), то более выгодной альтернативой следует считать вложение в банк; если сравнивать по медиане (***1,243≈1,24***), то оба варианта приблизительно равны по своей выгодности; и наконец, сравнение математических ожиданий (***1,3>1,24***) выводит "на первое место" инвестирование в акции. То есть выбор критерия в данном случае играет решающую роль.

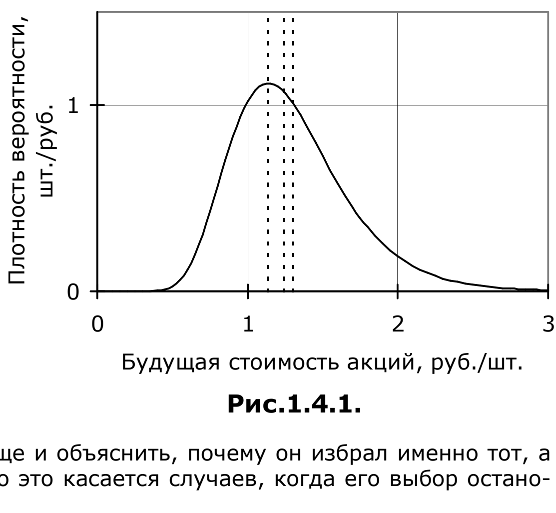

Рис.1.4.1.

Существенную трудность, однако, иногда может представлять обоснование этого выбора. Ведь аналитика могут попросить еще и объяснить, почему он избрал именно тот, а не иной показатель. Особенно это касается случаев, когда его выбор остановился не на математическом ожидании, которое является более традиционным критерием в сравнении с двумя остальными. Чтобы не попасть впросак, следует заранее подобрать аргументы в пользу своего "избранника". Приведем лишь некоторые возможные доводы:

Аргументы в пользу моды:

1. Мода является наиболее вероятным значением случайной величины.
2. Иногда найти моду бывает легче, чем математическое ожидание или медиану (особенно, если определять ее по графику плотности вероятностей).
3. Использование моды в качестве предсказываемого значения является более корректным подходом при выдаче прогнозов, достоверность которых будет проверяться по принципу "сбылось - не сбылось". То есть, когда прогноз, отклоняющийся от фактического значения на величину, не превышающую заданной погрешности, будет считаться сбывшимся, и наоборот.

Аргументы в пользу медианы:

1. Если случайная величина имеет логнормальное распределение вероятностей, то ее медиана является СРЕДНЕГЕОМЕТРИЧЕСКИМ бесконечного числа значений данной случайной величины (полученных в бесконечной серии испытаний).[1] Таким образом, для логнормального распределения вероятностей медиана, так же, как и математическое ожидание, является средним значением.

   Примечание: Следует, однако, иметь в виду, что если среднегеометрическое берется не от бесконечного, а от некоторого конечного числа $\boldsymbol{n}$ значений случайной величины $\boldsymbol{x}$ с логнормальным распределением вероятностей, то математическое ожидание результата будет равно:

   $$\boldsymbol{M}\left(\sqrt[n]{\boldsymbol{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n}}\right) = \mathbf{exp}\left(\boldsymbol{\mu} + \frac{\boldsymbol{\sigma^2}}{\boldsymbol{2 \cdot n}}\right),$$

   где $\boldsymbol{\mu}$ и $\boldsymbol{\sigma}$ параметры логнормального распределения.

   Как видите (см. приложение 2), при $\boldsymbol{n=1}$ формула, как и следовало ожидать, выдает математическое ожидание случайной величины $\boldsymbol{x}$, а при $\boldsymbol{n=\infty}$ – медиану.

2. В случае, когда оцениваемый инвестированный проект позволяет увеличить вложенный в него капитал в $\boldsymbol{R_1}$ раз за первый год, в $\boldsymbol{R_2}$ раз за второй год и т.д., и при этом числа $\boldsymbol{R_1}$, $\boldsymbol{R_2}$, … $\boldsymbol{R_n}$ являются независимыми случайными величинами с одним и тем же логнормальным распределением вероятностей[2], то при инвестировании капитала сроком на $\boldsymbol{n}$ лет доходность $\boldsymbol{r}$ такого вложения составит:

   $\boldsymbol{r} = \sqrt[n]{\boldsymbol{R_1 \cdot R_2 \cdot \ldots \cdot R_n}} - \boldsymbol{1}$ годовых единиц,

   а математическое ожидание $\boldsymbol{M(r)}$ этой доходности будет равно:

   $$\boldsymbol{M(r)} = \mathbf{exp}\left(\mu + \frac{\boldsymbol{\sigma^2}}{\boldsymbol{2 \cdot n}}\right) - \boldsymbol{1},$$

   где $\boldsymbol{\mu}$ и $\boldsymbol{\sigma}$ параметры логнормального распределения.

   Из чего следует, что при достаточно большом сроке инвестирования $\boldsymbol{n}$, математическое ожидание доходности этого вложения будет приблизительно равно уменьшенной на единицу медиане случайных величин $\boldsymbol{R_1}$, $\boldsymbol{R_2}$, … $\boldsymbol{R_n}$:

   $$\boldsymbol{M(r)} \approx \mathbf{exp}(\mu) - \boldsymbol{1} = \boldsymbol{med(R_i)} - \boldsymbol{1},$$

---

[1] Тогда как математическое ожидание любой случайной величины является СРЕДНЕАРИФМЕТИЧЕСКИМ бесконечного ряда ее значений.

[2] Их также можно рассматривать как ряд последовательных реализаций одной и той же случайной величины $\boldsymbol{R}$ с логнормальным распределением.

(***i*** – любое целое число из интервала [***1; n***]).

3. Иногда найти медиану бывает легче, чем математическое ожидание или моду.
4. Медиана монотонной функции ***f(x)*** некоторой случайной величины ***x*** равна значению данной функции, когда в качестве ее аргумента берется медиана данной случайной величины. То есть:
   med(f(x))= f(med(x)).

   Вследствие данного равенства, использование медианы вместо математического ожидания позволяет избежать казусов, описанных в параграфе 1.2, связанных с усреднением значений нелинейных функций и значений их аргументов.
5. Использование медианы в качестве предсказываемого значения случайной величины максимизирует достоверность прогнозов, если их точность оценивается по принципу "больше - меньше"; то есть, учитывается лишь то, в какую сторону фактическое значение отклонилось от предсказанного, "вверх" или "вниз"; после чего проверяется, равно ли (хотя бы приблизительно) количество "заниженных" прогнозов количеству "завышенных".

Аргументы в пользу математического ожидания:

1. Математическое ожидание это среднеарифметическое значение случайной величины.
2. Иногда интерес представляет, прежде всего, распределение вероятностей суммы большого количества независимых случайных величин, каждое из которых вносит приблизительно одинаковый вклад в общую сумму, где одним из слагаемых является оцениваемая случайная величина. Поскольку распределение этой суммы практически полностью определяется лишь математическими ожиданиями и стандартными отклонениями слагаемых (так как является приблизительно нормальным распределением независимо от того, каким именно законам распределения подчиняются слагаемые)[1], учитывать какие-либо иные характеристики этих слагаемых помимо двух вышеупомянутых не имеет смысла.

Однако надо признать, что обосновывать отказ от использования математического ожидания обычно бывает значительно труднее, чем обосновать его использование. Поэтому желательно, чтобы отказ этот исходил от самого начальника, клиента или, одним словом, заказчика проводимого исследования. Для его получения, как правило, бывает достаточно описать смысл математического ожидания в чересчур мудреных терминах. Например, так: "математическое ожидание – это такое значение, при котором достигается минимум среднего квадрата отклонения полученных в бесконечной серии испытаний фактических значений случайной величины от этого значения". Ответ на подобную "интертрепацию", скорее всего, будет приблизительно таким: "А зачем нам квадрат? Не, квадрат нам не нужен". После чего вполне естественным будет выглядеть предложение другого, более "приемлемого" критерия.

б) Интервалы и вероятности.

Еще одним возможным способом оценки случайной величины является раздел диапазона ее возможных значений на отдельные интервалы с определением вероятностей попадания данной случайной величины в каждый из этих отрезков.

Можно, к примеру, установить некоторое, скажем так, "плановое" значение случайной величины и затем рассчитать вероятность "выполнения" или "невыполнения" этого "плана" (или, другими словами, вероятность того, что

[1] Данный факт устанавливается центральной предельной теоремой Ляпунова.

случайная величина превысит плановое значение или не превысит его). В частности, при оценке будущей стоимости инвестиционного портфеля в качестве планового уровня его стоимости можно использовать либо стоимость первоначальных вложений, либо тот уровень, которого капитал достиг бы за тот же срок, будучи инвестированным в банковский депозит или во что-либо еще.

Можно также использовать иной подход: задаться некоторым значением вероятности, а затем вычислить, каким должен быть план, чтобы он выполнялся (или не выполнялся) с заданной вероятностью. В частности, если задаться вероятностью ***50%***, то рассчитанный для этого значения план будет являться медианой данной случайной величины.

И тот и другой расчет легко можно осуществить визуальным способом по графику интегральной функции распределения вероятностей[1] оцениваемой случайной переменной.

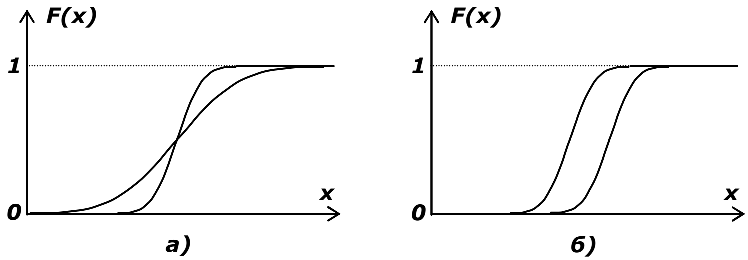

Рис.1.4.2.

На рис.1.4.2.а показан вид этой функции для двух случайных величин с нормальным распределением вероятностей, имеющих одинаковые математические ожидания, но различные стандартные отклонения. Будем считать, что большее значение этих случайных величин является более благоприятным. Стало быть, функция ***F(x)*** показывает нам вероятность невыполнения (или недовыполнения) плана, если последний будет установлен на уровне ***x***.

Нетрудно заметить, что, выбрав на оси ***x*** плановое значение левее точки пересечения графиков, можно утверждать, что случайная величина с меньшим стандартным отклонением является более предпочтительной, поскольку дает меньшую вероятность невыполнения плана. К аналогичному выводу можно прийти, если, задавшись вероятностью меньшей, чем ***50%***, сравнить соответствующие этой вероятности плановые уровни оцениваемых переменных.

Если же зафиксировать план правее точки пересечения или, если установить вероятность на уровне, превышающем ***50%***, более привлекательной будет выглядеть другая случайная величина.

Однако существуют и ситуации, полностью исключающие подобный субъективизм в выборе оптимального варианта. Когда случайные величины отличаются по своим математическим ожиданиям значительно сильнее, чем по стандартным отклонениям, точка пересечения их интегральных функций распределения может находиться на уровне, соответствующем либо слишком малой вероятности, либо слишком большой. Теоретически, графики могут даже вообще не пересекаться. Один из таких случаев представлен на рис.1.4.2.б. Понятно, что в подобной ситуации выбор предопределен.

---

[1] Значение этой функции равно вероятности того, что случайная величина окажется меньше значения аргумента этой функции.

Конечно, следует признать, что описанный метод достаточно примитивен, поскольку даже не большой знаток теории вероятностей может не удовлетвориться подобными аргументами и потребовать предоставления какой-либо дополнительной информации. Поэтому иногда имеет смысл предвосхитить это желание и сразу произвести более комплексный анализ, заключающийся в установке или расчете не одного, а двух плановых значений[1]. Причем, дабы не провоцировать лишние сомнения и дополнительные вопросы, лучше, если плану минимум будет соответствовать вероятность невыполнения меньше ***50%***, а плану максимум – больше ***50%***. Это создаст иллюзию более всестороннего исследования ситуации.

Разумеется, в ситуациях, подобных представленной на рис.1.4.2.а, такие усложнения могут привести лишь к дополнительным трудностям. Однако при анализе случайных величин с далеким от нормального распределением вероятностей такой подход может привести к довольно неожиданному эффекту, который мы продемонстрируем на следующем примере.

Пример 1.4.2: Изменение величины страховки.

Фирма получила предложение заключить договор со страховой компанией на следующих условиях:

1. При заключении договора фирма устанавливает желаемый размер страховой суммы и уплачивает страховой компании фиксированную долю $\boldsymbol{k}$ от этой суммы, равную ***84%***.
2. Договор действует до первого наступления страхового события[2] (сколько бы лет ни пришлось его ждать).
3. Сразу после наступления страхового события компания выплачивает фирме страховую сумму в полном объеме, после чего договор прекращается.

Известно, что страховое событие происходит в среднем один раз в два года (или ***0,5*** раза в год). Причем оно (как и большинство других непредсказуемых явлений) обладает следующим свойством: если начать ждать первого осуществления этого события, начиная с некоторого произвольно выбранного момента времени, то время такого ожидания (являясь величиной случайной) не будет зависеть от того, когда в последний раз это событие происходило ранее, до начала ожидания.

Решив заключить такой договор и предварительно определившись с размером страховой суммы, фирма поручила своему экономисту оценить, не стоит ли увеличить эту сумму на $\Delta\boldsymbol{S}$ рублей или уменьшить ее на ту же величину. Требуется решить данную задачу, учитывая тот факт, что банковская ставка $\boldsymbol{r}$ составляет ***10%*** годовых.

Обозначим через $\boldsymbol{T}$ время, которое пройдет между днем заключения договора и днем получения страховой суммы. Оно является случайной величиной, подчиняющейся показательному закону распределения вероятностей[3], что является следствием вышеупомянутой независимости этого времени от момента подписания договора. Параметр этого распределения $\boldsymbol{\lambda}$ в данном случае будет равен ***0,5*** единицы в год.

---

[1] Названы они могут быть, к примеру, планом минимум и планом максимум, оптимистическим и пессимистическим прогнозами, уровнями существенного убытка и существенной прибыли и т.д.

[2] Страховым событием может являться, например, наводнение, ограбление, пожар и т.д.

[3] Интегральная функция распределения которого равна $\boldsymbol{F(t)} = \boldsymbol{1} - \mathbf{exp}(-\boldsymbol{\lambda} \cdot \boldsymbol{t})$.

Рассматривая увеличение размера страховой суммы на ΔS рублей как инвестиционный проект, найдем его чистую современную стоимость[1] ***NPV***, являющуюся функцией времени T:

$$NPV(T) = -k \cdot \Delta S + \frac{\Delta S}{(1+r)^T}.$$

Область значений данной функции есть интервал $\left[-k \cdot \Delta S\, ;\, (1-k)\cdot \Delta S\right]$ при $\Delta S>0$ и $\left[(1-k)\cdot \Delta S\, ;\, -k \cdot \Delta S\right]$ при $\Delta S<0$.

Затем, решая это уравнение относительно T, найдем обратную функцию $T(NPV)$:

$$T(NPV) = -\frac{\ln\left(\frac{NPV}{\Delta S}+k\right)}{\ln(1+r)}.$$

Область определения $T(NPV)$ совпадает с областью значений $NPV(T)$.

Зависимость $NPV(T)$ является монотонно убывающей функцией при $\Delta S>0$ и монотонно возрастающей при $\Delta S<0$. Следовательно, вероятность $P(NPV<x)$ того, что случайная величина ***NPV*** окажется меньше по своему значению некоторого заданного уровня в x рублей, принадлежащего области определения $T(NPV)$, при $\Delta S>0$ будет равна вероятности того, что случайная величина T превысит уровень:

$$T(x) = -\frac{\ln\left(\frac{x}{\Delta S}+k\right)}{\ln(1+r)} \text{ лет,}$$

а при $\Delta S<0$ – вероятности того, что T окажется меньше этого уровня.

Следовательно, для вышеозначенных значений x интегральная функция распределения вероятностей случайной величины ***NPV*** будет равна:

$$F(x) = P(NPV< x) = P\big(T > T(x)\big) = \exp(-\lambda \cdot T(x)) = \exp\left(\lambda \cdot \frac{\ln\left(\frac{x}{\Delta S}+k\right)}{\ln(1+r)}\right)$$

при $\Delta S>0$ (то есть при увеличении страховой суммы) и:

$$F(x) = P(NPV< x) = P\big(T < T(x)\big) = 1-\exp(-\lambda \cdot T(x)) = 1-\exp\left(\lambda \cdot \frac{\ln\left(\frac{x}{\Delta S}+k\right)}{\ln(1+r)}\right)$$

при $\Delta S<0$ (то есть при уменьшении страховой суммы).

Для прочих значений аргумента x функция $F(x)$ будет равна либо нулю, либо единице.

Графики $F(x)$ для $\Delta S=1$ тыс. рублей и $\Delta S=-1$ тыс. рублей представлены на рис.1.4.3. Они дают нам всю необходимую информацию для сравнения двух инвестиционных проектов, один из которых заключается в увеличении страховой суммы на ***1*** тыс. рублей, а другой – в уменьшении ее на ту же величину.

---

[1] Эту стоимость не следует путать с чистой современной стоимостью всего договора страхования в целом, которая нас в данном случае не интересует, поскольку вопрос заключается не в том, страховаться или не страховаться, а в том, увеличить страховую сумму или уменьшить.

Выберем в качестве плана минимум и плана максимум уровни в ***-100*** и ***100*** рублей, соответственно. Согласно графикам, вероятность того, что ***NPV*** наших действий по изменению размера страховки окажется меньше минус ста рублей, (то есть вероятность невыполнения плана минимум) составляет приблизительно ***20,6%*** при увеличении страховой суммы и ***27,7%*** при ее уменьшении. Аналогичные вероятности для плана максимум равны ***72,3%*** и ***79,4%***, соответственно. Из чего легко можно сделать вывод, что первый инвестиционный проект (увеличение страховки) превосходит второй по обоим показателям и, стало быть, является более выгодным.

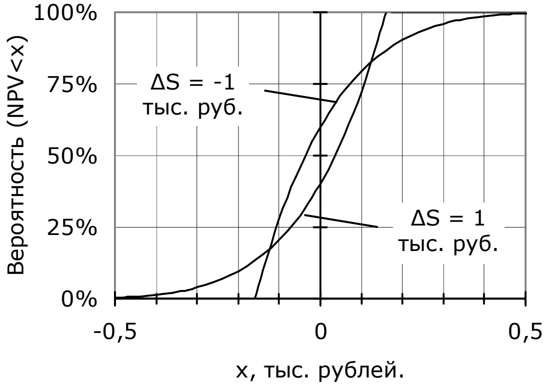

Рис.1.4.3.

Однако достаточно установить планы минимум и максимум на уровнях –***200*** и ***200*** рублей, и теперь уже второй проект превзойдет первый также по обоим показателям, поскольку ***9,6%>0*** и ***100%>90,4%***.

А между тем, чистые современные стоимости ***NPV*** обоих вариантов действий имеют нулевые математические ожидания и совершенно одинаковые стандартные отклонения.

Как уже отмечалось ранее, можно применить и другой подход: установить желаемые вероятности выполнения обоих планов, а затем найти плановые уровни ***NPV*** для обеих альтернатив. Данные табл.1.4.1 показывают, что и этот метод позволяет обосновать любые выводы. Первые две ее строки "свидетельствуют" в пользу увеличения страховки, а две последние – в пользу уменьшения.

*Таблица 1.4.1. План по **NPV**.*

	Увеличение страховки	Уменьшение страховки
План минимум (вероятность невыполнения ***25%***)	***-72*** рубля	***-107*** рублей
План максимум (вероятность невыполнения ***75%***)	***107*** рублей	***72*** рубля
План минимум (вероятность невыполнения ***10%***)	***-195*** рубля	***-140*** рублей
План максимум (вероятность невыполнения ***90%***)	***140*** рублей	***195*** рубля

Заметим, что использование рассмотренного нами метода может оказаться эффективным не только при оценке страховых договоров, но и при исследовании любых других сделок, ***NPV*** денежных потоков которых является случайной величиной с асимметричным законом распределения вероятностей. Следует только придерживаться примененной нами схемы анализа, то есть рассматривать увеличение суммы сделки и ее уменьшение как два инвестиционных проекта, которые необходимо сравнить по их эффективности.

в) Вероятность превосходства, разность и отношение.

Рассмотренные выше способы анализа экономической эффективности можно назвать абсолютными в том смысле, что они базируются в основном на расчете критериев, так или иначе показывающих, насколько привлекательной является оцениваемая альтернатива сама по себе, то есть взятая в отрыве от других существующих альтернатив.

Теперь же мы переходим к рассмотрению относительных (сравнительных) способов, основывающихся не столько на оценке абсолютной привлекательности каждого из возможных вариантов действий, сколько на исследовании возможных отношений между их экономическими эффектами.[1] Конкретнее, мы переходим от сравнения вероятностных характеристик результатов оцениваемых проектов к расчету вероятностных характеристик взаимоотношений между этими результатами.

В частности, выбирать из двух инвестиционных проектов наиболее выгодный можно, например, посредством сравнения математических ожиданий их доходностей, то есть путем сопоставления абсолютных оценок. А можно, к примеру, рассчитать вероятность того, что какой-то один из этих проектов окажется де-факто более доходным, чем другой, или же вычислить математическое ожидание разности или отношения их доходностей.

И хотя на первый взгляд кажется, что все эти методы приведут, скорее всего, к одинаковым результатам, в действительности степень взаимного несоответствия полученных с их помощью выводов иногда приобретает совершенно невообразимые масштабы.

Рассмотрим следующий случай.

<u>*Пример 1.4.3: Розничная продажа с переменной наценкой.*</u>

Магазин ***А*** и магазин ***Б*** реализуют в розницу товар, который сами закупают оптом один раз в три недели (не обязательно в один и тот же день) по одной и той же оптовой цене. При этом оба они в течение каждого трехнедельного периода розничной продажи товара уменьшают величину розничной наценки, магазин ***А*** – с ***8%*** до ***2%***, а магазин ***Б*** – с ***7%*** до ***1%***, ввиду того, что товар является скоропортящимся и его качество быстро снижается. Причем уменьшение величины наценки производится линейно.

На основе вышеуказанной информации уже можно сделать вывод о том, что стоимость, которую мы увидим на ценнике товара, посетив магазин ***А*** в случайный момент времени, является случайной величиной с равномерным распределением вероятностей на интервале между ***102%*** и ***108%*** от оптовой цены. То же самое касается и магазина ***Б***, только границы интервала возможных значений розничной цены будут другими, а именно: ***101%*** и ***107%*** от оптовой стоимости товара.

Кажется, что, если пренебречь качеством, то покупать товар в магазине ***Б*** однозначно выгоднее, и никакой анализ не в состоянии опровергнуть это заключение.

Но представим, что магазин ***Б*** закупает товар каждый раз ровно через одну неделю после того, как его закупит магазин ***А***. На рис.1.4.4, приведены временные диаграммы изменения розничных наценок для этого случая. Как видите, на каждую неделю, на протяжении которой цена магазина ***А*** превышает цену магазина ***Б***, приходится целых две недели, в течение которых име-

[1] Строго говоря, в указанном смысле все способы оценки экономической эффективности могут быть представлены как относительные. Поскольку в явной или неявной форме они всегда основываются на сравнении исследуемого варианта действий с каким-то базовым вариантом. К примеру, рассчитывая ***NPV*** инвестиционного проекта, мы, по сути, оцениваем, насколько эта инвестиция выгоднее вложения денег в банк или заимствования их у банка.

ет место обратная ситуация: первый из них устанавливает более низкую наценку. Следовательно, вероятность того, что после покупки товара в магазине ***А***, сделанной в случайный момент времени, у нас не будет оснований впоследствии сожалеть о том, что мы не обратились в другой магазин, составляет ***2/3*** или примерно ***66,7%***, что существенно больше ***50%***. Стало быть, если аналогичная картина имеет место быть и в отношении прочих товаров (закупаемых оптом в различные моменты времени), то магазин ***А*** имеет полное право заявить, к примеру, в своей рекламе, что более ***66%*** продаваемой в нем продукции реализуется им по более низкой розничной цене, чем в магазине ***Б***.

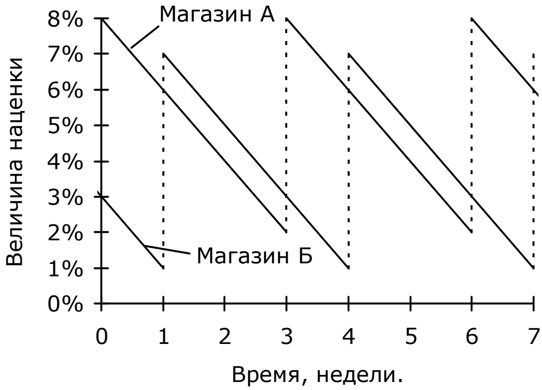

Рис.1.4.4.

Таким образом, при определенных условиях можно найти аргументы даже в пользу безнадежно невыгодной на первый взгляд альтернативы.

Случаи, аналогичные только что рассмотренному примеру, могут возникать во многих ситуациях связанных с теми или иными циклическими процессами. В частности, при исследовании периодических изменений:

а) запасов чего-либо (например, денег);

б) времени ожидания отправления ближайшего автобуса, поезда и т.д.;

в) цен товаров и сроков их годности;

г) цен облигаций и других ценных бумаг с регулярно выплачиваемым доходом и т.п.

Еще одним возможным способом сравнительного анализа двух вариантов действий является исследование разности значений двух случайных величин-критериев, характеризующих экономическую эффективность соответствующего варианта.

Сразу предупредим, что рассчитывать математическое ожидание этой разности все равно, что рассчитывать разность математических ожиданий данных случайных величин (даже в том случае, когда эти величины зависимы), чем мы уже занимались в §1.4.а.

Однако помимо этого показателя (математического ожидания) можно использовать и ряд других. В частности в последнем рассмотренном нами примере имеет смысл использовать среднее значение от максимальной и минимальной величины разности в розничных наценках магазинов ***А*** и ***Б***. Еще раз взглянув на рис.1.4.4, легко заметить, что эта разность может составлять либо ***-1%*** от оптовой цены, либо ***5%***. Среднеарифметическое этих двух чисел равно ***2%***, что на целый процент больше разности средних (по времени) величин наценок:

$$\frac{\mathbf{2\%} + \mathbf{8\%}}{\mathbf{2}} - \frac{\mathbf{1\%} + \mathbf{7\%}}{\mathbf{2}} = \mathbf{5\%} - \mathbf{4\%} = \mathbf{1\%} < \mathbf{2\%}\ .$$

Данный аргумент также может быть использован в рекламе, только уже магазином ***Б***. При этом можно даже ничего и не усреднять, а просто объявить максимальное и минимальное значения ценовой разницы. А уж образованный народ сам посчитает в уме среднее арифметическое.

Еще больший интерес по сравнению с разностью случайных величин представляет их отношение, то есть коэффициент, показывающий, во сколько раз одна из переменных превосходит другую. Правда, надо сказать, интерес оно представляет лишь в тех случаях, когда величина, стоящая в знаменателе дроби, имеет достаточно большое стандартное отклонение.

Обратимся еще раз к примеру 1.4.1, где сравнивались такие инвестиционные проекты как покупка акций и банковский депозит. Посмотрим, во сколько раз конечная стоимость C_A нашего капитала при его инвестировании на один год в акции будет больше его конечной стоимости $C_Б$ при вложении в банк на тот же срок, при условии, что первоначальный капитал в обоих случаях равен 1 млн. рублей. То есть, другими словами, найдем математическое ожидание отношения $\frac{C_A}{C_Б}$. Поскольку знаменатель этой дроби является величиной детерминированной (не случайной), искомый показатель будет равен математическому ожиданию числителя, деленному на знаменатель:

$$M\left(\frac{C_A}{C_Б}\right) = \frac{M(C_A)}{C_Б} = \frac{1{,}3}{1{,}24} = 1{,}0484 .$$

Как видите, ничего интересного и неожиданного мы не получили. А все потому, что знаменатель исследуемой дроби не является случайной величиной.

А теперь попробуем найти математическое ожидание обратного отношения $\frac{C_Б}{C_A}$. Эту дробь можно рассматривать как отношение двух логнормально распределенных случайных величин, распределение одной из которых, стоящей в числителе, имеет параметры $\mu_Б = \ln(1{,}24)$ и $\sigma_Б = 0$, поскольку, фактически, эта величина не случайна. Параметры же μ_A и σ_A другой из них, находящейся в знаменателе, можно рассчитать, исходя из ее математического ожидания и стандартного отклонения, которые нам известны и равны соответственно $1{,}3$ и $0{,}4$ млн. рублей. Однако производить этот расчет в данном случае незачем.

Мы знаем, что отношение двух случайных величин с логнормальным распределением вероятностей также является логнормально распределенной случайной величиной с параметрами:

$$\mu = \mu_{числ.} - \mu_{знам.} \text{ и } \sigma = \sqrt{\sigma^2_{числ.} + \sigma^2_{знам.}} ,$$

где $\mu_{числ.}$, $\sigma_{числ.}$ и $\mu_{знам.}$, $\sigma_{знам.}$ – параметры переменных, стоящих в числителе и знаменателе, соответственно.

Стало быть, математическое ожидание m этого отношения составит:

$$m = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right) = \exp\left(\mu_{числ.} - \mu_{знам.} + \frac{\sigma^2_{числ.} + \sigma^2_{знам.}}{2}\right) .$$

Выразив параметры $\mu_{числ.}$, $\mu_{знам.}$, $\sigma_{числ.}$, $\sigma_{знам.}$ через математические ожидания $m_{числ.}$, $m_{знам.}$ и стандартные отклонения $s_{числ.}$, $s_{знам.}$ числителя и знаменателя и упростив выражение, получим:

$$m = \frac{m_{числ.}}{m_{знам.}} \cdot \left(1 + \left(\frac{s_{знам.}}{m_{знам.}}\right)^2\right) .$$

В нашем примере $m_{числ.} = 1{,}24$, $m_{знам.} = 1{,}3$, $s_{знам.} = 0{,}4$ млн. рублей. Следовательно, математическое ожидание отношения конечной стоимости инвестированного на год капитала при его вложении в банк к его конечной стоимости при вложении на год в акции составит:

$$M\left(\frac{C_Б}{C_А}\right) = \frac{1{,}24}{1{,}3} \cdot \left(1 + \left(\frac{0{,}4}{1{,}3}\right)^2\right) = 1{,}044 ,$$

несмотря на то, что знаменатель превосходит числитель по математическому ожиданию (***1,3>1,24***).

Таким образом, если мы заявим, что вложение денег в банк позволяет инвестору получить через год сумму большую в среднем в ***1,044*** раза по сравнению с суммой, которую он получил бы при вложении тех же денег на год в акции, мы будем абсолютно правы. Хотя, в принципе, прав будет и тот, кто скажет, что в среднем банковский депозит позволяет увеличить капитал в меньшее количество раз, чем акции. Здесь мы вновь сталкиваемся с несовершенством нашего языка, заключающемся в его неспособности к передаче всех математических тонкостей, которое, как видите, может быть использовано весьма эффективно.

Суть выявленного парадокса легко обнаруживается в следующем, более простом примере.

Рассмотрим две случайные величины, первая из которых с вероятностью ***100%*** принимает значение ***1***, а вторая с вероятностями ***50%*** принимает значения ***0,5*** и ***1,5***. Как видите, математические ожидания обеих переменных равны единице. Следовательно, равно единице и отношение этих ожиданий.

Однако математическое ожидание отношения первой величины ко второй составляет:

$$\frac{1}{0{,}5} \cdot 50\% + \frac{1}{1{,}5} \cdot 50\% = \frac{1}{2} \cdot \left(2 + \frac{2}{3}\right) = 1\frac{1}{3} = 1{,}333\ldots ,$$

что существенно больше ***1***.

Полезно также обратить внимание на еще один интересный факт. Данный метод хорошо "работает" и при сравнении двух независимых, совершенно эквивалентных по вероятностным характеристикам случайных величин. В частности, при сравнении выгодности вложений в акций двух различных эмитентов с одинаковыми математическими ожиданиями r_1 , r_2 и стандартными отклонениями доходностей s_1 , s_2 , при условии независимости этих доходностей.

Так, для акций с $r_1 = r_2 = 0{,}3 = 30\%$ годовых и $s_1 = s_2 = 0{,}4 = 40\%$ годовых математическое ожидание отношения будущей стоимости капитала при его вложении в акции первого эмитента к его будущей стоимости при вложении в акции второго будет равно:

$$\frac{1 + r_1}{1 + r_2} \cdot \left(1 + \left(\frac{s_2}{1 + r_2}\right)^2\right) = \frac{1{,}3}{1{,}3} \cdot \left(1 + \left(\frac{0{,}4}{1{,}3}\right)^2\right) = 1{,}095 .$$

То есть, несмотря на то, что оба инвестиционных проекта (при неизменности вероятностных характеристик их доходности во времени) в среднем будут увеличивать стартовый капитал ежегодно в одно и то же количество раз, коэффициент увеличения этого капитала одного из этих проектов (любого) будет в среднем в ***1,095*** раза больше аналогичного коэффициента другого.

И в заключение особо подчеркнем, что многие методы, разобранные в настоящем параграфе, с той же степенью эффективности могут быть использованы также и при анализе экономического эффекта уже принесенного какими-либо свершившимися в прошлом событиями, в частности, при выборе показателей для характеристики среднегодовой эффективности осуществленной за последние несколько лет экономической деятельности и т.п. Например, разделив прошлое на несколько временных интервалов и рассчитав для каждого полученного промежутка отношение значения какого-либо критерия к значению того же показателя предыдущего периода времени, обычно можно легко доказать, что в среднем за прошедшее время в определенном смысле имел место рост значений данного критерия. Даже если в более актуальном смысле этого роста не было.

§1.5. Использование нетранзитивных отношений.

Нетранзитивные отношения являются одним из самых интересных и, в то же время, одним из самых малоизвестных математических феноменов. Но, несмотря на это ситуации, в которых они явно или незримо присутствуют, возникают в экономике сплошь и рядом или, во всяком случае, гораздо чаще, чем могут предположить те, кто еще не прочитал настоящий параграф. Который, к стати говоря, именно по этой причине посвящен не столько разбору математических аспектов этого явления, сколько демонстрации его широкой распространенности.

Для начала же, мы уточним смысл самого понятия "отношение".

Термин этот используется в математике не только как синоним слова "дробь", но и как понятие, обозначающее всякую функцию некоторого количества аргументов, которая может принимать одно из двух логических значений: "истина" и "ложь". Типичными примерами в данном случае могут служить математические отношения "больше", "меньше" и "равно", обозначаемые, соответственно, символами ">", "<" и "=" и определенные (заданные) для любой пары действительных чисел.

Задать отношение можно не только для пары чисел, но и для пары любых других элементов каких-либо множеств, например, множества исследуемых инвестиционных проектов. Обозначим символом "$\succ$" функцию, принимающую значение "истина", если инвестиционный проект, "имя" которого стоит слева от этого символа, превосходит по своей выгодности инвестиционный проект, чье название поставлено с правой стороны, и "выдающую" значение "ложь" в противном случае. Тогда выражение $\boldsymbol{A} \succ \boldsymbol{B}$ будет истинным, если проект $\boldsymbol{A}$ более выгоден, чем проект $\boldsymbol{B}$, и ложным, когда данный факт не имеет места.

Одним из свойств, которыми могут обладать отношения, является транзитивность. Так, математическое отношение "больше" является транзитивным, поскольку из одновременной истинности выражений $\boldsymbol{A} > \boldsymbol{B}$ и $\boldsymbol{B} > \boldsymbol{C}$ всегда следует истинность выражения $\boldsymbol{A} > \boldsymbol{C}$. А вот транзитивность вышеопределенного отношения "$\succ$" хотя интуитивно и предполагается, в действительности имеет место не всегда. Причин тому может быть две: выбор не совсем корректного критерия выгодности инвестиций и нетранзитивность самих предпочтений инвестора в сложившейся ситуации.

Далее на нескольких конкретных примерах мы рассмотрим некоторые типичные случаи возникновения феномена нетранзитивности и варианты его практического использования.

Пример 1.5.1: Три группы ценных бумаг.

Аналитик фондового рынка разделил обращающиеся на нем ценные бумаги на три группы с условными названиями "Акции", "Облигации" и "Векселя", в которые вошли следующие виды бумаг:

в группу "Акции" – наиболее ликвидные акции;

в группу "Облигации" – долгосрочные государственные дисконтные облигации;

в группу "Векселя" – векселя и краткосрочные негосударственные облигации.

Затем на основе экспертных оценок он присвоил каждой группе соответствующий ей рейтинг отдельно по каждому из трех показателей: доходности, стабильности дохода и ликвидности. Результаты – свел в таблицу:

<u>Таблица 1.5.1.</u> Рейтинги ценных бумаг.

	Акции	Облигации	Векселя
Показатель доходности	3	1	2
Показатель стабильности дохода	1	2	3
Показатель ликвидности	2	3	1

Затем аналитик решил, что из любых двух групп ценных бумаг более привлекательной для инвестирования следует считать ту, которая превзойдет другую как минимум по двум из трех представленных показателей. Так, например, облигации по сравнению с акциями имеют более высокие рейтинги стабильности дохода (***2>1***) и ликвидности (***3>2***) (хотя и уступают акциям в доходности (***1<3***)). Следовательно, вложение денег в облигации будет считаться более выгодным вариантом инвестирования, чем покупка акций.

Перебрав все возможные пары групп, легко убедиться в том, что установленное аналитиком отношение – будем, как и прежде, обозначать его символом "$\succ$" – является нетранзитивным, поскольку согласно установленному принципу сравнения, облигации превосходят по своей привлекательности акции, векселя более выгодны, чем облигации, но акции, тем не менее, привлекательнее векселей. Таким образом, "круг замкнулся". Теперь этот аналитик может хоть каждый день представлять начальству рационализаторские предложения о "повышении" эффективности инвестиционной деятельности заключающиеся в простом переводе капитала из первой группы ценных бумаг во вторую, из второй в третью, из третьей в первую и т.д. Кроме того, нетранзитивность фактически позволяет ему "доказать", что любая из этих групп является наиболее выгодной из всех. Достаточно лишь соответствующим образом их проранжировать. К примеру, доказательство наивысшей предпочтительности облигаций в символьном виде будет выглядеть так:

$$\textbf{\textit{облигации}} \succ \textbf{\textit{акции}} \succ \textbf{\textit{векселя}}\ .$$

На основании него непосвященный человек, предполагающий транзитивность данного отношения, естественно сделает вывод о том, что:

$$\textbf{\textit{облигации}} \succ \textbf{\textit{векселя}}\ .$$

Хотя на самом деле последнее выражение является ложным.

<u>Пример 1.5.2: Проект-"посредник".</u>

Имеются два варианта инвестирования средств: банковский депозит (проект ***Б***) и покупка акций (проект ***А***). Доходность банковского вклада $r_Б$ (банковская ставка) составляет ***20%*** годовых, то есть годовой вклад увеличит первоначальный капитал в $1+r_Б=1{,}2$ раза. Доходность же акций r_A для такого же срока вложения является случайной величиной с математическим ожиданием ***30%*** годовых и стандартным отклонением ***32%*** годовых, причем величина $(1+r_A)$ имеет логнормальное распределение вероятностей[1].

[1] Соответственно, ее математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение будут равны ***1,3*** и ***0,32*** годовых единиц.

Необходимо доказать, что первый инвестиционный проект (банковский вклад) экономически более эффективен[1], чем второй. Что в символьной форме будем обозначать как $\boldsymbol{Б} \succ \boldsymbol{A}$.

Попробуем использовать в качестве сравнительного критерия эффективности математическое ожидание дроби $\dfrac{1+r_Б}{1+r_A}$, показывающей, во сколько раз коэффициент увеличения первоначального капитала при вложении денег в банк превышает соответствующий коэффициент вложения денег в акции. Тогда запись $\boldsymbol{Б} \succ \boldsymbol{A}$ (переводящаяся на обычный язык как "проект ***Б*** более эффективен, чем проект ***А***") будет означать, что:

$$M\left(\frac{1+r_Б}{1+r_A}\right) > 1 .$$

Найти математическое ожидание отношения двух логнормально распределенных случайных величин нетрудно, если воспользоваться выведенной нами в §1.4.в формулой его расчета на основе математических ожиданий числителя и знаменателя и стандартного отклонения знаменателя. В данном примере:

$$M\left(\frac{1+r_Б}{1+r_A}\right) = \frac{1,2}{1,3}\cdot\left(1+\left(\frac{0,32}{1,3}\right)^2\right) = 0,979 < 1 .$$

То есть выбранный нами критерий эффективности не позволяет доказать, что $\boldsymbol{Б} \succ \boldsymbol{A}$. Тем не менее, это еще не означает, что необходимо искать ему замену. Попробуем пойти обходным путем.

Введем в рассмотрение еще один, третий инвестиционный проект, с меньшей средней доходностью, но примерно с таким же уровнем риска, как и у акций. Допустим, что этим требованиям удовлетворяет покупка векселей, которую мы назовем проектом ***В***. Будем считать, что его доходность $r_В$ при годовом вложении имеет математическое ожидание ***25%*** годовых и стандартное отклонение ***32%*** годовых. Кроме того, будем считать, что величина $(1+r_В)$ имеет распределение вероятностей близкое к логнормальному.

Сравним теперь банковский депозит с этим проектом при помощи нашего критерия эффективности:

$$M\left(\frac{1+r_Б}{1+r_В}\right) = \frac{1,2}{1,25}\cdot\left(1+\left(\frac{0,32}{1,25}\right)^2\right) = 1,023 > 1 .$$

То есть можно утверждать, что $\boldsymbol{Б} \succ \boldsymbol{В}$.

А сейчас аналогичным образом сравним между собой проекты ***В*** и ***А***:

$$M\left(\frac{1+r_В}{1+r_A}\right) = \frac{1,25}{1,3}\cdot\left(1+\left(\frac{0,32}{1,3}\right)^2\right) = 1,02 > 1 .$$

Из чего следует, что $\boldsymbol{В} \succ \boldsymbol{A}$.

Теперь достаточно будет предать гласности два последних результата, $\boldsymbol{Б} \succ \boldsymbol{В}$ и $\boldsymbol{В} \succ \boldsymbol{A}$, и у всякого здравомыслящего человека сложится впечатление, что $\boldsymbol{Б} \succ \boldsymbol{A}$. Хотя в действительности это впечатление будет ложным.

Как видите, благодаря нетранзитивности отношения, используемого в качестве критерия эффективности, введение инвестиционного проекта-

---

[1] В данном случае эффективность инвестиции не следует путать с ее предпочтительностью или выгодностью. Поскольку предпочтения инвестора, как правило, определяются не только уровнем эффективности, но и степенью риска, ликвидности и т.п.

"посредника" позволяет "доказать" более высокую эффективность банковского вклада по сравнению с вложением денег в акции.

Пример 1.5.3: Рейтинг ликвидности банков.

Портфели ликвидных активов трех банков, ***А***, ***Б*** и ***В***, состоят исключительно из купонных облигаций с купонным периодом в один год. Однако моменты начала и окончания этих периодов не совпадают. По облигациям первого банка купонный доход выплачивается в начале марта каждого года. По облигациям второго – в начале июля. Третий же банк получает его в начале ноября. Вследствие чего стоимости этих портфелей за последние двенадцать месяцев изменялись так, как показано на рис.1.5.1.

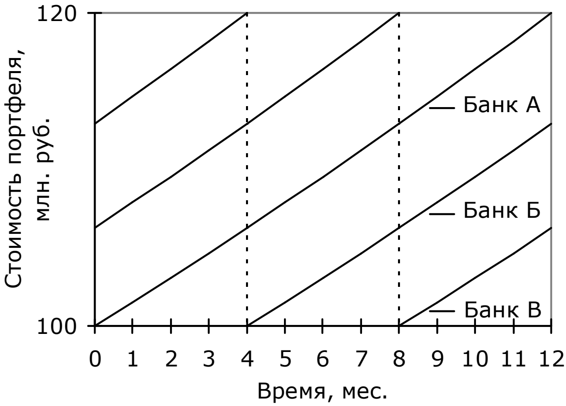

Рис.1.5.1.

Будем считать один из банков более ликвидным, чем другой, в случае если в течение более чем шести месяцев из этих двенадцати стоимость его облигационного портфеля превышала стоимость портфеля облигаций другого банка. В символьных выражениях будем использовать знак "$\succ$", причем название более ликвидного банка будем ставить слева от этого знака, а менее ликвидного – справа.

Глядя на рис.1.5.1, мы можем обнаружить истинность трех следующих выражений:

Банк А $\succ$ ***Банк Б*** ,   ***Банк Б*** $\succ$ ***Банк В***   и   ***Банк В*** $\succ$ ***Банк А*** .

Таким образом, место, которое каждый из этих трех банков будет занимать в рейтинге их ликвидности, целиком и полностью будет зависеть то того, кто этот рейтинг составляет, поскольку все три нижеперечисленных выражения истинны:

Банк А $\succ$ ***Банк Б*** $\succ$ ***Банк В*** ,

Банк Б $\succ$ ***Банк В*** $\succ$ ***Банк А*** ,

Банк В $\succ$ ***Банк А*** $\succ$ ***Банк Б*** .

Пример 1.5.4: Покупка долговых обязательств.

Наряду с прочими активами банк владеет тремя государственными дисконтными облигациями номинальной стоимостью по ***1*** млн. руб., которые будут погашены по номиналу через один год. Сегодня перед ним открываются три варианта дальнейших действий.

Во-первых, имеется возможность, продав все эти облигации, купить на вырученные деньги долговые обязательства[1] фирмы, стоящей на грани банкротства, вероятность исполнения которых равна ***60%***, а вероятность полного неисполнения (дефолта) – ***40%***. В случае исполнения банк получит по ним через один год ***5*** млн. руб., при дефолте же – не получит ничего.

[1] Обязательства эти могут быть оформлены и как кредиторско-дебиторская задолженность, и как ценные бумаги.

Во-вторых, банк может продать лишь две из этих трех облигаций и приобрести долговые обязательства другой, еще более неблагонадежной фирмы, вероятность исполнения которых составляет ***40%***, а вероятность дефолта – ***60%***. При благоприятном исходе банк получит по этим обязательствам через один год те же ***5*** млн. руб., при неблагоприятном – опять же, ничего. Кроме того, в любом случае он получит ***1*** млн. руб. по непроданной облигации.

И в-третьих, банк может вообще не продавать облигаций, а просто ожидать дня их погашения.

В табл.1.5.2 приведены возможные суммы дохода (в верхней строке), который банк получит через один год, а также вероятности, соответствующие этим суммам при различных вариантах действий.

<u>Таблица 1.5.2</u>. Вероятности различных величин дохода банка при каждом варианте действий (пустые ячейки соответствуют нулевым вероятностям).

	0 млн. р.	1 млн. р.	3 млн. р.	5 млн. р.	6 млн. р.
Вариант 1	40%			60%	
Вариант 2		60%			40%
Вариант 3			100%		

Обозначим через x_1, x_2 и x_3 сумму дохода, который банк получит, соответственно, при первом, втором и третьем вариантах действий. Понятно, что x_1 и x_2 являются случайными величинами. Причем можно считать их независимыми, поскольку банкротство одной фирмы, скорее всего, никак не связано с банкротством другой.

Нетрудно убедиться, что математические ожидания всех этих трех переменных равны ***3*** млн. рублей:

$M(x_1) = 0 \cdot 40\% + 5 \cdot 60\% = 3$ млн. руб.

$M(x_2) = 1 \cdot 60\% + 6 \cdot 40\% = 3$ млн. руб.

$M(x_3) = 3 \cdot 100\% = 3$ млн. руб.

Следовательно, если судить о выгодности имеющихся альтернатив по математическим ожиданиям доходов, которые они "обещают", то все три варианта действий следует считать одинаково выгодными.

Можно, однако, избрать и другой критерий их предпочтительности.

Например, будем считать из любых двух альтернатив более выгодной ту, которая с вероятностью, превышающей ***50%***, приносит больший по сравнению с другой альтернативой доход.

Посчитаем теперь вероятность того, что второй вариант действий принесет банку, в конечном счете, больший доход, чем принес бы первый:

$P(x_2 > x_1) = 60\% \cdot 40\% + 40\% = 64\% > 50\%$.

Аналогичным образом сравним третий вариант со вторым и первый с третьим:

$P(x_3 > x_2) = 60\% > 50\%$, $P(x_1 > x_3) = 60\% > 50\%$.

<u>Примечание</u>. Если бы вероятность исполнения долговых обязательств при первом варианте действий, а также вероятность их неисполнения при втором варианте равнялись числу $\left(\sqrt{5} - 1\right)/2 \approx 0{,}618$ (которое представляет собой отношение меньшей части отрезка к большей при его золотом сечении), – все три вышеприведенные вероятности были бы одинаковыми (и составляли бы примерно ***61,8%***).

Как видите, тут мы вновь сталкиваемся с явлением нетранзитивности, так как вынуждены признать, что вторая альтернатива лучше (выгоднее) первой, третья лучше второй, а первая лучше третьей.

Используя данный факт, аналитик легко может "доказать", например, что один (любой) из первых двух вариантов действий выгоднее другого, привлекая в случае надобности третий вариант в качестве "посредника".

Заметим, что нетранзитивные отношения могут охватывать замкнутой "цепью" не только три, но и большее число элементов.

Представим, например, что наш банк рассматривает не три, а четыре альтернативы, и таблица возможных значений его будущего дохода и соответствующих им вероятностей для каждой из этих альтернатив имеет следующий вид:

<u>Таблица 1.5.3</u>. Вероятности различных величин дохода банка при каждом из четырех вариантов действий.

	0 млн. р.	0,5 млн. р.	1 млн. р.	2 млн. р.	3 млн. р.	3,5 млн. р.	4 млн. р.
Вариант 1	1/3				2/3		
Вариант 2		1/2				1/2	
Вариант 3			2/3				1/3
Вариант 4				1			

Обозначим через $\boldsymbol{x_i}$ доход банка при $\boldsymbol{i}$-том варианте действий, и посчитаем вероятности то, что $\boldsymbol{x_2}$ окажется больше $\boldsymbol{x_1}$, $\boldsymbol{x_3}$ – больше $\boldsymbol{x_2}$, $\boldsymbol{x_4}$ – больше $\boldsymbol{x_3}$, а $\boldsymbol{x_1}$ – больше $\boldsymbol{x_4}$ (исходя из предположения о независимости этих величин):

$$\boldsymbol{P(x_2 > x_1) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{2}{3} > 50\%}, \qquad \boldsymbol{P(x_3 > x_2) = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3} > 50\%},$$

$$\boldsymbol{P(x_4 > x_3) = \frac{2}{3} > 50\%}, \qquad \boldsymbol{P(x_1 > x_4) = \frac{2}{3} > 50\%}.$$

Как видите, вероятности эти даже несколько увеличились по сравнению с "трехальтернативным" случаем. Кроме того, они "выровнялись". Хотя математическое ожидание величины будущего дохода при любом варианте действий одинаковое – **2** млн. рублей.

<u>Пример 1.5.5: Время ремонта аппаратуры.</u>

На промышленном предприятии имеется отдел ремонта неисправной радиоаппаратуры. Каждый поступающий на ремонт аппарат состоит из двух блоков, только один из которых является неисправным (вероятность неисправности сразу обоих блоков пренебрежимо мала).

Время тестирования первого блока с целью поиска в нем возможной неисправности составляет ***20*** минут. Для устранения же этой неисправности, в случае если тест обнаружит ее, требуется еще ***5*** минут.

Тестирование второго блока занимает ***10*** минут. И столько же времени требуется на устранение неисправности, если она будет выявлена в результате теста.

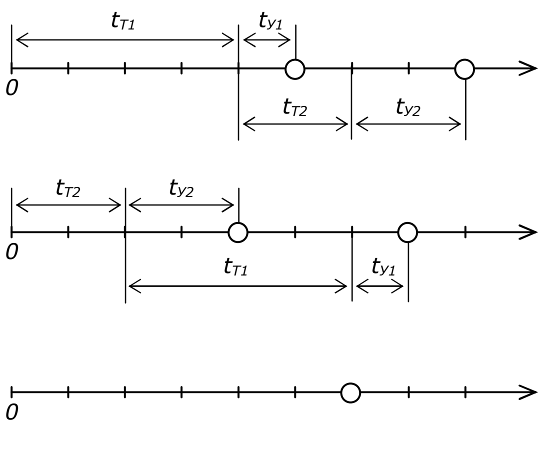

Рис.1.5.2.

На рис.1.5.2 представлены временные диаграммы трех возможных способов ремонта одного неисправного аппарата. Одно деление временной шкалы соответствует ***5*** минутам. Белыми кружками отмечены моменты возможного окончания работы. Через t_{T1}, t_{T2} обозначены продолжительности тестирования, соответственно, первого и второго блоков, а через $t_{У1}$, $t_{У2}$ – продолжительности устранения неисправности в первом и во втором блоках.

Суть первого способа ремонта заключается в тестировании сначала первого блока, а уже затем, в случае его исправности, второго.

Второй способ предполагает проверку сначала второго блока, а затем, в случае необходимости, первого.

И, наконец, третий способ заключается просто в полной замене всех деталей аппарата, которые могут быть неисправными, на что требуется ровно ***30*** минут.

Известно, что в первом блоке неисправность возникает в среднем в два раза чаще, чем во втором. Следовательно, вероятность того, что в ремонте нуждается первый блок неисправного аппарата, равна ***2/3***, а вероятность того, что ремонта требует второй блок составляет ***1/3***.

Представим в виде таблицы распределение вероятностей времени ремонта одного неисправного аппарата для каждого из трех способов его (ремонта) осуществления.

Таблица 1.5.4. Распределения вероятностей времени ремонта одного неисправного аппарата для каждого из трех способов его осуществления.

	20 минут	25 минут	30 минут	35 минут	40 минут
1-й способ		2/3			1/3
2-й способ	1/3			2/3	
3-й способ			1		

Произведя несложные вычисления, нетрудно убедиться в том, что ремонт одного из аппаратов при помощи первого способа займет меньше времени, чем ремонт другого аппарата[1] с помощью второго способа с вероятностью:

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{5}{9}=0{,}555\ldots\ .$$

Второй же способ с вероятностью ***2/3*** требует меньших затрат времени по сравнению с третьим. И наконец, третий способ с той же вероятностью ***2/3*** "гарантирует" более быстрый ремонт в сравнении с первым.

Как видите, все три вероятности превышают ***50%***. Хотя среднее время ремонта (его математическое ожидание) во всех трех случаях равно ***30*** минутам.

Предположим, что в отделе ремонта данного предприятия работают три человека: инженер, рабочий и студент-практикант. Причем инженер практикует исключительно первый способ ремонта, рабочий – исключительно второй, а студент-практикант – третий. Если между ними организовать соревнование и выдавать премию инженеру, в случае если он "обгонит" рабочего, рабочему – когда он "перегонит" студента, а студенту – когда он опередит инженера, то каждый из соревнующихся будет получать премию в среднем чаще, чем в ***50*** случаях из ста. С другой стороны, изменив соответствующим образом правила "состязаний", можно добиться и обратного эффекта.

Организация подобных "беспроигрышных" (в определенном смысле) соревнований является еще одним способом использования нетранзитивных от-

[1] Речь идет о ремонте двух различных аппаратов, потому что в этом случае продолжительность ремонта одного из них не будет зависеть от продолжительности ремонта другого.

ношений, о котором мы еще будем говорить в шестом разделе. В этом разделе мы опишем некоторые пути искусственного создания "нетранзитивных ситуаций".

В заключение заметим, что дискретность случайных величин, с которыми мы имели дело в двух последних примерах, не следует считать необходимым условием возникновения явления нетранзитивности. Можно было бы привести и другие аналогичные примеры, в которых эти величины были бы непрерывными[1]. Однако в этом случае расчеты существенно бы усложнились.

§1.6. Использование парадокса Блая.

В этом параграфе мы, как всегда при помощи конкретных числовых примеров, рассмотрим еще одно интересное явление из области теории вероятностей, носящее название парадокса Блая [5].

Пример 1.6.1: Варианты страхования.

В ближайший месяц могут произойти три неблагоприятных для фирмы события, от которых она желала бы застраховаться, используя для этого ***2*** млн. рублей свободных денег. Известно, что первое событие произойдет с вероятностью ***47%***, второе – с вероятностью ***35%***, а третье – ***20%***. Все события независимы.

В настоящий момент экономисту этой фирмы поручено рассмотреть две следующие альтернативы:

1. Застраховаться только от первого события на сумму ***4*** млн. руб. При этом на оплату страхового взноса будут затрачены все ***2*** млн. руб. свободных денег.
2. Застраховаться от второго события на сумму ***2*** млн. руб., а также от третьего события на ту же сумму. При этом из имеющихся ***2*** млн. руб. в уплату страховых взносов уйдет только ***1*** млн. руб.

Помимо этого, однако, у экономиста всегда есть возможность при желании ввести в рассмотрение еще и третий, тривиальный вариант, заключающийся в отказе от страхования вообще. Поэтому мы будем рассматривать сразу все три эти альтернативы.

Обозначим через $\boldsymbol{x_1}$, $\boldsymbol{x_2}$ и $\boldsymbol{x_3}$ величину денежной суммы, которую фирма будет иметь "на руках" через один месяц, в случае если изберет, соответственно, первый, второй и третий вариант действий. Распределение вероятностей этих величин приведены в следующей таблице:

Таблица 1.6.1. Распределения вероятностей будущей величины свободных денежных средств фирмы для каждого из трех вариантов действий.

	0 млн.р.	1 млн.р.	2 млн.р.	3 млн.р.	4 млн.р.	5 млн.р.
1-й вариант	53%				47%	
2-й вариант		52%		41%		7%
3-й вариант			100%			

Вероятности ***52%***, ***41%*** и ***7%***, представленные во второй строке таблицы, рассчитаны на основе вероятностей второго и третьего неблагоприятных событий. Если, согласно второму варианту действий, фирма застрахуется от них обоих, то у нее "на руках" останется ***1*** млн. рублей, к которому либо ничего не прибавится, если ни одно из страховых событий не произойдет (вероятность такого исхода составляет $\boldsymbol{(1-0{,}35)\cdot(1-0{,}2)=0{,}52}$); либо приба-

---

[1] Одним из подобных примеров может служить сравнительная оценка трех таких инвестиционных проектов, как вложение денег в банк, покупка кол-опциона и покупка путопциона. Другим примером – оценка времени достижения капиталом заданной величины при его вложении в банк, в акции и, скажем, частично в банк, частично в страховой полис.

вится **2** млн. рублей, если произойдет какое-то одно из страховых событий (вероятность чего равна $\boldsymbol{(1-0{,}35)\cdot 0{,}2+0{,}35\cdot(1-0{,}2)=0{,}41}$); либо прибавится целых **4** млн. рублей, если произойдут сразу оба события (вероятность этого равна $\boldsymbol{0{,}35\cdot 0{,}2=0{,}07}$).

Сравним теперь попарно все три рассматриваемые альтернативы посредством расчета вероятностей того, что одна из величин x_1, x_2, x_3 превзойдет по своему значению другую:

$$P(x_2 > x_1) = (52\% + 41\%)\cdot 53\% + 7\% = 56{,}29\%,$$

$$P(x_3 > x_2) = 52\%,$$

$$P(x_3 > x_1) = 53\%.$$

Величина x_2 превосходит x_1 с вероятностью большей, чем ***50%***. То есть второй вариант страхования по сравнению с первым окажется скорее более выгодным для фирмы, чем менее выгодным.

В свою очередь величина x_3 с вероятностями, превышающими ***50%***, превосходит x_1 и x_2.

Таким образом, можно сделать вывод, что лучше всего для фирмы будет выбрать третий вариант действий, а хуже всего – первый.

Но посчитаем теперь для каждой из величин x_1, x_2, x_3 вероятности того, что данная величина будет иметь максимальное значение среди значений всех этих трех переменных (то есть, будет больше каждой из двух оставшихся переменных):

$$P\left(x_1 = \max(x_1, x_2, x_3)\right) = P\left(x_1 > x_2 \text{ и } x_1 > x_3\right) = 47\%\cdot(52\% + 41\%) = \\ = 43{,}71\%,$$

$$P\left(x_2 = \max(x_1, x_2, x_3)\right) = P\left(x_2 > x_1 \text{ и } x_2 > x_3\right) = 41\%\cdot 53\% + 7\% = \\ = 28{,}73\%,$$

$$P\left(x_3 = \max(x_1, x_2, x_3)\right) = P\left(x_3 > x_1 \text{ и } x_3 > x_2\right) = 53\%\cdot 52\% = 27{,}56\%.$$

(Проверим правильность вычислений: ***43,71%+28,73%+27,56%=100%***.)

То есть из трех величин x_1, x_2, x_3 первая может оказаться максимальной с вероятностью ***43,71%***, вторая – с вероятностью ***28,73%***, а третья – с вероятностью ***27,56%***.

Полученные результаты приводят нас к совершенно неожиданному заключению: первый вариант, который мы только что признали наихудшим, имеет максимальные шансы оказаться наилучшим! Тогда как третий вариант по своей привлекательности "переместился с первого места на последнее"! В этом и заключается парадокс Блая.

Данный прецедент позволяет сделать следующий вывод: альтернатива, которая при поочередном сравнении ее с каждой из прочих альтернатив в отдельности всякий раз оказывается наилучшей, может оказаться наихудшей при сравнении ее со всеми прочими альтернативами одновременно. Или, другими словами, попарное сравнение и сравнение комплексное в общем случае дают разные результаты.

Каким образом все это можно использовать на практике, наверное, ясно каждому.

Допустим, что наш экономист желал бы представить в наилучшем свете первый вариант. В этом случае ему будет достаточно ввести в рассмотрение третью альтернативу и показать, что x_1 имеет максимальные шансы оказаться наибольшей величиной среди x_1, x_2 и x_3.

Если же он захочет "заступиться" за второй вариант, то вводить третью альтернативу не следует. Достаточно лишь сравнить между собой величины x_1 и x_2, то есть рассчитать вероятность того, что x_2 будет больше x_1, и показать, что она превышает ***50%***.

Конечно, рассмотренный нами пример может показаться надуманным и малоинтересным с практической точки зрения. Ведь вероятности ***56,29%***, ***52%*** и ***53%*** ненамного превышают ***50%***, и потому достаточно даже незначительного изменения условий задачи (например, изменения вероятностей страховых событий), чтобы парадокс, в том виде в каком он здесь представлен, исчез.

Действительно, вероятность спонтанного проявления парадокса Блая, скажем так, в "чистом" виде (когда рассматриваемые альтернативы при смене метода их сравнения меняют свой порядок в рейтинге привлекательности на полностью противоположный), по-видимому, весьма невелика. Но дело заключается в том, что для практических нужд этого в большинстве случаев и не требуется.

Попробуем упростить условия нашей задачи.

Будем считать, что существует лишь два неблагоприятных события, от которых фирма желала бы застраховаться. Оба они независимы и в течение ближайшего месяца могут произойти с вероятностями ***40%***.

Первый рассматриваемый вариант действий будет заключаться в страховании от одного из этих событий на сумму ***4*** млн. рублей, второй – в страховании от другого события на сумму ***2*** млн. рублей, третий – по-прежнему, в отказе от какого бы то ни было страхования.

Теперь распределение вероятностей денежной суммы, которой фирма будет располагать через месяц, примет более простой вид (см. табл.1.6.2):

<u>Таблица 1.6.2</u>. Распределения вероятностей будущей величины свободных денежных средств фирмы для каждого из трех вариантов действий.

	0 млн. р.	1 млн. р.	2 млн. р.	3 млн. р.	4 млн. р.
1-й вариант	60%				40%
2-й вариант		60%		40%	
3-й вариант			100%		

Произведем расчеты, аналогичные выполненным ранее:

$$P(x_2 > x_1) = 60\%,$$

$$P(x_3 > x_2) = 60\%,$$

$$P(x_3 > x_1) = 60\%.$$

$$P(x_1 = \max(x_1, x_2, x_3)) = P(x_1 > x_2 \text{ и } x_1 > x_3) = 40\%,$$

$$P(x_2 = \max(x_1, x_2, x_3)) = P(x_2 > x_1 \text{ и } x_2 > x_3) = 40\% \cdot 60\% = 24\%,$$

$$P(x_3 = \max(x_1, x_2, x_3)) = P(x_3 > x_1 \text{ и } x_3 > x_2) = 60\% \cdot 60\% = 36\%.$$

Как видите, в данном случае смена способа сравнения по-прежнему перемещает первый вариант действий с последнего места в рейтинге привлекательности (при попарном сравнении) на первое (при комплексном сравнении). Но третий вариант при этом с первого места перемещается уже не на последнее, а на промежуточное. То есть парадокс Блая проявляется лишь "частично".

Но, несмотря на это, наш экономист по-прежнему может его использовать. И даже более эффективно, чем прежде. Поскольку сравнение исключительно величин x_1 и x_2 опять же свидетельствует в пользу второй альтернативы, а комплексное сравнение x_1, x_2 и x_3 – в пользу первой; причем оба свидетельства стали более "убедительными", поскольку вероятность $P(x_2 > x_1)$ превышает 50% уже на целых 10%, да и отношение $P\left(x_1 = \max(x_1, x_2, x_3)\right)$ к $P\left(x_2 = \max(x_1, x_2, x_3)\right)$ несколько увеличилось.

Также как и с явлением нетранзитивности с парадоксом Блая можно столкнуться при анализе не только дискретных, но и непрерывных случайных величин. Что подтверждается следующим примером.

Пример 1.6.2: Два вида акций.

Доходность r_A акций предприятия A, а также доходность $r_Б$ акций предприятия $Б$ являются независимыми случайными величинами с математическими ожиданиями 25% и 20% годовых и стандартными отклонениями 50% и 20% годовых, соответственно. Причем величины $(1 + r_A)$ и $(1 + r_Б)$ имеют логнормальное распределение вероятностей. Банковская ставка r составляет 20% годовых.[1]

Требуется определить, в которые акции выгоднее вкладывать деньги.

Будем рассматривать вложение денег в банковский депозит как третий альтернативный инвестиционный проект (тривиальная альтернатива).

Сравним попарно все три варианта инвестирования (расчеты мы опускаем):

$$P(r > r_A) = 53{,}5\% ,$$

$$P(r > r_Б) = 53{,}3\% ,$$

$$P(r_Б > r_A) = 51{,}9\% .$$

Все вероятности превышают 50%, что дает основания считать вложение в банк наиболее привлекательным проектом, а вложение в акции предприятия A – наименее привлекательным.

Но произведем теперь комплексные сравнения:

$$P\left(r = \max(r_A, r_Б, r)\right) = 28{,}5\% ,$$

$$P\left(r_Б = \max(r_A, r_Б, r)\right) = 30{,}6\% ,$$

$$P\left(r_A = \max(r_A, r_Б, r)\right) = 40{,}9\% .$$

И вот уже "на первое место выходят" акции предприятия A, а место "аутсайдера" занимает банковский вклад.

Таким образом, несмотря на то, что исходные данные задачи подобраны не так уж тщательно, парадокс Блая проявляется вновь, причем полностью. Что же касается его частичных проявлений, то они возможны практически во всех случаях сравнения трех приблизительно одинаковых по средней доходности, но разных по риску инвестиционных проектов.

И в заключение заметим, что ситуации, в которых парадокс Блая имеет место, также как и ситуации, описанные в предыдущем параграфе (§1.5), могут быть созданы и искусственно, о чем еще будет сказано в шестом разделе.

<u>Раздел 2.</u> *Выбор между доходностью и стоимостью.*

Необходимо признать, что количество книг по оценке инвестиций, выпущенных к настоящему времени, давно уже превзошло количество их потенци-

[1] Тот факт, что доходность акций предприятия $Б$ при ненулевом стандартном отклонении имеет математическое ожидание равное банковской ставке, представляет собой вполне нормальное явление, если доходность эта не коррелирует с доходностью рыночного портфеля акций (рыночного индекса).

альных читателей. Не будем говорить о том, плохи эти книги или хороши; отметим лишь тот факт, что большинство прочитавших их людей обычно обретает твердую уверенность в том, что современная экономическая теория предлагает нам два практически равноценных и эквивалентных по своим показаниям критерия оценки инвестиционных проектов: внутреннюю норму доходности ***IRR*** и чистую современную стоимость ***NPV***. Иногда, правда, наиболее продвинутые читатели уясняют также и то, что использовать внутреннюю норму доходности следует осторожно, поскольку существуют некоторые, немногочисленные случаи, когда естественные на первый взгляд выводы, сделанные с помощью этого критерия, могут оказаться неверными. Однако такие люди встречается еще реже, чем упомянутые случаи. К тому же, даже им обычно бывает очень трудно полностью отказаться от доходности в пользу стоимости. Поэтому, если тот, для кого вы проводите свой экономический анализ, окажется человеком "начитанным" и пожелает конкретно указать, какие критерии эффективности инвестиций следует использовать, весьма вероятно, что он либо предложит вам на выбор критерии ***IRR*** и ***NPV***, либо потребует использовать внутреннюю норму доходности ***IRR***, поскольку доходность всегда была ближе сердцу российского экономиста, чем любой из ее "заморских конкурентов". Однако иллюзии по поводу равноценности показателей ***IRR*** и ***NPV*** развеиваются достаточно легко путем приведения многочисленных аргументов против первого из них, которые еще будут перечислены в §2.4. Так что, даже если "заказчик" и настаивает на критерии ***IRR***, при желании его обычно бывает нетрудно переубедить и склонить к использованию ***NPV***. Таким образом, возможность выбора среди этих двух показателей, как правило, существует даже тогда, когда вы имеете дело с относительно образованным "клиентом".

В данном разделе мы поговорим о том, как правильно пользоваться этой возможностью.

§2.1. Сравнение проектов по доходности и по стоимости.

Утверждение о том, что большей доходности инвестиционного проекта соответствует большая выгодность (или эффективность), у многих экономистов возражений не вызывает. Да и с тем, что выгодность инвестиции пропорциональна ее чистой современной стоимости ***NPV***, спорить тоже мало кто станет. А раз так, то большей доходности вроде бы всегда должна соответствовать и большая ***NPV***.

В настоящем параграфе будут рассмотрены три простейших случая, позволяющих доказать ошибочность этого заключения.

а) Инвестиции различаются по масштабам.

Пример 2.1.1: Выбор объема производства.

Предприятие решает, какую сумму ему следует вложить в производство, ***1*** млн. руб. или ***2*** млн. руб. В первом случае по прошествии ***1*** месяца оно сможет продать произведенную им продукцию за ***1,05*** млн. руб., во втором – за ***2,08*** млн. руб.

Доходность инвестиций, таким образом, с ростом объема производства снижается, поскольку составляет ***1,05/1-1=5%*** в месяц при вложении ***1***-го млн. руб. и ***2,08/2-1=4%*** в месяц при вложении ***2***-х млн. руб. (Что является типичным следствием насыщения рынка данной продукцией и падения ее цены.) Следовательно, если судить о выгодности инвестиций по их доходности (а точнее, если считать, что более доходное вложение является и более выгодным), следует предпочесть первый вариант – вложение ***1*** млн. руб.

Однако если принимать решение на основе чистой современной стоимости имеющихся альтернатив, то при банковской ставке менее **3%** в месяц предпочтение будет отдано инвестированию **2** млн. руб., поскольку:

$$NPV_1 = -1 + \frac{1,05}{1+0,03} = 0,019417 \text{ млн. руб.,}$$

$$NPV_2 = -2 + \frac{2,08}{1+0,03} = 0,019417 \text{ млн. руб.,}$$

а значит, при банковской ставке менее **3%** в месяц NPV_2 будет превышать NPV_1.

Таким образом, критерии ***IRR*** и ***NPV*** могут давать и противоречивые показания. И, стало быть, выбирая более подходящий из них, можно полностью предопределить результаты экономического анализа.

Важно заметить, что даже, если "клиент" вопреки уговорам упорно требует использовать в качестве критерия выгодности только доходность (или ее внутреннюю норму), а вам, тем не менее, очень хочется показать, что второй вариант инвестирования лучше первого, то достичь этой цели можно и без использования чистой современной стоимости. Достаточно лишь воспользоваться методом разностных платежей.

Посмотрим, как изменятся денежные потоки предприятия при "переходе" от первой альтернативы ко второй. Очевидно, что затраты при этом возрастают на ***2-1=1*** млн. руб., а доходы на ***2,08-1,05=1,03*** млн. руб. То есть, другими словами, отказываясь от первой альтернативы в пользу второй, предприятие на дополнительно вложенный миллион рублей получает через месяц дополнительный доход в ***1,03*** млн. рублей (соответственно, доходность такого вложения будет равна ***3%*** в месяц.). Очевидно, что такой "переход" будет выгоден, в случае если банковская ставка составляет менее ***3%*** в месяц. И то же самое "говорит" нам критерий ***NPV*** (см. выше), без которого мы благодаря методу разностных платежей, как видите, сумели обойтись.

б) Инвестиции различаются по продолжительностям.

<u>Пример 2.1.2: Продажа товара.</u>

На производство одной партии товара предпринимателю необходимо затратить ***100*** тыс. рублей денег и ***1*** месяц времени. Оптовая фирма согласна купить у него одну такую партию по цене ***105*** тыс. руб., если предприниматель потребует немедленной оплаты переданного ей товара, или по цене ***108*** тыс. руб., если он согласится поставить товар в кредит с отсрочкой оплаты в ***1*** месяц. То есть в первом случае предприниматель получит за свой товар ***105*** тыс. рублей по прошествии ***1*** месяца после затраты ***100*** тыс. рублей на его изготовление, а во втором – ***108*** тыс. рублей по прошествии ***2*** месяцев.

Доходность такой деятельности для первого и второго вариантов реализации продукции составит, соответственно:

$$\frac{105}{100} - 1 = 5\% \text{ в месяц и } \sqrt{\frac{108}{100}} - 1 = 3,9\% \text{ в месяц.}$$

А ее чистая современная стоимость при банковской ставке, например, ***2%*** в месяц будет равна:

$$-100 + \frac{105}{1+0,02} = 2,941 \text{ тыс. руб. в первом случае и:}$$

$$-100 + \frac{108}{(1+0,02)^2} = 3,806 \text{ тыс. руб. во втором.}$$

И вновь доходность и стоимость "подталкивают" нас к совершенно противоположным выводам. Ибо первый вариант более доходен, а второй имеет большую современную стоимость.

И также как и в первом примере, мы можем избежать необходимости использования критерия ***NPV***, воспользовавшись методом разностных платежей.

При "переходе" от первого варианта ко второму размер первоначальных затрат не меняется. Однако доход, который предприниматель получит ***1*** месяц спустя уменьшается со ***105*** тыс. руб. до нуля, что эквивалентно затратам ***105*** тыс. рублей. Доход же который будет им получен по прошествии ***2*** месяцев увеличивается с нуля рублей до ***108*** тыс. руб. Таким образом, отказываясь от первой альтернативы в пользу второй, предприниматель как бы инвестирует дополнительные ***105*** тыс. рублей через месяц после начала производства, а спустя еще один месяц получает дополнительный доход в размере ***108*** тыс. рублей. Доходность этой операции равна ***108/105-1=2,86%*** в месяц, что больше банковской ставки (***2%*** в месяц), на основе которой мы рассчитывали чистую современную стоимость.

в) Инвестиции различаются по моментам начала их осуществления.

Пример 2.1.3: Продажа сезонного товара.

На складах оптовой базы "завалялась" партия некоторого товара. Чтобы ее продать, необходимо затратить ***100*** тыс. рублей на рекламу и на развоз товара по магазинам, которым потребуется шесть месяцев для того, чтобы реализовать весь товар в розницу. После чего оптовая база получит причитающиеся ей деньги – ***300*** тыс. рублей.

Однако все эти действия можно осуществить не только сейчас, но и спустя полгода. При этом в результате продажи база получит уже не ***300***, а ***310*** тыс. рублей, ввиду того, что товар сезонный и через полгода его розничная цена несколько вырастет.

Необходимо определить какой из существующих вариантов является более выгодным при условии, что банковская ставка равна ***10%*** полугодовых.

Как и прежде, сравним существующие альтернативы по доходности (***IRR***) и по стоимости (***NPV***):

Первый вариант:

$$IRR = \frac{300}{100} - 1 = 200\% \text{ полугодовых;}$$

$$NPV = -100 + \frac{300}{1+0,1} = 172,727 \text{ тыс. рублей.}$$

Второй вариант:

$$IRR = \frac{310}{100} - 1 = 210\% \text{ полугодовых;}$$

$$NPV = \frac{-100}{1+0,1} + \frac{310}{(1+0,1)^2} = 165,289 \text{ тыс. рублей.}$$

То есть первый вариант уступает второму в доходности, но превосходит его по стоимости. Ситуация аналогична двум вышеописанным.

Что же касается метода разностных платежей, то в этом примере он также может служить альтернативой критерию ***NPV***. Однако в данном случае необходимо будет рассчитать внутреннюю норму доходности уже не двух, а трех денежных потоков (одного расхода и двух доходов), для чего простейший способ расчета доходности, которым мы пользовались ранее, уже не годится. Потребуется прибегнуть к составлению и решению квадратного уравнения.

§2.2. Вложение и заимствование.

Оценивая привлекательность вложения денег, мы считаем его выгодным, если его доходность превосходит банковский процент.

Когда же речь идет о заимствовании, мы считаем его выгодным для заемщика в том случае, когда ссудный процент меньше банковской ставки.

На следующем примере мы покажем, как легко бывает иногда перепутать эти два принципа принятия решения.

Пример 2.2.1: Строительные работы.

Строительная организация оценивает целесообразность заключения с заказчиком договора на выполнение строительных работ на следующих условиях.

Сначала заказчик перечисляет ей в качестве предоплаты ***65*** млн. руб. Затем в течение одного квартала строительная организация производит подготовительные работы, после чего затрачивает ***100*** млн. руб. на покупку стройматериалов и наем бригады строителей. Спустя еще три квартала все работы будут завершены, а заказчик уплатит оставшуюся часть причитающихся с него денег, составляющую ***37*** млн. руб.

Внутренняя норма доходности ***IRR*** этого инвестиционного проекта равна ***23,97%*** в квартал. (В чем нетрудно убедиться, рассчитав его чистую современную стоимость, используя значение ***23,97%*** в качестве нормы дисконта:

$$65+\frac{-100}{1+0,2397}+\frac{37}{(1+0,2397)^4}=0\ .)$$

Если предположить, что банковская ставка составляет, к примеру, ***6%*** в квартал, то можно признать рассматриваемый инвестиционный проект выгодным, так как ***23,97%>6%***.

Однако же рассчитав его ***NPV***:

$$NPV=65+\frac{-100}{1+0,06}+\frac{37}{(1+0,06)^4}=-0,032 \text{ млн. руб.,}$$

легко принять и полностью противоположное решение, поскольку ***-0,032<0***.

Секрет этого противоречия заключается в том, что график зависимости чистой современной стоимости ***NPV*** этого проекта от нормы дисконта ***r*** с ростом ***r*** пересекает в точке ***r=23,97%*** горизонтальную ось в направлении снизу вверх (что типично для займа), а не сверху вниз (что типично для вложения денег). Поэтому тот факт, что его ***IRR*** превышает банковскую ставку говорит скорее о его убыточности, чем о выгодности.

Более подробное описание данного явления можно найти в [1].

Таким образом, мы обнаруживаем еще один случай, когда результаты экономического исследования могут существенно зависеть от выбранного критерия оценки.

§2.3. Усреднение показателей при расчете стоимости и доходности.

В §1.2 мы уже разбирали ситуации, в которых существует возможность существенного влияния на результаты проводимого анализа путем выбора усредняемого показателя. В данном же параграфе мы покажем, насколько полезным может оказаться подобный метод при расчете доходности (или ***IRR***) и стоимости (или ***NPV***) экономической деятельности.

Понятно, что доходность и стоимость являются величинами так или иначе взаимосвязанными. Посмотрим, каким может быть характер этой зависимости.

В самом простейшем (но не тривиальном) случае инвестиционный проект заключает в себе два денежных потока – первоначальную затрату некоторой суммы денег S_1 и последующий доход S_2. Причем величина затраты бывает, как правило, фиксирована и заранее известна. А вот доход обычно имеет случайный, заранее не предопределенный размер. Разумеется, доходность r такого инвестирования также является величиной случайной. Если обозначить через $r_Б$ банковскую ставку, а через T – время, разделяющее моменты осуществления затраты и получения дохода, то зависимость NPV от r будет иметь следующий вид:

$$NPV = -S_1 + \frac{S_2}{(1+r_Б)^T} = -S_1 + \frac{S_1 \cdot (1+r)^T}{(1+r_Б)^T} .$$

Нетрудно заметить, что достаточно принять интервал T за единицу измерения времени (что в подобных случаях для упрощения расчетов практикуется довольно часто), и эта зависимость становится линейной; а значит какой бы из двух показателей, NPV и r, мы ни избрали в качестве усредняемого, итог анализа будет одним и тем же.

Отчасти благодаря именно этому факту среди не слишком "глубокомыслящих" экономистов давно сложилось подсознательное мнение, что если один из инвестиционных проектов обеспечивает более высокую среднюю доходность, то он имеет и более высокую среднюю NPV.

Разумеется, мнение это соответствует действительности далеко не всегда, причем отнюдь не только по причинам, изложенным в двух предыдущих параграфах (§2.1 и §2.2).

Так, даже в рамках только что описанной элементарной модели инвестиционного проекта можно выделить целых три характерных и достаточно часто встречающихся на практике случая, когда зависимость $NPV(r)$ носит нелинейный характер:

1. S_2 – случайная величина (S_1 и T детерминированы) и $T \neq 1$. При этом функция $NPV(r)$ имеет вышеуказанный вид.
2. S_1 – случайная величина (S_2 и T детерминированы). При этом:
$$NPV = -S_1 + \frac{S_2}{(1+r_Б)^T} = -\frac{S_2}{(1+r)^T} + \frac{S_2}{(1+r_Б)^T} .$$
3. T – случайная величина (S_1 и S_2 детерминированы). При этом:
$$NPV = -S_1 + \frac{S_2}{(1+r_Б)^T} = -S_1 + \frac{S_2}{(1+r_Б)^{\frac{\ln(S_2/S_1)}{\ln(1+r)}}} \quad \text{(поскольку } (1+r)^T = \frac{S_2}{S_1} \text{)}.$$

Три нижеприведенных примера соответствуют именно этим трем случаям.

<u>*Пример 2.3.1: Инвестирование со случайным доходом.*</u>

При вложении денег сроком на один квартал инвестиционный проект приносит на каждый вложенный рубль доход в $1,2$ рубля при благоприятном стечении обстоятельств и $0,9$ рубля при неблагоприятном. Оба исхода одинаково вероятны. Требуется оценить эффективность данного инвестиционного проекта в сравнении с банковским депозитом при условии, что банковская ставка составляет 30% годовых или $\sqrt[4]{1,3} - 1 = 6,78\%$ квартальных.

Примем срок в один год в качестве единицы измерения времени (то есть будем измерять доходность в годовых процентах).

Доходность рассматриваемого проекта будет равна $1,2^4 - 1 = 107,36\%$ годовых в случае удачи и $0,9^4 - 1 = -34,39\%$ годовых в противном случае.

В данном примере существует три альтернативных варианта использования нелинейного характера зависимости между доходностью и стоимостью.

Первый из них заключается в выборе подходящего критерия эффективности.

Если имеется желание завысить выгодность оцениваемого проекта, следует сравнивать данный проект и банковский депозит по их доходностям. При этом средняя доходность проекта, равная: $\boldsymbol{(107{,}36\% - 34{,}39\%)/2} = \boldsymbol{36{,}485\%}$ годовых, превзойдет банковскую ставку (***30%*** годовых).

Если же требуется получить противоположный результат, сравнивать следует чистые современные стоимости или даже просто величины доходов, приносимых рассматриваемым инвестиционным проектом и квартальным банковским депозитом, при условии равенства первоначальных вложений. Так, помещая, скажем, ***1*** млн. рублей на три месяца в банк мы можем получить по прошествии этого срока ***1,0678*** млн. рублей дохода. Однако, инвестируя ту же сумму в оцениваемый проект, мы получим в среднем лишь $\boldsymbol{(1{,}2 + 0{,}9)/2} = \boldsymbol{1{,}05}$ млн. рублей, что, естественно, свидетельствует о его невыгодности.

Второй вариант предполагает сравнение инвестиций исключительно по их доходностям, рассчитанным, однако же, с помощью двух различных способов.

Так, усреднение возможных значений доходности нашего проекта, как уже было показано выше, дает результат ***36,485%*** годовых, что больше банковской ставки (***30%*** годовых). Однако если усреднить возможные величины приносимого им дохода, а затем рассчитать его доходность на основе полученного среднего, результат будет совсем другим:

$$\left(\frac{1{,}2 + 0{,}9}{2}\right)^4 - 1 = 21{,}55\% \text{ годовых } (21{,}55\% < 30\%).$$

И наконец, третий вариант заключается в сравнении альтернатив исключительно на основе их чистых современных стоимостей или же просто на основе величин дохода, который они могут принести (опять же, разумеется, при условии равенства первоначальных затрат).

Как уже было показано выше, при вложении в рассматриваемый инвестиционный проект ***1*** млн. рублей мы будем иметь через ***1*** квартал в среднем ***1,05*** млн. рублей. Тогда как от банковского депозита при тех же условиях мы можем получить ***1,0678*** млн. рублей (***1,05<1,0678***).

Но возьмем теперь среднюю доходность проекта (***36,485%***) и посчитаем, какой доход должен приносить квартальный банковский депозит на вложенный миллион рублей, чтобы его годовая доходность составляла такую же величину:

$$\sqrt[4]{1{,}36485} = 1{,}081 \text{ млн. рублей.}$$

А это уже существенно больше, чем ***1,0678*** млн. рублей.

Заметим, что, рассматривая второй и третий варианты проведения анализа, мы вообще-то несколько забегаем вперед. Поскольку методы завышения и занижения доходности и стоимости будут рассматриваться в двух последующих разделах.

Пример 2.3.2: Покупка акций с продажей фьючерса.

В условиях существования фьючерсного рынка акций одной из многочисленных возможностей инвестирования денег является покупка некоторого количества акций, сопряженная с одновременной, последующей, а то и предшествующей продажей этих акций в том же количестве путем заключения фьючерсного контракта[1].

[1] Фьючерсный контракт (фьючерс) – есть договор купли-продажи товара, заключаемый на условиях отсрочки его оплаты и поставки. День предстоящей оплаты и поставки, называемый днем исполнения фьючерса, а также цена оплаты товара, называемая фьючерсной ценой, оговариваются при заключении контракта.

Допустим, что инвестор собирается купить акции в количестве ***1000*** штук. Но не сегодня, а только через полгода. Сегодня же он намеревается заключить фьючерсный контракт на продажу этой тысячи (еще не купленных) акций (с тем, чтобы застраховаться от падения их рыночной цены), срок исполнения которого наступит через ***1*** год.

Сегодня рыночная цена акций составляет ***1*** рубль за штуку. Цена же, которую они будут иметь через полгода, является логнормально распределенной случайной величиной ***X*** с математическим ожиданием ***1,15*** руб./шт. и стандартным отклонением ***0,3*** руб./шт. Банковская ставка равна ***10%*** полугодовых.

Попробуем оценить эффективность этого инвестиционного проекта.

Несмотря на то, что фьючерсная цена акций, по которой сегодня можно заключить контракт на их продажу с исполнением через год, условиями задачи не определена, мы легко найдем ее логическим путем.

Поскольку сегодняшняя покупка акций с одновременным заключением фьючерсного контракта на их продажу была бы эквивалентна по уровню риска вложению денег в банк на период времени с сегодняшнего дня до дня исполнения фьючерса,[1] доходность подобной покупки-продажи должна хотя бы приблизительно равняться доходности банковского депозита. Иначе либо никто не станет вкладывать деньги в банк, либо держатели этих акций продадут их и одновременно заключат фьючерсные контракты на их покупку, с тем чтобы продержать вырученные от продажи деньги на банковских депозитах вплоть до дня исполнения заключенных контрактов.

Исходя из этих соображений, можно сделать вывод, что сегодня фьючерсные сделки купли-продажи акций с исполнением через ***1*** год должны заключаться рыночными трейдерами по цене, превышающей цену обычных (нефьючерсных) сделок (цену-спот) в $\boldsymbol{(1+0{,}1)^2=1{,}21}$ раз. Стало быть, сегодня наш инвестор сможет продать свои акции по фьючерсной цене ***1,21*** руб./шт.

Однако мы не знаем точно, по какой цене он сможет купить их через полгода. Следовательно, доходность ***r*** всей операции в целом также является величиной случайной, равной:

$$\boldsymbol{r=\frac{1{,}21}{X}-1}$$ полугодовых единиц.

Математическое ожидание этой величины мы можем найти достаточно легко, если воспользуемся выведенной в §1.4.в формулой расчета математического ожидания отношения двух логнормально распределенных случайных величин:

$$\boldsymbol{M(r)=M\left(\frac{1{,}21}{X}\right)-1=\frac{1{,}21}{M(X)}\cdot\left(1+\left(\frac{\sigma(X)}{M(X)}\right)^2\right)-1=\frac{1{,}21}{1{,}15}\cdot\left(1+\left(\frac{0{,}3}{1{,}15}\right)^2\right)-1=}$$

=12,38% полугодовых.

В качестве альтернативы оцениваемому инвестиционному проекту будем рассматривать вложение ***1100*** рублей через полгода на полугодовой банковский депозит, позволяющее инвестору получить по окончании срока вклада (то есть через год, считая от сегодняшнего дня) доход в размере ***1210*** рублей. Эта сумма в точности равна доходу, который инвестор получил бы через год в результате продажи ***1000*** акций по фьючерсной цене ***1,21*** руб./шт.

[1] Эквивалентна в том смысле, что доходность этой операции является величиной детерминированной (то есть известной заранее), также, как и доходность банковского вклада.

Таким образом, ввиду того, что сравниваемые варианты вложения средств (покупка-продажа акций и банковский депозит) различаются лишь по величине первоначальных затрат ($\boldsymbol{1000 \cdot X}$ рублей и ***1100*** рублей), прочие же их параметры (величина дохода, а также моменты осуществления затрат и получения дохода) совпадают, – вместо чистой современной стоимости (***NPV***) мы можем использовать в качестве критерия эффективности данных инвестиций величину этих самых затрат.

Теперь так же, как и в предыдущем примере перед нами открываются три пути использования нелинейности функции ***NPV(r)***.

Во-первых, манипулировать результатами анализа можно просто посредством выбора подходящего критерия эффективности, осуществляемого между доходностью и стоимостью.

Так, средняя доходность инвестирования в акции, как мы уже рассчитали выше, составляет ***12,38%*** полугодовых. Банковский же депозит дает всего лишь ***10%*** полугодовых.

Однако покупка акций (в количестве ***1000*** штук) требует затраты в среднем $\boldsymbol{1000 \cdot 1{,}15 = 1150}$ рублей. Тогда как вложение в банк всего лишь ***1100*** рублей обеспечивает в будущем точно такой же доход, что и продажа ***1000*** акций по фьючерсной цене ***1,21*** руб./шт.

Во-вторых, добиться желаемого результата можно путем выбора оптимального способа расчета доходности.

Если с доходностью банковского вклада сравнивать математическое ожидание доходности вложения в акции, то второй вариант инвестирования покажется более привлекательным.

Если же "с целью упрощения вычислений" рассчитать среднюю доходность акций приближенно, через отношение величины дохода от их продажи к средней величине затрат на их покупку, результат сравнения будет иным:

$$M(r) \approx \frac{1{,}21}{M(X)} - 1 = \frac{1{,}21}{1{,}15} - 1 = 5{,}22\% \text{ полугодовых } (5{,}22\% < 10\%).$$

И в третьих, достичь поставленной цели можно посредством подбора способа расчета средней величины затрат (или же средней величины ***NPV***).

Как следует из условий задачи, математическое ожидание величины затрат на покупку акций превышает сумму, которую необходимо внести в банковский депозит (***1150*** руб. > ***1100*** руб.). Что свидетельствует в пользу банковского вклада.

Однако, рассчитав средние затраты на покупку акций приближенно, на основе дохода от их продажи и средней доходности всей этой торговой операции, мы получим совершенно другое число:

$$M(x) \approx \frac{1210}{1 + M(r)} = \frac{1210}{1 + 0{,}1238} = 1076{,}7 \text{ рублей } (1076{,}7 < 1100).$$

Теперь уже вложение в акции может показаться более эффективным по сравнению с банковским вкладом.

<u>*Пример 2.3.3: Продажа партии товара.*</u>

Торговая фирма собирается закупить партию товара по цене ***100*** тыс. рублей, которую впоследствии намеревается реализовать уже за ***105*** тыс. рублей. Время реализации ***T*** (определяемое моментом получения фирмой денег) составит по оптимистическим прогнозам ***1*** месяц, а по пессимистическим – ***6*** месяцев. Банковская ставка равна ***2%*** в месяц. Требуется оценить эффективность этого инвестиционного проекта.

В данном примере, как и в двух предыдущих, существует несколько вариантов использования свойств нелинейных зависимостей.

Рассчитаем возможные значения доходности и чистой современной стоимости рассматриваемого проекта.

В благоприятном случае (при $T = 1$) эти показатели будут равны:

$$r = \frac{105}{100} - 1 = 5\% \text{ в месяц; } NPV = -100 + \frac{105}{1+0{,}02} = 2{,}94 \text{ тыс. рублей.}$$

А в неблагоприятном (при $T = 6$):

$$r = \sqrt[6]{\frac{105}{100}} - 1 = 0{,}8\% \text{ в месяц; } NPV = -100 + \frac{105}{(1+0{,}02)^6} = -6{,}76 \text{ тыс. рублей.}$$

Средняя доходность оцениваемого проекта превышает банковскую ставку:

$$\frac{5\% + 0{,}8\%}{2} = 2{,}9\% \text{ в месяц } (2{,}9\% > 2\%).$$

Что говорит о его выгодности.

Однако его средняя NPV меньше нуля:

$$\frac{2{,}94 - 6{,}76}{2} = -1{,}91 \text{ тыс. рублей.}$$

Из чего следует, что банковский депозит является более эффективным вложением денег.

Примерно такое же значение средней NPV мы получим, если рассчитаем его на основе среднего времени реализации товара[1]:

$$T_{сред.} = \frac{1+6}{2} = 3{,}5 \text{ месяца, } NPV_{сред.} = -100 + \frac{105}{(1+0{,}02)^{3,5}} = -2{,}03 \text{ тыс. руб.}$$

Таким образом, выбирая подходящий критерий оценки, можно прийти к любому выводу.

Аналогичный эффект дает нам и подбор способа расчета средней доходности.

Как уже было показано выше, усреднение значений доходности, соответствующих оптимистическому и пессимистическому прогнозам, позволяет доказать более высокую эффективность оцениваемого проекта по сравнению с банковским вкладом ($2{,}9\% > 2\%$).

Тем не менее, рассчитав среднюю доходность на основе среднего времени реализации, получим существенно иной результат:

$$\sqrt[3,5]{\frac{105}{100}} - 1 = 1{,}4\% \text{ в месяц } (1{,}4\% < 2\%).$$

Манипуляция способами расчета чистой современной стоимости, в принципе, здесь также возможна. Но, к сожалению, расчет средней NPV через среднюю доходность в данном случае было бы трудно обосновать; расчет же стоимости через среднее время реализации, как уже было показано, не дает значительного эффекта, ввиду слабо выраженной нелинейности функции $NPV(r)$.

В заключение заметим, что метод, рассмотренный в настоящем параграфе, а также в §1.2, в большинстве случаев позволяет завышать и занижать доходность в более значительной степени, чем стоимость, что вполне объяснимо. Ведь выгодность инвестиционного проекта непосредственно определяется двумя группами параметров: величинами его денежных потоков и моментами их поступления. И если доходность зачастую бывает связана нелинейными зависимостями с каждым из этих параметров, то стоимость линейно зависит от

---

[1] Что является следствием недостаточно сильно выраженной нелинейности зависимости NPV от T.

величин потоков и почти линейно (в чем мы убедились на последнем примере) от моментов их поступления.

§2.4. Аргументы "за" и "против".

Учитывая, что выбор между доходностью и стоимостью имеет иногда столь важное значение, приведем перечень возможных доводов в пользу того и другого критерия, при помощи которых можно, если потребуется, обосновать свой выбор.

Аргументы в пользу доходности (***IRR***):

1. С помощью доходности удобно оценивать инвестиционный проект с произвольным масштабом, то есть приносящий доход, пропорциональный вкладываемым в него средствам. Поскольку при расчете доходности, по сути, учитываются не абсолютные величины затрат и доходов, а лишь соотношения между этими величинами.
2. С помощью доходности удобно оценивать инвестиционный проект, который можно осуществить многократно, несколько раз подряд реинвестируя полученные доходы. Поскольку само приведение доходности к годовому, квартальному или иному проценту неявно предполагает возможность реинвестирования капитала.
3. Для расчета доходности не требуется знать величину действующей банковской ставки, тогда как для расчета ***NPV*** знать эту ставку необходимо.[1]
4. В отличие от ***NPV***, использовать доходность можно даже в том случае, когда банковская ставка по кредитам существенно превосходит ставку по вкладам.
5. Знание доходности инвестиционного проекта позволяет определить пределы возможных колебаний банковской ставки, при которых этот проект продолжает оставаться выгодным.

Аргументы в пользу стоимости (***NPV***):

1. ***NPV*** удобно использовать для оценки инвестиционных проектов, имеющих фиксированный масштаб (то есть фиксированную в рублевом выражении величину затрат и доходов), а также проектов, которые можно осуществить лишь один раз.
2. ***NPV*** всегда имеет одно и только одно значение, тогда как внутренняя норма доходности инвестиций с более чем двумя денежными потоками может оказаться неоднозначной или же вообще не иметь значения.
3. Внутренняя норма доходности инвестиционного проекта с более чем двумя денежными потоками в общем случае вообще не позволяет оценить его выгодность (даже, если известна банковская ставка), поскольку не всегда можно определить, следует ли рассматривать этот проект как вложение денег или как их заимствование. Критерий же ***NPV*** лишен этого недостатка.
4. В случае, когда одна из двух инвестиций имеет по сравнению с другой более высокую ***NPV***, но менее высокую доходность, более выгодной является та, которая обладает большей ***NPV***.
5. Чистая современная стоимость в отличие от доходности обладает свойством аддитивности, поскольку ***NPV*** нескольких инвестиционных проектов, осуществляемых вместе, равна сумме ***NPV*** каждого из них в отдельности.

---

[1] Тем не менее, чтобы оценить выгодность инвестиционного проекта в полной мере, в любом случае необходимо сравнить его доходность с банковской ставкой. Сама по себе доходность позволяет судить о его выгодности лишь в сравнении с вложением денег "под подушку".

Раздел 3. *Как завысить (занизить) доходность.*

К сожалению, возможность самостоятельного выбора критерия оценки инвестиций предоставляется экономисту далеко не всегда. "Заказчик" исследования вполне может определенно "намекнуть", что из всех показателей для него важнейшим является доходность (или ее внутренняя норма). Однако при этом он скорее всего не станет указывать, каким способом эту доходность следует рассчитывать.

О том, насколько существенно значения этого показателя могут зависеть от способа его вычисления, повествует настоящий раздел.

§3.1. Использование формулы простых процентов.

Одним из самых легких способов завышения и занижения доходности является использование при ее расчете формулы простых процентов.

Пример 3.1.1: Доходность бескупонных облигаций.

Рыночная стоимость бескупонных облигаций, срок погашения которых наступает через полгода, составляет ***82,65%*** от номинала. Банк же начисляет ***10%*** по квартальным вкладам и ***46,41%*** по годовым (заметьте, что $\boldsymbol{1{,}1^4 - 1 = 46{,}41\%}$). Необходимо доказать как то, что вложение денег в эти облигации является более доходной инвестицией, чем банковский вклад, так и то, что оно имеет меньшую доходность по сравнению с вложением в банк.

Купив сегодня эти облигации по цене ***82,65%*** от их номинала, можно получить по ним через полгода ***100%***, то есть сумму, в ***100%/82,65%=1,21*** раза (или на ***21%***) превышающую первоначальные затраты. И ровно столько же можно получить, вложив деньги на два квартала в банк: $\boldsymbol{1{,}1^2 - 1 = 21\%}$.

Таким образом, сравнение полугодовых доходностей рассматриваемых инвестиционных проектов говорит об их одинаковой эффективности.

Но попробуем теперь рассчитать по формуле простых процентов квартальную и годовую доходности облигаций:

21% /2=10,5% квартальных,

$\boldsymbol{21\% \cdot 2 = 42\%}$ годовых.

Нетрудно заметить, что квартальная доходность облигаций превосходит соответствующий показатель банковского депозита (***10,5%>10%***), а годовая – наоборот, "не дотягивает" до него (***42%<46,41%***). Хотя мы знаем, что в действительности эффективность обоих вариантов инвестирования одинакова.

Следовательно, при переходе от более короткого периода времени к более продолжительному пересчет доходности инвестиции по формуле простых процентов приводит к занижению ее эффективности, а при переходе от более длинного интервала к более короткому – к завышению.

Особенно сильно этот эффект проявляется при больших значениях доходности.

§3.2. Приведение доходности к заданному временному интервалу в условиях риска.

Пересчет доходности инвестиций при переходе к другому (по длительности) периоду времени представляет для нас интерес не только в плане возможного использования формулы простых процентов. Существует еще одно, не менее интересное обстоятельство, связанное с этой процедурой.

Рассмотрим следующий пример.

Пример 3.2.1. Эффективность производства.

Изготовление одной партии нового товара (производственный цикл) занимает три месяца. Поэтому и минимальный срок вложения денег в это производство равен одному кварталу. Доходность же такой инвестиции является величиной случайной и составит ***20%*** квартальных в случае успеха и ***-10%*** квартальных в случае неудачи. Оба результата равновероятны.

Требуется оценить годовую доходность этого проекта.

Традиционный способ приведения доходности к иному временному интервалу заключается в ее пересчете при помощи формулы сложных процентов. Применительно к нашему случаю, она будет иметь следующий вид:

$$r_Г = (1 + r_К)^4 - 1\,.$$

где $r_Г$ – годовая доходность, $r_К$ – квартальная доходность.

Однако, если мы попытаемся адаптировать эту формулу к использованию в условиях риска (то есть в ситуациях, в которых $r_К$ является величиной случайной), мы обнаружим по крайней мере два возможных способа ее модернизации, приходящих на ум практически одновременно.

Во-первых, мы можем считать, что формула сложных процентов отражает функциональную зависимость между значениями случайных величин $r_К$ и $r_Г$. Тогда в нашем примере среднюю годовую доходность инвестиций следует рассчитывать так:

$$M(r_Г) = M\left((1 + r_К)^4 - 1\right) = \frac{(1 + 0{,}2)^4 - 1 + (1 - 0{,}1)^4 - 1}{2} = \frac{107{,}36\% - 34{,}39\%}{2} =$$

$$= 36{,}48\%\,.$$

Во-вторых, можно истолковать ее как выражение функциональной зависимости между математическими ожиданиями величин $r_К$ и $r_Г$, то есть считать, что:

$$M(r_Г) = (1 + M(r_К))^4 - 1 = \left(1 + \frac{0{,}2 - 0{,}1}{2}\right)^4 - 1 = (1 + 0{,}05)^4 - 1 = 21{,}55\%\,.$$

(Заметьте, что, хотя в общем случае $M\left((1 + r_К)^4\right) - 1 \neq (1 + M(r_К))^4 - 1$, – при отсутствии риска, то есть, когда $r_К$ неслучайна, неравенство превращается в тождество.)

Прибегнув к первому варианту обобщения формулы сложных процентов, мы должны будем записать в своем аналитическом отчете приблизительно следующее:

Средняя (ожидаемая) годовая (или приведенная к годовым единицам) доходность квартального вложения денег равна $M\left((1 + r_К)^4 - 1\right) = 36{,}48\%$ *годовых.*

При избрании же второго варианта наш отчет будет содержать несколько иную формулировку:

Приведенная к годовым единицам (или к годовому проценту) средняя (ожидаемая) доходность квартального вложения денег равна $(1 + M(r_К))^4 -$ $-1 = 21{,}55\%$ *годовых.*

Несмотря на кажущуюся эквивалентность смыслового содержания этих двух высказываний, при внимательном прочтении можно понять, что речь в них идет о разных годовых доходностях, которые, в чем мы только что убедились, могут весьма существенно различаться по своей величине.

Однако два вышеописанных способа вычисления средней годовой доходности не являются единственными альтернативами. Если немного подумать, нетрудно обнаружить еще один достаточно резонный вариант расчета.

Поразмыслим над тем, какой смысл мы обычно вкладываем в слова: "средняя доходность вложения денег сроком на один квартал составляет ***N*** процентов годовых". Произнося их, мы зачастую (хотя, быть может, и не всегда) подразумеваем, что, если инвестор вложит деньги на один квартал в данный инвестиционный проект, а затем в начале каждого из трех последующих кварталов будет реинвестировать свой капитал в проекты с такой же доходностью, то полученный им в конце года доход составит ***N*** процентов от первоначальных затрат.

А теперь представим, что мы решили вложить деньги в рассматриваемый нами инвестиционный проект (производство нового товара) сроком на один год, то есть осуществить не один, а четыре производственных цикла. При этом будем считать, что доходность каждого квартала этого года (доходность каждого цикла), независимо от итогов предшествующих кварталов, с равными вероятностями может составить как ***20%***, так и ***-10%***.

Поскольку оба этих исхода равновероятны, то, скорее всего, из четырех кварталов года два окажутся прибыльными, и два – убыточными[1]. Следовательно, наиболее вероятным значением полученной за год доходности является следующее:

$(1+0,2)^2 \cdot (1-0,1)^2 - 1 = 16,64\%$ годовых.

В аналитический же отчет можно включить, к примеру, одно из двух нижеприведенных утверждений:

*Наиболее вероятное значение доходности годового вложения денег для нашего инвестиционного проекта составляет **16,64%** годовых.*

*При одинаковом количестве успехов и неудач доходность (любого по сроку) вложения будет равна **16,64%** годовых.*

Примечание. В общем случае, когда доходность инвестиции r может принимать n возможных значений r_1, r_2, … r_n с вероятностями p_1, p_2, … p_n, соответственно, эти рассуждения потребуется несколько усложнить.

Будем считать, что срок вложения наших денег составляет не четыре, а T кварталов. Причем T – достаточно большое натуральное число. Тогда в результате этого инвестирования приблизительно $p_1 \cdot T$ кварталов принесут нам доходность r_1, $p_2 \cdot T$ кварталов "дадут" доходность r_2 и т.д. Следовательно, наиболее вероятным результатом такого инвестирования будет увеличение первоначального капитала приблизительно в:

$(1+r_1)^{p_1 \cdot T} \cdot (1+r_2)^{p_2 \cdot T} \cdot \ldots (1+r_n)^{p_n \cdot T}$ раз,

что будет соответствовать доходности:

$$\sqrt[T]{(1+r_1)^{p_1 \cdot T} \cdot (1+r_2)^{p_2 \cdot T} \cdot \ldots (1+r_n)^{p_n \cdot T}} - 1 = (1+r_1)^{p_1} \cdot (1+r_2)^{p_2} \cdot \ldots (1+r_n)^{p_n} - 1 =$$
$$= \exp\left(\ln\left((1+r_1)^{p_1} \cdot (1+r_2)^{p_2} \cdot \ldots (1+r_n)^{p_n}\right)\right) - 1 =$$
$$= \exp\left(p_1 \cdot \ln(1+r_1) + p_2 \cdot \ln(1+r_2) + \ldots p_n \cdot \ln(1+r_n)\right) - 1 =$$
$$= \exp\left(M\left(\ln(1+r)\right)\right) - 1 \text{ квартальных единиц или } \exp\left(4 \cdot M\left(\ln(1+r)\right)\right) - 1 \text{ годовых.}$$

Таким образом, три вышеописанных варианта расчета позволяют получить три совершенно разных оценки годовой доходности нашего проекта: ***36,48%***, ***21,55%*** и ***16,64%***.

Самое же интересное заключается в том, что в данном примере каждая из этих оценок при соответствующих обстоятельствах может оказаться наиболее корректной из всех.

Допустим, что мы вкладываем деньги в рассматриваемый инвестиционный проект сроком на один год (то есть на четыре производственных цикла). Обозначим через r_{K1}, r_{K2}, r_{K3} и r_{K4} доходности, которые будут получены нами

[1] Справедливым также будет являться утверждение о том, что из четырех кварталов года в среднем два окажутся прибыльными, и два – убыточными.

в первом, втором, третьем и четвертом кварталах этого года. Если всю прибыль первого, второго и третьего кварталов (как положительную, так и отрицательную) мы будем капитализировать, то к окончанию срока инвестирования первоначально вложенный капитал увеличится в:
$(1+r_{K1})\cdot(1+r_{K2})\cdot(1+r_{K3})\cdot(1+r_{K4})$ раз.

При условии независимости случайных величин r_{K1}, r_{K2}, r_{K3} и r_{K4}, математическое ожидание этого произведения будет равно:

$$M\big((1+r_{K1})\cdot(1+r_{K2})\cdot(1+r_{K3})\cdot(1+r_{K4})\big)=M(1+r_{K1})\cdot M(1+r_{K2})\cdot M(1+r_{K3})\times$$
$$\times M(1+r_{K4})=(1+M(r_{K1}))\cdot(1+M(r_{K2}))\cdot(1+M(r_{K3}))\cdot(1+M(r_{K4})).$$

А поскольку в нашем примере средняя ожидаемая доходность каждого квартала одинакова и составляет $(20\%-10\%)/2=5\%$ квартальных, то есть $M(r_{K1})=M(r_{K2})=M(r_{K3})=M(r_{K4})=5\%$, средняя ожидаемая доходность $M(r_Г)$ четырехквартального вложения будет равна:

$$M(r_Г)=M\big((1+r_{K1})\cdot(1+r_{K2})\cdot(1+r_{K3})\cdot(1+r_{K4})\big)-1=(1+0{,}05)^4-1=21{,}55\%.$$

Что полностью совпадает с одним из результатов, полученных выше.

А теперь допустим, что случайные величины r_{K1}, r_{K2}, r_{K3} и r_{K4} зависимы. В нашей ситуации такое предположение является вполне естественным, так как доходность инвестиции в производство первой партии любого нового товара зачастую в значительной степени предопределяет доходности инвестиций в изготовление последующих партий (а вернее сказать, уточняет прогнозируемые значения этих доходностей), поскольку она обычно несет в себе существенный объем информации, недополученный по тем или иным причинам в ходе маркетингового исследования рынка аналогичных товаров.

Рассмотрим предельный случай. Будем считать, что доходность второго, третьего и четвертого производственных циклов будут в точности равны доходности первого цикла (то есть $r_{K1}=r_{K2}=r_{K3}=r_{K4}=r_K$). При этом мы также будем предполагать, что, вложив деньги в производство сроком на четыре квартала, мы уже не сможем ликвидировать начатую деятельность раньше, чем через год даже в случае, если первый производственный цикл принесет нам убытки.[1] Тогда математическое ожидание доходности $r_Г$, которая будет получена при годовом инвестировании, составит:

$$M(r_Г)=M\big((1+r_K)^4\big)-1=\frac{(1+0{,}2)^4+(1-0{,}1)^4}{2}-1=36{,}48\% \text{ годовых.}$$

Что опять же совпадает с одной из полученных нами ранее оценок.

Как видите, сделав не особенно важное, на первый взгляд, допущение о зависимости величин r_{K1}, r_{K2}, r_{K3} и r_{K4}, мы "подняли" среднюю годовую доходность с ***21,55%*** до ***36,48%***. И "подъем" этот мог бы быть еще более существенным, если бы мы имели основания полагать, что у нас будет возможность без особых потерь свернуть производство по прошествии первого же квартала, в том случае если полученная доходность r_{K1} окажется отрицательной, и вложить свой капитал на три оставшихся квартала, например, в банковский депозит. Так что, при соответствующих обстоятельствах оценку ***36,48%*** можно считать даже заниженной.

[1] Такое предположение вполне резонно, например, в случае если мы арендуем помещение и нанимаем рабочих сразу на целый год.

А теперь обратимся к другому предельному случаю. Будем считать, что какое бы значение ни приняли случайные величины r_{K1}, r_{K2}, r_{K3} и r_{K4}, произведение $(1+r_{K1})\cdot(1+r_{K2})\cdot(1+r_{K3})\cdot(1+r_{K4})$ непременно будет равно некоторой постоянной величине. Или же предположим, что из четырех производственных циклов ровно половина окажется прибыльной, и ровно половина – убыточной. В данном примере оба допущения эквивалентны, вполне согласуются с исходными условиями задачи и, к тому же, вполне объяснимы.

Представим, например, что изделие, которое мы собираемся производить, является приложением к какому-то другому товару, расширяющим функциональные возможности последнего[1]. Причем приблизительное количество владельцев этого товара нам известно, и мы уверены, что все они рано или поздно в течение года захотят приобрести наше изделие-приложение. Таким образом, мы знаем общий годовой объем спроса, однако не знаем, каким будет распределение этого спроса по четырем кварталам года. Стало быть, суммарный годовой результат нашей деятельности будет более определенной величиной, нежели результаты каждого из четырех производственных циклов.

Из сделанного нами предположения о постоянстве вышеуказанного произведения квартальных коэффициентов роста капитала следует, что доходность нашей годовой деятельности в любом случае составит:

$$r_Г = (1+r_{K1})\cdot(1+r_{K2})\cdot(1+r_{K3})\cdot(1+r_{K4}) - 1 = (1+0{,}2)^2\cdot(1-0{,}1)^2 - 1 = 16{,}64\%$$

годовых.

Так что, все три представленных нами альтернативных способа расчета годовой доходности по заданной квартальной находят достаточно убедительные обоснования.

Еще одной, весьма полезной для работников фондового рынка иллюстрацией к рассматриваемой нами теме может служить следующий пример.

Пример 3.2.2. Вложение в акции с продажей фьючерса.

Доходность r вложения денег в акции сроком на один квартал в среднем составляет ***6%*** квартальных при стандартном отклонении ***14%*** квартальных. Банковская ставка равна ***5%*** квартальных.

Требуется оценить доходность годового вложения денег в эти акции, сопряженного с одновременным заключением фьючерсного контракта на их продажу со сроком исполнения, наступающим через один год.

Поскольку покупка ценных бумаг с одновременной их продажей по фьючерсу эквивалентна по уровню риска вложению денег в банк, доходность такой инвестиции должна приблизительно равняться доходности банковского вклада. Стало быть, в нашем примере фьючерсная цена, по которой инвестор сможет продать акции, будет примерно в $(1+0{,}05)^4 = 1{,}2155$ раза превышать цену-спот, по которой он их купит. Доходность же всей операции в целом будет, таким образом, соответствовать банковской ставке, составляя ***21,55%*** годовых.

Предположим, однако, что в результате низкой ликвидности рынка или по каким-то иным причинам инвестору удалось заключить фьючерсный контракт на продажу акций по цене, превышающей цену их покупки только лишь в ***1,2*** раза. Что соответствует доходности уже не ***5%***, а всего лишь $\sqrt[4]{1{,}2} - 1 = 4{,}66\%$ квартальных.

[1] Например, автосигнализация является приложением к автомобилю, доступ в интернет – приложением к компьютеру и т.п.

Естественно, в подобной ситуации у него может возникнуть желание несколько завысить результаты своей инвестиционной деятельности. Что вполне осуществимо.

Мы выяснили, что за год инвестированный в акции капитал вырастет в ***1,2*** раза. Посмотрим теперь, во сколько раз он увеличится за каждый из четырех кварталов года.

Понятно, что за каждый из первых трех кварталов цена акций вырастет в среднем в ***1,06*** раза (поскольку ожидаемая доходность акций составляет ***6%*** квартальных). Следовательно, во столько же раз в среднем будет увеличиваться и стоимость капитала[1]. А вот определить рост этой стоимости за четвертый квартал будет несколько труднее.

Поскольку речь идет об акциях, у нас есть все основания предположить, что их рыночная цена в любой будущий момент времени является случайной величиной с логнормальным распределением вероятностей. Что мы и сделаем.

Будем считать, что цена покупки акций равна ***1*** рублю за штуку. Тогда (учитывая независимость доходностей акций на двух любых непересекающихся временных отрезках) можно заключить, что их стоимость на начало четвертого квартала будет иметь математическое ожидание $\boldsymbol{1{,}06^3} = \boldsymbol{1{,}191}$ руб./шт. и стандартное отклонение ***0,2748*** руб./шт.[2] При этом, как мы предположили выше, фьючерсная цена продажи этих акций равна ***1,2*** руб./шт. Используя выведенную в §1.4.в формулу расчета математического ожидания двух логнормально распределенных величин, найдем среднюю ожидаемую величину отношения цены продажи акций к их цене на начало четвертого квартала:

$$\frac{\boldsymbol{1{,}2}}{\boldsymbol{1{,}191}} \cdot \left(\boldsymbol{1} + \left(\frac{\boldsymbol{0{,}2748}}{\boldsymbol{1{,}191}} \right)^{\boldsymbol{2}} \right) = \boldsymbol{1{,}0612} .$$

Таким образом, хотя в целом за год капитал увеличивается всего в ***1,2*** раза, что, как уже было показано выше, в пересчете равно ***4,66%*** квартальных, средняя ожидаемая доходность рассматриваемого инвестиционного проекта за первый, второй и третий кварталы составляет ***6%***, а за четвертый – даже ***6,12%***, значительно превышая тем самым банковскую ставку (***5%***).

Еще более впечатляющих результатов можно достичь, если оценивать эффективность на основе математических ожиданий доходностей каждого квартала, выраженных в годовых процентах.

Обозначим доходности первого, второго, третьего и четвертого кварталов через $\boldsymbol{r_{K1}}$, $\boldsymbol{r_{K2}}$, $\boldsymbol{r_{K3}}$ и $\boldsymbol{r_{K4}}$. При этом величины $(\boldsymbol{1} + \boldsymbol{r_{K1}})$, $(\boldsymbol{1} + \boldsymbol{r_{K2}})$, $(\boldsymbol{1} + \boldsymbol{r_{K3}})$ и $(\boldsymbol{1} + \boldsymbol{r_{K4}})$ будут иметь логнормальное распределение вероятностей. Математические ожидания и стандартные отклонения первых трех из них нам известны из условий задачи; они равны, соответственно, ***1,06*** и ***0,14*** квартальных единиц. Математическое ожидание величины $(\boldsymbol{1} + \boldsymbol{r_{K4}})$ мы только что рассчитали. Оно составляет ***1,0612*** квартальных единиц. Ее стандартное отклонение тоже можно рассчитать, учитывая, что $(\boldsymbol{1} + \boldsymbol{r_{K4}})$ есть отношение константы ***1,2*** к логнормально распределенной случайной величине с известными ха-

[1] При этом мы не учитываем изменений стоимости фьючерсного контракта.

[2] Расчет стандартного отклонения по имеющимся в задаче исходным данным достаточно сложен. Необходимо вычислить сначала параметры логнормального распределения стоимости акций на начало второго квартала, затем найти аналогичные параметры распределения их стоимости на начало четвертого квартала. После чего можно будет рассчитать и искомое стандартное отклонение (см. приложение 2).

рактеристиками. Опуская вычисления, скажем, что оно равно ***0,24484*** квартальных единиц.

Нетрудно доказать, что, если случайная величина ***(1+X)*** распределена логнормально, то:

$$M\left((1+X)^T-1\right)=\exp\left(T\cdot\mu+\frac{T^2\cdot\sigma^2}{2}\right)-1=(1+m_X)^T\cdot\left(\frac{\sqrt{(1+m_X)^2+s_X{}^2}}{(1+m_X)}\right)^{(T-1)\cdot T}-1,$$

где T – любое целое или дробное число; μ и σ – параметры логнормального распределения величины ***(1+X)***; m_X и s_X – математическое ожидание и стандартное отклонение величины X.

Следовательно, в нашем примере:

$$M\left((1+r_{K1})^4-1\right)=M\left((1+r_{K2})^4-1\right)=M\left((1+r_{K3})^4-1\right)=$$

$$=(1+0{,}06)^4\cdot\left(\frac{\sqrt{(1+0{,}06)^2+0{,}14^2}}{(1+0{,}06)}\right)^{12}-1=40{,}05\%\text{ годовых,}$$

$$M\left((1+r_{K4})^4-1\right)=(1+0{,}0612)^4\cdot\left(\frac{\sqrt{(1+0{,}0612)^2+0{,}24484^2}}{(1+0{,}0612)}\right)^{12}-1=73{,}11\%$$

годовых.

То есть средняя ожидаемая доходность, которую наш инвестиционный проект принесет инвестору в каждом из первых трех кварталов года, равна ***40,05%*** годовых! Что же касается последнего квартала, то для него соответствующий показатель составляет целых ***72,45%*** годовых![1]

В заключение заметим, что все вышеописанные методы пересчета доходности, разумеется, могут применяться не только для оценки эффективности будущих инвестиций, но и для анализа уже осуществленных проектов. В последнем случае расчеты, скорее всего, будут даже проще для понимания.

§3.3. Использование нелинейной зависимости между доходностью и прочими случайными величинами.

Весьма эффективным способом манипулирования величиной средней доходности инвестиций является метод, описанный в §1.2 и уже применявшийся нами при расчете доходностей в §2.3. Поэтому в данном разделе мы не будем возвращаться к демонстрации его возможностей, порекомендуем лишь еще раз просмотреть три расчетных примера параграфа 2.3. Кроме того, заметим, что в предыдущем параграфе при пересчете доходностей мы пользовались во многих отношениях аналогичным приемом, также основанным на использовании свойств нелинейных зависимостей между случайными величинами.

§3.4. Использование парадокса Симпсона.

Анализ доходностей инвестиций является еще одной сферой деятельности экономиста, в которой могут иметь место проявления парадокса Симпсона.

Пример 3.4.1. Сравнение двух инвестиционных портфелей.

Два инвестора вложили по ***100*** тыс. рублей в разнообразные инвестиционные проекты. Ровно один год спустя стоимость инвестиционного портфеля первого из них составила ***120*** тыс. рублей, а стоимость портфеля второго – ***125*** тыс. рублей.

---

[1] Высокое среднее значение доходности четвертого квартала является следствием относительно большой величины ее стандартного отклонения (***24,484%***).

Требуется доказать, что первый инвестор вложил свой капитал более эффективно, чем второй.

Одним из возможных путей решения этой задачи является раздел каждого из двух сравниваемых инвестиционных портфелей на части по какому-либо признаку с последующим попарным сравнением соответствующих частей.

Допустим, что мы поделили портфели по степени рискованности входящих в них инвестиций на две составляющие части: спекулятивную (рискованную) и надежную. При этом стоимости каждой из них на начало и на конец года оказались следующими (см. табл.3.4.1):

<u>Таблица 3.4.1</u>: <u>Раздел инвестиционных портфелей на спекулятивную и надежную составляющие. (Все стоимости приведены в тыс. рублей.)</u>

	Общий (суммарный) итог		Спекулятивная составляющая		Надежная составляющая	
	1-й портфель	2-й портфель	1-го портфеля	2-го портфеля	1-го портфеля	2-го портфеля
Стоимость в начале года	100	100	25	75	75	25
Стоимость в конце года	120	125	33	97	87	28
Годовая доходность	*20%* <	*25%*	*32%* >	*29,3%*	*16%* >	*12%*

Посчитаем теперь доходности каждой из этих двух составляющих и сравним их. Как видите, первый портфель превосходит второй как по доходности спекулятивной (***32%>29,3%***), так и по доходности надежной части (***16%>12%***). Хотя суммарные итоги свидетельствуют в пользу второго портфеля (***20%<25%***).

Таким образом, переходя от сравнения общих результатов к "более комплексному анализу" можно прийти к совершенно иным выводам.

Нетрудно догадаться, что причина этого противоречия заключается в том, что первый инвестор вложил в спекулятивные проекты лишь ***25%*** от своего первоначального капитала. Второй же инвестор вложил в них целых ***75%***. Поэтому, несмотря на превосходство первого портфеля над вторым по относительным показателям, по абсолютному результату второй инвестор "обошел" первого.

Не лишним будет подчеркнуть, что залогом успеха в применении данного метода является оптимальный выбор способа раздела инвестиционного портфеля. Что достаточно наглядно демонстрирует следующий пример.

<u>Пример 3.4.2. Выбор варианта раздела инвестиционного портфеля.</u>

Инвестор вложил свой капитал общей стоимостью в ***100*** тыс. рублей сроком на один год в три инвестиционных проекта: ***А***, ***Б*** и ***В***. В проекты ***А*** и ***В*** он инвестировал по ***30*** тыс. рублей, а в проект ***Б*** – ***40*** тыс. рублей. По прошествии одного года стоимость его инвестиционного портфеля составила ***120*** тыс. рублей. При этом стоимости каждой из трех составляющих этого портфеля, ***А***, ***Б*** и ***В***, оказались равными, соответственно, ***38***, ***48*** и ***34*** тыс. рублей (***38+48+34=120***).

Попробуем найти способы завышения и занижения эффективности этих инвестиций, для чего сведем исходные данные в таблицу:

<u>Таблица 3.4.2</u>: Стоимости инвестиционного портфеля и трех его составляющих в тыс. рублей.

	Портфель инвестиций в целом	Составляющие портфеля		
		А	Б	В
Стоимость в начале года	100	30	40	30
Стоимость в конце года	120	38	48	34
Годовая доходность	*20%*	*26,7%*	*20%*	*13,3%*

Конечно, в качестве результата анализа эффективности вложений можно просто привести доходности каждого из инвестиционных проектов входящих в портфель (без указания распределения капитала между ними). Однако этот вариант имеет по меньшей мере два следующих недостатка.

Во-первых, среднеарифметическое значение этих доходностей (которое всякий, кто будет просматривать результаты анализа, наверняка станет рассчитывать) в общем случае может оказаться приблизительно равным доходности всего портфеля в целом. В нашем же примере имеет место даже строгое равенство: ***(26,7%+20%+13,3%)/3=20%***.

Во-вторых, хотя в нашем примере количество входящих в портфель инвестиций невелико (всего три проекта), в общем случае оно может оказаться довольно большим. Что усложнит оценку эффективности портфеля в целом.

Поэтому имеет смысл прибегнуть к делению инвестиционного портфеля на меньшее количество частей по какому-либо признаку.

Допустим, что согласно мнению экспертов проект ***А*** является спекулятивным (то есть рискованным) и низколиквидным; проект ***Б*** – надежным, но тоже низколиквидным; а проект ***В*** – и надежным, и ликвидным.[1] Тогда перед нами открываются два варианта раздела портфеля на две части: раздел по степени риска и по степени ликвидности. Их результаты представлены в табл. 3.4.3:

<u>Таблица 3.4.3</u>: Варианты раздела инвестиционного портфеля. (Все стоимости приведены в тыс. рублей.)

	Общий (суммарный) итог	1-й вариант раздела		2-й вариант раздела	
		А (спекулят. часть)	Б+В (надежная часть)	А+Б (неликвид. часть)	В (ликвидная часть)
Стоимость в начале года	100	30	70	70	30
Стоимость в конце года	120	38	82	86	34
Годовая доходность	*20%*	*26,7%*	*17,1%*	*22,9%*	*13,3%*

А теперь посмотрим, какой из этих вариантов позволяет представить результаты инвестирования в более выгодном свете.

Раздел по степени риска позволяет включить в аналитический отчет цифры ***26,7%*** и ***17,1%*** годовых. Деление же по уровню ликвидности приводит к менее внушительным показателям: ***22,9%*** и ***13,3%*** годовых. Таким образом, если не упоминать том, какая доля капитала приходится на каждую из двух частей, получившихся в результате раздела портфеля, то первый вариант деления безусловно является более предпочтительным, если требуется завысить доходность, и менее предпочтительным в противном случае (поскольку ***26,7%>22,9%*** и ***17,1%>13,3%***).

---

[1] Обратите внимание, что данная экспертами характеристика инвестиций вполне согласуется с их доходностями, приведенными в табл. 3.4.2. Поскольку большей доходности, как правило, соответствует меньшая надежность и ликвидность.

§3.5. Метод разностных платежей.

В параграфе 2.1 мы рассмотрели случаи, когда из двух инвестиционных проектов более эффективным является тот, который имеет меньшую по сравнению с другим доходность. Эффективность же мы определяли двумя способами: на основе критерия ***NPV*** и при помощи метода разностных платежей. Оба этих способа приводили нас к одинаковым выводам.

В том же параграфе, мы в общих чертах сформулировали один метод достижения желаемых результатов сравнительного анализа двух инвестиций, описание которого следовало бы поместить в настоящем разделе, поскольку основан он на использовании в качестве критерия эффективности исключительно доходности (или ее внутренней нормы ***IRR***). Напомним, в чем этот метод заключается.

Сначала необходимо рассчитать и сравнить между собой доходности обоих инвестиционных проектов. И если проект, который мы желали бы представить, как более выгодный, имеет более высокую доходность по сравнению с другим, следует просто указать на данный факт в своем отчете, и всякий, кто будет его читать, сам сделает нужный нам вывод. В противном же случае следует воспользоваться методом разностных платежей и тогда, если нам повезет, и ситуация, с которой мы имеем дело, окажется аналогичной рассмотренным в §2.1, сравнение доходности разностных платежей с банковской ставкой позволит нам прийти к желаемому заключению.

§3.6. Выбор оптимального значения IRR.

В параграфе 2.2 мы рассмотрели пример, в котором инвестиционный проект с отрицательной чистой современной стоимостью имел, тем не менее, внутреннюю норму доходности (***IRR***) превышающую банковскую ставку (***23,97%>6%***). Однако тогда мы не стали упоминать о том, что величина ***23,97%*** квартальных является только одним из двух значений внутренней нормы доходности данного проекта. Второе же ее значение составляет ***5,85%*** в квартал, о чем свидетельствует следующее равенство:

$$65+\frac{-100}{1+0{,}0585}+\frac{37}{(1+0{,}0585)^{4}}=0\,.$$

Величина же ***5,85%*** меньше банковской ставки (***5,85%<6%***).

Таким образом, в случаях, аналогичных данному примеру, когда показания критерия ***IRR*** неоднозначны, существует возможность выбора среди нескольких его значений одного, наиболее подходящего. Причем выбор этот может принципиальным образом предопределять результаты анализа, если максимальное из этих значений окажется больше банковской ставки, а минимальное – меньше.

<u>Раздел 4.</u> *Как завысить (занизить) стоимость.*

Несмотря на то, что доходность на сегодняшний день продолжает оставаться одним из самых популярных критериев оценки эффективности инвестиций, в последнее время он постепенно сдает свои позиции такому показателю, как чистая современная стоимость (***NVP***). При грамотной "эксплуатации" этот показатель не только ни в чем не уступает доходности, но и во многом превосходит его по своим "потребительским качествам". Что существенно снижает вероятность принятия с его помощью неправильного решения. И тем не менее, при "очень умелом" использовании даже чистая современная стоимость в некоторых случаях позволяет прийти к, мягко говоря, неоднозначным выводам. Описанию этих относительно немногочисленных случаев посвящен данный раздел.

§4.1. Выбор нормы дисконта.

Одним из самых проблемных моментов в применении критерия ***NPV*** является выбор адекватного значения нормы дисконта, используемого для расчета современной стоимости будущих денежных потоков. Дело в том, что практически во всей экономической литературе теоретическое обоснование допустимости и оправданности использования этого критерия (а также неразрывно связанная с этим обоснованием интерпретация его экономического смысла) производится авторами исключительно в рамках идеализированной модели рынка кредитных ресурсов, на котором доходность возможного вложения денег равна доходности их возможного заимствования (или, другими словами, банковская ставка по вкладам равна ставке по кредитам). На практике же подобная ситуация даже в "нечистом" виде встречается далеко не всегда, поскольку проценты, начисляемые банком по депозитам и по займам, как правило, различаются, и довольно существенно. В связи с этим неизбежно возникает вопрос: какую величину использовать в качестве нормы дисконта – ставку по вкладам, ставку по кредитам, их среднее значение или же что-либо еще?

Рассмотрим следующий пример.

Пример 4.1.1. Расчет чистой современной стоимости.

Инвестиционный проект требует затраты ***100*** тыс. рублей сегодня (для организации некоторой коммерческой деятельности) и еще ***70*** тыс. рублей через один год (для ликвидации этой деятельности). Доход же он принесет через полгода, в размере ***200*** тыс. рублей. При этом известно, что банк начисляет на шестимесячные депозиты ***10%*** полугодовых, а шестимесячные кредиты выдает под ***20%*** полугодовых.

Попробуем рассчитать чистую современную стоимость данного проекта.

Совершенно ясно, что используемая при этом норма дисконта не должна лежать вне интервала, ограниченного банковскими ставками по вкладам и займам (в данном случае между ***10%*** и ***20%*** полугодовых). Из чего следует, что по крайней мере приблизительное значение современной стоимости можно рассчитать при помощи среднего арифметического этих двух величин (***(10%+20%)/2=15%***):

$$NPV \approx -100 + \frac{200}{1+0,15} + \frac{-70}{(1+0,15)^2} = 20,983 \text{ тыс. рублей.}$$

Если полученное число нас устраивает, то проблем нет. В противном случае можно попытаться его скорректировать. Для этого достаточно будет лишь учесть некоторые дополнительные обстоятельства.

Допустим, что в настоящий момент часть нашего капитала уже инвестирована в банковский депозит, и финансировать все затраты, связанные с оцениваемым инвестиционным проектом, мы собираемся не за счет заимствования, а исключительно за счет этих депонированных средств. (То есть в нужные моменты мы будем просто снимать деньги со своего банковского счета, кредитуя таким образом самих себя.) Понятно, что в подобной ситуации процент, под который банк согласился бы выдать нам кредит, совершенно не должен нас интересовать. Хотя это и не означает, что ссуду, взятую "из собственного кармана", следует считать беспроцентной. Ведь, снимая деньги со своего банковского счета, мы уменьшаем величину вклада, а, следовательно, теряем проценты, которые могли бы быть начислены на снятую со счета сумму. Проценты же эти определяются величиной депозитной банковской ставки.

Таким образом, в случае предполагаемого самофинансирования оцениваемого инвестиционного проекта при расчете его ***NPV*** правильнее всего будет использовать в качестве нормы дисконта банковскую ставку по вкладам (***10%***):

$$\boldsymbol{NPV = -100 + \frac{200}{1+0{,}1} + \frac{-70}{(1+0{,}1)^2} = 23{,}967} \text{ тыс. рублей.}$$

А сейчас предположим, что в настоящий момент мы не имеем никаких банковских депозитов, а, наоборот, находимся перед банком в долгу. Причем будем считать этот долг настолько большим, что даже полученный от нашего инвестиционного проекта доход (***200*** тыс. рублей) не позволит погасить его полностью. Разумеется, в данных обстоятельствах нас уже не будет интересовать процент, начисляемый по банковским вкладам. Поскольку, если мы и пожелаем вложить в банк полученный нами через полгода доход, мы направим его не на открытие депозита, а на частичное погашение нашего долга. (Для нас это будет выгоднее. Ведь процент, начисляемый по вкладам, меньше взимаемого по кредитам.) Вложение же денег, так сказать, в уменьшение своего долга позволит получить или, точнее говоря, сэкономить ровно столько процентов, сколько банк начисляет по выданным кредитам.

Так что, теперь уже самым корректным подходом будет использование в качестве нормы дисконта кредитной (а не депозитной) ставки (***20%***):

$$\boldsymbol{NPV = -100 + \frac{200}{1+0{,}2} + \frac{-70}{(1+0{,}2)^2} = 18{,}056} \text{ тыс. рублей.}$$

Необходимо также рассмотреть еще одну ситуацию. Представим, что при реализации нашего проекта затраты на организацию деятельности (***100*** тыс. рублей) мы собираемся осуществить при помощи заемных средств. Полученный же через полгода доход (***200*** тыс. рублей) намереваемся сразу же направить на полное погашение взятого кредита (вместе с "набежавшими" процентами) и на открытие полугодового банковского депозита, за счет которого будем впоследствии финансировать затраты на ликвидацию деятельности (***70*** тыс. рублей). Тогда в течение первого полугодия мы будем являться должниками банка, а в течение второго – он будет нашим должником. И, следовательно, можно считать, что в первом полугодии как депозитная, так и кредитная ставка равны для нас ***20%*** полугодовых, а во втором – ***10%***. То есть, мы вновь оказываемся как бы в условиях идеализированного рынка, только теперь цена кредитных ресурсов на нем меняется[1]. В подобной ситуации проблем с дисконтированием будущих денежных потоков не возникает, хотя вычисления несколько усложняются. Методика расчета чистой современной стоимости для таких случаев приводится во многих книгах по теории финансов в разделах, посвященных применению критерия ***NPV*** или анализу временных структур процентных ставок. В нашем примере это следует делать так:

$$\boldsymbol{NPV = -100 + \frac{200}{1+0{,}2} + \frac{-70}{(1+0{,}2)\cdot(1+0{,}1)} = 13{,}636} \text{ тыс. рублей.}$$

Обратите внимание, что полученный результат отнюдь не лежит в пределах ограниченных значениями ***NPV***, рассчитанными для ***10***-ти процентной нормы дисконта и ***20***-ти процентной (то есть между ***23,967*** и ***18,056*** тыс. руб.); несмотря на то, что среднегодовое значение банковской ставки находится между ***10%*** и ***20%***. На первый взгляд это может показаться неожиданным, хотя данный факт вполне объясним. Ведь, и в первом, и во втором полугодии банковский процент отклоняется от своего среднегодового значения в невыгодную для нас сторону.

---

[1] Другими словами, временная структура процентных ставок является "неровной" (неравномерной).

Нетрудно заметить, что возможным является также и другой случай, противоположный только что рассмотренному. Допустим, что в настоящий момент времени мы держим на банковском депозите достаточно крупную сумму денег и первоначальные затраты, связанные с нашим инвестиционным проектом,[1] собираемся осуществлять исключительно за счет этих средств. Так что, в течение первого полугодия никаких кредитов нам не потребуется. Однако как раз на тот момент, когда этот проект принесет нам доход (***200*** тыс. рублей), у нас запланирована крупная затрата денег на какие-то цели. Причем настолько крупная, что, несмотря на весь этот доход, мы вынуждены будем взять в банке кредит сроком как минимум на шесть месяцев. Таким образом, второе полугодие мы будем находиться в долгу перед банком. В подобных обстоятельствах рассчитывать чистую современную стоимость нашего проекта следует по формуле:

$$NPV = -100 + \frac{200}{1+0,1} + \frac{-70}{(1+0,1)\cdot(1+0,2)} = 28,788 \text{ тыс. рублей.}$$

В заключение приведем еще два возможных способа вычисления чистой современной стоимости. Для их обоснования обратимся к теории. Подумаем, чему равна сегодняшняя стоимость денежной суммы размером в N рублей, которая будет получена нами в будущем, через T лет, если банковская ставка по депозитам составляет d, а по кредитам – c годовых единиц.

Очевидно, что для обеспечения возможности получить N рублей через T лет достаточно сегодня положить на банковский депозит сумму в $\frac{N}{(1+d)^T}$ рублей. С другой стороны, в счет ожидаемого через T лет дохода величиною N рублей можно уже сегодня взять в банке заем на сумму $\frac{N}{(1+c)^T}$ рублей. Стало быть, современная (сегодняшняя) стоимость этих грядущих денег лежит либо внутри, либо на одной из границ интервала $\left[\frac{N}{(1+c)^T};\ \frac{N}{(1+d)^T}\right]$.

Если депозитная и кредитная ставки практически равны (то есть $d=c$), вышеуказанный интервал вырождается в точку и всякая неопределенность исчезает. Что и позволяет сформулировать концепцию современной стоимости в ее простейшем, классическом виде, как это обычно делается в не особенно продвинутой литературе. Если же имеет место неравенство $d<c$, то возникают проблемы, которые, вообще-то говоря, как уже было показано выше, в большинстве случаев вполне разрешимы. Тем не менее, экономист, масштабы зарплаты которого не сильно обязывают к глубоким раздумьям, имеет полное право не утруждать себя творческим отношением к своей работе и оценивать стоимость каждого из будущих денежных потоков, что называется, по минимуму или по максимуму, объясняя такой подход либо сверхосторожностью, либо супероптимизмом. Понятно, что для получения минимального значения чистой современной стоимости инвестиционного проекта следует дисконтировать его будущие доходы при помощи кредитной ставки, а будущие расходы – при помощи депозитной. Для получения же максимального значения нужно действовать наоборот. В нашем примере подобные вычисления дают следующие результаты:

[1] Эти затраты равны ***128,788*** тыс. руб. и включают ***100*** тыс. руб., необходимых для организации коммерческой деятельности, и ***28,788*** тыс. руб., составляющих ***NPV*** данного инвестиционного проекта (ее расчет приведен ниже). Тем, кому непонятно, почему ***NPV*** включена в затраты, рекомендуем обратится к [1].

$$NPV_{\min} = -100 + \frac{200}{1+0,2} + \frac{-70}{(1+0,1)^2} = 8,815 \text{ тыс. рублей,}$$

$$NPV_{\max} = -100 + \frac{200}{1+0,1} + \frac{-70}{(1+0,2)^2} = 33,207 \text{ тыс. рублей.}$$

Взглянем теперь на весь ряд значений ***NPV***, полученных нами выше в результате использования разнообразных вариантов расчета. Он включает в себя следующие числа:

8,815, ***13,636***, ***18,056***, ***20,983***, ***23,967***, ***28,788*** и ***33,207***.

Как видите, они охватывают довольно широкий диапазон.

В общем случае числа эти могут и различаться по знаку. В нашем примере достаточно будет увеличить величину затрат на ликвидацию деятельности с ***70*** тыс. руб., скажем, до ***90*** тыс. руб. либо надлежащим образом изменить величины других денежных потоков, и в этом ряде появятся отрицательные значения.

§4.2. Оценка многоэтапных инвестиций в условиях риска.

В настоящем параграфе мы рассмотрим ситуацию, подобную описанной выше, в примере 3.2.1. Только теперь оценку эффективности инвестиций мы будем производить на основе критерия ***NPV***.

Пример 4.2.1. Оценка эффективности предпринимательской деятельности.

Предприниматель составляет бизнес-план организации производства нового товара, в которое собирается инвестировать ***100*** тыс. рублей. Период одного полного оборота капитала (производственный цикл) равен ***1*** месяцу. Однако минимальный срок вложения денег в данный бизнес составляет ***2*** месяца, поскольку арендовать у завода производственное помещение на меньший период времени не представляется возможным. Арендная плата составит ***60*** тыс. рублей независимо от объемов производства и должна будет вноситься в начале каждого месяца.

Поскольку подобного рода изделия ранее никогда не производились, в настоящий момент нельзя предсказать абсолютно точно цену, по которой их можно будет продавать. Поэтому доходность данного бизнеса является величиной случайной, которая БЕЗ УЧЕТА АРЕНДНОЙ ПЛАТЫ составит при благоприятном исходе ***200%*** в месяц, а при неблагоприятном – ***100%***[1]. Каждому исходу соответствует вероятность ***50%***. Причем доходность второго месяца (опять же без учета арендной платы) в любом случае будет равна доходности первого (поскольку цена продажи товара вряд ли будет меняться).

Основные показатели этой деятельности сведены в таблицу 4.2.1.

Таблица 4.2.1. Основные показатели деятельности.

Период времени	Стоимость капитала на конец периода, тыс. р.		Доходность периода, месячный %.		Средние значения	
	в случае успеха	в случае неудачи	в случае успеха	в случае неудачи	доходности	стоимости
1-й мес.	120	80	20%	-20%	0%	100
2-й мес.	180	40	50%	-50%	0%	110

Как видите, в случае удачи первоначально вложенные в дело ***100*** тыс. рублей (из которых ***60*** тыс. сразу же "уйдут" на оплату аренды помещения) через ***1*** месяц превратятся в $(100-60)\cdot 3 = 120$ тыс. руб., а через ***2*** месяца

[1] То есть, если бы арендная плата равнялась нулю, то капитал вложенный в производство увеличился бы за один оборот (за один месяц) либо в ***3*** раза (на ***200%***), либо в ***2*** раза (на ***100%***).

– в $(120-60)\cdot 3=180$ тыс. руб. Если же предпринимателю не повезет, стоимость капитала уменьшится сначала до $(100-60)\cdot 2=80$ тыс. руб., а затем до $(80-60)\cdot 2=40$ тыс. руб. Соответственно, доходность деятельности в первом и во втором месяцах в благоприятном случае составит $120/100-1=20\%$ и $180/120-1=50\%$, а в неблагоприятном – $80/100-1=-20\%$ и $40/80-1=50\%$.[1]

Средняя доходность обоих производственных циклов, таким образом, равна нулю. Казалось бы, данный инвестиционный проект невыгоден. Однако же конечная стоимость капитала составляет в среднем ***110*** тыс. рублей, существенно превышая тем самым первоначальные затраты (***100*** тыс. руб.).

Попробуем оценить эффективность инвестирования на основе чистой современной стоимости. При банковской ставке ***2%*** в месяц средняя ***NPV*** первого производственного цикла будет, как и следовало ожидать, отрицательной:

$$-100+\frac{(120+80)/2}{1+0{,}02}=-1{,}961 \text{ тыс. руб.}$$

Однако же средняя ***NPV*** обоих циклов в совокупности положительна:

$$-100+\frac{(180+40)/2}{(1+0{,}02)^2}=5{,}729 \text{ тыс. руб.}$$

Секрет же кажущегося противоречия заключается в том, что вторичное вложение денег в производство (по прошествии первого месяца) имеет положительную ***NPV***, несмотря на нулевую среднюю доходность; поскольку в случае успеха размер этого вложения составит ***120*** тыс. рублей, а в случае неудачи – только ***80*** тыс., и, стало быть, ***50%*** прибыли или убытка будут "начислены" на различные суммы. Поэтому по абсолютной величине средний доход будет больше нуля. С подобными случаями мы уже сталкивались ранее.

Таким образом, получается, что если предприниматель будет оценивать эффективность своей деятельности путем расчета ***NPV*** одного производственного цикла (одного полного оборота капитала), как это обычно делается на практике, то данный инвестиционный проект покажется не выгодным. Если же он будет рассчитывать ***NPV*** двух циклов в совокупности, результат оценки деятельности будет совсем другим.

И, разумеется, деятельность эта стала бы еще более привлекательной, если бы у предпринимателя была возможность арендовать производственное помещение сроком на один, а не на два месяца. Поскольку в этом случае он мог бы свернуть свое производство уже по прошествии одного месяца (то есть, как говорят экономисты, обладал бы опционом на ликвидацию деятельности), если бы ее доходность оказалась недостаточно большой.

Наш же пример интересен тем, что, несмотря на фактическое отсутствие у предпринимателя опциона на прекращение деятельности[2], для всеобъемлющей оценки выгодности данного рода деятельности недостаточно знать только лишь результаты одного оборота капитала.

---

[1] Обратите внимание на то, что хотя доходность и первого, и второго производственного цикла (с учетом арендной платы) становится известной предпринимателю уже к концу первого месяца и может оказаться отрицательной, отказываться в случае неудачи от продолжения производства товара во втором месяце предпринимателю невыгодно, поскольку договор аренды он заключает сроком на два месяца и арендную плату ему все равно придется платить.

[2] Формально такой опцион существует, однако он заведомо не будет исполнен, поскольку, как уже было сказано выше, предпринимателю это не выгодно.

§4.3. Усреднение дисконт-фактора и нормы дисконта.

При расчете чистой современной стоимости весьма эффективно может применяться метод, описанный в §1.2.

Пример 4.3.1. Оценка эффективности инвестиций с учетом стоимости капитала.

Фирма владеет пакетом акций общей стоимостью ***1*** млн. рублей. По прогнозам экспертов через год он будет стоить в лучшем случае ***1,6*** млн. руб. (что соответствует доходности ***60%*** годовых), а в худшем – ***0,9*** млн. руб. (что соответствует ***-10%*** годовых). Один из сотрудников фирмы выступил с предложением о продаже этих акций и покупке на вырученные деньги пакета облигаций, доходность которых равна ***20%*** годовых. Требуется найти аргументы в пользу этого предложения и против него.

Поскольку покупка облигаций будет финансироваться не за счет займа или снятия денег с банковского депозита, а за счет продажи акций, доходность последних можно использовать в качестве нормы дисконта (стоимости капитала) при расчете ***NPV*** инвестирования денег в облигации.

При отсутствии прочей информации ориентировочную величину средней ожидаемой доходности акций можно найти, усредняя имеющиеся прогнозные значения: ***(60%-10%)/2=25%*** годовых.

На основе полученного результата рассчитаем среднюю ***NPV*** вложения денег в облигации сроком на один год:

$$NPV = -1 + \frac{1,2}{1 + 0,25} = -0,04 \text{ млн. рублей.}$$

Она отрицательна, что представляется естественным, поскольку средняя стоимость капитала превосходит доходность оцениваемой инвестиции.

Тем не менее, попробуем найти ***NPV*** иным способом. Рассчитаем ее отдельно для наилучшего и наихудшего случаев:

$$NPV_1 = -1 + \frac{1,2}{1 + 0,6} = 0,333... \text{ млн. руб.,}$$

$$NPV_2 = -1 + \frac{1,2}{1 - 0,1} = -0,25 \text{ млн. руб.}$$

А затем усредним полученные значения:

NPV=(0,333...-0,25)/2=0,04166... млн. руб.[1]

Теперь, как видите, чистая современная стоимость стала положительной, что говорит о выгодности оцениваемого инвестиционного проекта.

Таким образом, нам удалось найти аргументы как для сторонника покупки облигаций, так и для ее противника.

Кстати говоря, примененные способы расчета стоимости можно обосновать и иначе, если вместо нормы дисконта оперировать коэффициентом роста капитала. Вложение денег в акции позволяет увеличить капитал в ***1,6*** раза в лучшем случае и в ***0,9*** раза в худшем. Среднее арифметическое этих двух значений равно ***(1,6+0,9)/2=1,25*** раза, а среднее гармоническое:

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{1,6} + \frac{1}{0,9}\right)\Big/2} = 1,152 \text{ раза.}$$

Используя при расчете ***NPV*** соответствующее среднее, можно вновь получить вышеприведенные результаты:

---

[1] Аналогичный результат можно получить, усредняя максимальное и минимальное из возможных значений дисконт-фактора и используя полученное среднее при расчете ***NPV***.

$$NPV = -1 + \frac{1{,}2}{1{,}25} = -0{,}04$$ млн. рублей,

$$NPV = -1 + \frac{1{,}2}{1{,}152} = 0{,}04166...$$ млн. рублей.

Следует, однако, иметь в виду, что для обоснования использования среднего гармонического значения заявления о вашем стремлении ко всеобщей гармонии будет, скорее всего, недостаточно. Необходимо запастись и иными аргументами.

<u>Часть 2.</u> Не менее интересная.

<u>Раздел 5.</u> *Как достичь высокой "достоверности" прогнозов.*

Прогнозирование будущего в той или иной форме является одной из важнейших составляющих труда экономиста. Поэтому один из составляющих данную книгу разделов, а именно, настоящий раздел, будет посвящен этому важному делу.

§5.1. Основы общей теории прогнозирования.

Прогнозирование в науке вообще и в экономике в частности является делом часто практикуемым. В связи с этим всякий экономист должен уметь, если не предсказывать будущее, то хотя бы делать вид, что он способен его предсказать. Ввиду чего не лишним будет рассмотреть некоторые теоретические основы этого ремесла.

Для начала, произведем необходимую классификацию.

Прежде всего, заметим, что все прогнозы делятся на очень полезные и не очень. Так, например, предсказание грядущего "катастрофического" роста рыночной стоимости ценных бумаг в большинстве случаев можно уже заранее расценивать, как приобретение "ключа от квартиры, где деньги лежат". Тогда как предвидение только лишь объемов грядущих биржевых торгов не дает "ясновидцу" практически никакой возможности "заработать" на этой информации.

Полезные прогнозы в свою очередь делятся два класса по "источнику" приносимой ими выгоды. Выгода эта может возникать (а) за счет причинения ущерба каким-то иным лицам и (б) в результате "изыскания собственных внутренних резервов" без нанесения урона кому бы то ни было. Так, например, точное предсказание будущей стоимости акций позволяет инвестору получить прибыль или избежать убытков всецело за счет навлечения убытков или упущенной выгоды на тех лиц, с которыми он будет этими акциями торговать. Предсказание же погоды дает возможность улучшить результаты экономической деятельности фермерского хозяйства без причинения прямого вреда другим лицам.

От источника приносимой прогнозом пользы весьма и весьма существенно зависит, насколько легко такой прогноз может быть осуществлен. Ведь понятно, что для получения (какими бы то ни было способами) выгоды за счет других лиц необходимо превосходить их по уму или по имеющейся информации. Тогда как успешно "изыскивать" у себя "внутренние резервы" может даже последний аутсайдер. Вследствие этого, **сделать прогноз, позволяющий достичь выгод и преимуществ ценой нанесения ущерба другим лицам, обычно бывает нелегко; прогноз же, использование которого ни на кого не навлекает неприятностей, теоретически, может быть осуществлен и без особых трудностей.**

Конечно, рассуждения о проблематичности "зарабатывания" денег за чужой счет кому-то наверняка покажутся неубедительными, особенно применительно к российской действительности. Ведь среди большого множества физических и юридических лиц всякий может без особого труда найти себе хотя бы несколько потенциальных "жертв". Чему, как говорится, "в истории мы тьму примеров слышим". Достаточно лишь вспомнить о том, насколько успешно функционировали в России на протяжении нескольких лет скупщики акций у населения.

Действительно на неконкурентном рынке подобные факты вполне возможны. Ибо нетрудно заключить сделку на невыгодных для контрагента условиях, когда рядом нет никого, кто предложил бы ему более привлекательный договор. Но попробуйте сделать то же самое, к примеру, на биржевых торгах, в которых участвуют десятки или даже сотни трейдеров. Несмотря на то, что и среди них найдется достаточно дилетантов и простаков, обмануть кого-либо будет очень трудно. Поскольку среди участников торгов найдется также немало специалистов, занимающихся прогнозированием не менее серьезно, чем вы, и потому предсказывающих будущее не менее точно. Каждый из них "сочтет своим долгом" "облапошить" вашу потенциальную "жертву" первым и вступит с вами в "жестокую" конкурентную борьбу, предлагая всем желающим заключить сделку на условиях более выгодных по сравнению с вашими. В результате подобного соперничества условия эти могут стать даже практически справедливыми, то есть почти полностью соответствующими прогнозам этих, достаточно квалифицированных, трейдеров. Чтобы победить в такой конкуренции, потребуется опередить в искусстве прогнозирования не только дилетантов, но и многих профессионалов (так как только более точное предвидение позволит в подобной ситуации улавливать моменты, когда большинство трейдеров допустит ошибку в оценке грядущих событий).

Из этого следуют два важных вывода:

1. Если в условиях слабой конкуренции для получения выгоды за чужой счет требуется превосходить в интеллектуальном или информационном отношении лишь некоторых участников рынка, то при сильной конкуренции необходимо превосходить большинство из них.

2. На достаточно конкурентном рынке соперничество между квалифицированными трейдерами приводит к тому, что условия лучших[1] заявок (оферт) на заключение сделок становятся почти справедливыми (с точки зрения этих трейдеров).

Данные заключения находят множественные подтверждения на практике, и на их основании можно дать полезные рекомендации экономисту, собирающемуся заняться прогнозированием рыночной конъюнктуры.

Рекомендация 1. Прежде чем заняться предсказательством предварительно оцените свои шансы на успех в этом деле. Для этого выясните, существует ли хотя бы у некоторых участников рынка возможность практического использования ваших прогнозов, и, в случае обнаружения таковой, определите "источник" возникающей в результате этого использования выгоды. Если прогнозирование приносит пользу не за счет причинения вреда другим лицам, то, теоретически, у вас могут существовать (а могут и не существовать) неограниченно большие шансы на удачу. Если же использование предсказаний предполагает совершение сделок, убыточных для других участников соответствующего рынка, то подумайте, скольких из них вы сможете превзойти в точности прогнозирования, а также оцените, насколько сильна на данном рынке конкуренция между теми, кого, возможно, превзойти не удастся. Сильная конкуренция среди последних будет означать, что подавляющее большинство из них вам все-таки придется "перегнать" в точности предсказаний, для того чтобы ваши прогнозы стали приносить заметный эффект. Сделать это, разумеется, будет нелегко. Но зато и существенные убытки на таком рынке вы вряд ли понесете, даже если в своей деятельности вообще не будете руководствоваться прогнозами, а будете просто заключать сделки в произвольные моменты времени, акцептуя (принимая) лучшие из предлагаемых рынком оферт.

---

[1] "Лучший" в данном случае означает "наивыгоднейший из всех предложенных с точки зрения того, кому предлагают".

Рекомендация 2. Оценив перспективы своей "пророческой" деятельности определитесь с тем, что от вас требуется.

Если руководитель считает вас всего лишь "молодым специалистом", – он наверняка будет удовлетворен и тем, что вы работаете не хуже других. В этом случае оптимальным вариантом будет прогнозирование, скажем, цен каких-либо предметов торговли, рынок которых характеризуется сильной конкуренцией, например, ценных бумаг. Даже если все предсказания будут взяты "с потолка", результаты ваших фактических или гипотетических спекуляций будут в среднем практически такими же, как и у профессиональных трейдеров. Так что, шансы сработать не хуже других здесь весьма велики.

Если же от вас требуют лучших результатов, то желательно либо вообще не "соваться" на конкурентный рынок, либо выдавать такие прогнозы, использование которых или невозможно, или не связано с нанесением ущерба другим экономическим субъектам. (Благо, от экономиста далеко не всегда требуют предсказывать какой-то конкретный показатель; зачастую его просто просят "че-нибудь" спрогнозировать, дабы он доказал, что не зря получает зарплату.)

Приведем пример.

Допустим, что вы работаете экономистом на крупном промышленном предприятии и, собираясь прогнозировать грядущие изменения банковской ставки, хотите оценить свои шансы на успех.

Сразу же выделим два возможных способа осуществления таких предсказаний:

а) расчет ставки исключительно на основе текущих (сегодняшних) значений общеизвестных показателей рыночной конъюнктуры (таких как: доходность фьючерсных кредитных договоров; соотношение между ценами бескупонных облигаций, различающихся по срокам погашения; соотношение между фьючерсными ценами каких-либо ценных бумаг, соответствующими разным срокам исполнения; и т.п.[1]), осуществляемый исходя из предположения о справедливости этих значений;

б) прогнозирование ставки как на основе вышеупомянутых текущих значений общеизвестных показателей (которые в данном случае рассматриваются лишь как приблизительно справедливые), так и на основе результатов анализа их прошлых значений, а также с помощью какой-либо иной недоступной большинству людей информации.

Понятно, что первый способ заключается всего лишь в расчете значения банковской ставки, которое прогнозируется самим "рынком" (или, грубо говоря, большинством его участников) и в этом смысле является тривиальным. Второй же позволяет получить более точные и интересные результаты, однако предполагает и дополнительные затраты (на сбор и обработку базы исторических данных, оплату услуг агентов-информаторов и т.п.).

Независимо от того, какой из этих способов вы станете практиковать, ваши прогнозы, безусловно, будут полезны для вашего предприятия, так как будут способствовать более оптимальному планированию его дальнейшей финансовой политики. Причем польза эта возникнет не за счет прямого нанесения ущерба другим хозяйствующим субъектам, а за счет, как мы это называли ранее, "изыскания внутренних резервов".

Однако помимо такого варианта утилизации предсказаний, применение второго способа прогнозирования дает еще и возможность их использования

[1] Каждый из трех перечисленных показателей, даже взятый в отдельности, позволяет рассчитать прогнозное значение будущей банковской ставки.

для осуществления спекуляций на фондовом рынке.[1] Спекулятивная же прибыль всегда формируется исключительно за счет чьих-то убытков. Отсюда следует, что если тот сегмент фондового рынка, на котором должны совершаться упомянутые спекуляции, характеризуется сильной конкуренцией (что весьма вероятно), – то вам придется "догнать и перегнать" в своем деле подавляющее большинство трейдеров, многие из которых весьма опытны, тратят огромные деньги на содержание "своих" людей в правительстве и потому о многом узнают первыми. Иначе ваши прогнозы, каким бы из двух способов они ни были получены, не превзойдут по своей точности предсказаний, выдаваемых "рынком".

Таким образом, оптимальным вариантом в подобной ситуации будет выдача тривиальных прогнозов. Тем более что в данном случае их польза очевидна, а тривиальность не так уж и заметна.

Конечно, найти такой характеризующий состояние рынка показатель, прогнозирование которого, с одной стороны, было бы полезным, а с другой, могло бы быть осуществлено далеко не всяким, кто пожелал бы это сделать, зачастую бывает очень нелегко. И только что рассмотренный пример, в данном смысле, может служить скорее образцом, на который следует "равняться", чем типичным случаем.

В случае же отсутствия возможности выбора показателя обычно приходится прибегать к более тонким ухищрениям. В частности, имеет смысл обратиться к условным прогнозам.

Например, если начальник поручил вам предсказать дальнейшие изменения рыночной цены интересующего его товара, а, по вашим оценкам, сделать это не так-то просто, – вы можете сообщить ему, как изменится цена в случае того или иного события, политического или какого-либо еще. Трудностей здесь обычно не возникает. Пользы – разумеется, тоже.

Ценность данного "метода" обусловлена в основном тем, что, на первый взгляд, даже такой, условный, прогноз кажется полезным, тогда как на самом деле в большинстве случаев особого проку в нем нет.

§5.2. Прогнозирование цен акций.

Фондовый рынок в последнее время представляет все больший и больший интерес для очень многих экономистов. Особенно это касается рынка акций крупнейших предприятий, к рассмотрению которого мы сейчас и перейдем.

Ввиду высокой ликвидности этих акций, правильное предсказание их будущей стоимости позволяет очень легко и быстро зарабатывать деньги путем спекуляций. Поэтому проблема прогнозирования цен, как долгосрочного, так и краткосрочного, приобретает в подобных условиях особую актуальность.

Однако вместе с актуальностью она приобретает и ряд специфических черт, неожиданных для многих людей, даже имеющих экономическое образование. Вследствие чего, от аналитика фондового рынка его руководство часто требует того, что он сделать не в состоянии, или же, наоборот, поощряет его за то, в чем нет большой его заслуги. В связи с этим, при прогнозировании цен акций проблема оптимизации отношений с начальством на базе эффективного использования отдельных его недостатков становиться для многих экономистов особенно насущной и животрепещущей. Так что, остаток данного раздела будет всецело посвящен описанию методов ее решения.

---

[1] Прогнозы, полученные первым способом, для спекулянта бесполезны, поскольку основаны на предположении о справедливости значений рыночных показателей. Спекуляция же (в обобщенной интерпретации) заключается в использовании несоответствий рыночной конъюнктуры прогнозам спекулянта.

Начнем мы, как обычно, с теории. Проанализируем основные принципы формирования рыночной цены акций.[1]

Будем считать банковскую ставку равной ***2%*** в месяц.

Допустим, что на данный момент рыночная цена акций составляет ***100*** руб./шт. При этом только что полученная трейдерами информация дает основания с полной уверенностью прогнозировать увеличение рыночной цены акций через один месяц до уровня ***103*** руб./шт., что соответствует доходности ***103/100-1=3%***.

Сделав такой прогноз, всякий, кто намеревался продать акции сегодня, наверняка предпочтет отсрочить их продажу на один месяц, а всякий, кто хотел купить их через месяц, предпочтет сделать это прямо сейчас. Конечно, тут необходимо учитывать тот факт, что "продавец", возможно, собирался продать акции потому, что ему срочно понадобились деньги, а "покупатель", быть может, потому и намеревался приобрести акции через тридцать дней, что на сегодняшний день деньгами не располагает. И, тем не менее, даже подобные соображения ничуть не опровергают только что сделанный нами вывод, так как и "продавец", и "покупатель" вполне могут взять в банке месячный кредит и с его помощью решить свои финансовые проблемы[2]. Поскольку прогнозируемая доходность акций (***3%*** в месяц) превышает банковскую ставку, этот кредит окупится.

Вследствие вышесказанного, при текущей цене в ***100*** руб./шт. многие захотят купить акции, но мало кто захочет их продать. В результате подобного дисбаланса спроса и предложения, цены заявок моментально поднимутся до уровня в ***100,98*** руб./шт., при котором предсказываемая доходность акций будет равна величине банковской ставки (***103/100,98-1=2%***).

Предположим теперь, что при все той же текущей рыночной цене акций в ***100*** руб./шт. к участникам торгов поступила информация, на основании которой они с полной уверенностью стали прогнозировать увеличение рыночной цены акций через один месяц до ***101*** руб./шт.

При таком прогнозе предсказываемая доходность акций на текущий момент составит всего ***101/100-1=1%*** в месяц, что меньше банковской ставки. Поэтому каждый, кто собирался купить акции сегодня, предпочтет сделать это через месяц, а свободные деньги положит на тридцать дней под проценты в банк. Тот же, кто хотел продать акции через месяц, попытается сделать это сегодня, с тем чтобы инвестировать свой капитал на ближайшие тридцать дней в банковский депозит.

В результате этого, при цене в ***100*** руб./шт. число желающих продать акции превысит число согласных их купить. Поэтому цена сразу же упадет до значения ***99,02*** руб./шт., при котором предсказываемая доходность акций сравняется с банковской ставкой (***101/99,02-1=2%***).

Обратите внимание, что все приведенные выше выводы остаются в силе, даже при учете таких зачастую отравляющих жизнь теоретику обстоятельств, как транзакционные издержки (заключающиеся, например, в необходимости уплаты биржевого сбора с каждой сделки) и низкая ликвидность рынка (определяемая, прежде всего, величиной маржи (разницы) между ценами заявок на покупку и продажу), поскольку изменение момента совершения сделки не навлекает на трейдера никаких дополнительных проблем.

---

[1] Здесь и далее при отсутствии особых оговорок мы будем предполагать, что на рассматриваемом нами промежутке времени дивиденды по акциям не выплачиваются.

[2] А акции, кстати, можно использовать в качестве залога по кредиту.

Таким образом, на конкурентном рынке, в ситуациях, подобных вышеописанным, цена акций всегда будет устанавливаться на справедливом уровне, таком, что их прогнозируемая доходность будет равна банковской ставке.

Однако подчеркнем, что это заключение будет верным лишь в случаях, когда будущая цена акций (или же их доходность) может быть предсказана абсолютно или, по крайней мере, достаточно точно. Чего на практике почти никогда не случается. Обычно прогнозисты, даже самые квалифицированные, выдают лишь ориентировочную величину будущей цены, или, другими словами, ее математическое ожидание, вполне допуская при этом довольно значительное отклонение фактического значения от предсказанного; из чего следует, что вложение капитала в акции всегда сопряжено с определенным, обычно довольно большим, риском. А на риск инвесторы идут неохотно. Так что, вкладывать деньги в акции, имея возможность вложить их в банк, они согласятся только в том случае, если математическое ожидание доходности акций (ожидаемая доходность) будет существенно превышать банковскую ставку. Величину этого превышения называют риск-премией. (Так, при банковской ставке ***20%*** годовых ожидаемая доходность акций может равняться, к примеру, ***27%*** годовых, из которых ***7%*** будут составлять риск-премию этих акций.)

Разумеется, определить величину риск-премии не легче, чем найти математическое ожидание доходности акций. Единственное, что можно о ней сказать с высокой степенью уверенности, это то, что она всегда положительна. Обосновывается подобное утверждение довольно легко: "избавиться" от риска значительно сложнее, чем "приобрести" его. Ибо страхование связано со многими проблемами, не все из которых полностью разрешимы; тогда как устроить себе, к примеру, "поход" в казино и "инвестировать" деньги "в рулетку" совсем нетрудно.

Таким образом, сделанный нами выше вывод в обобщенном виде будет выглядеть так:

На конкурентном рынке цена акций устанавливается на таком уровне, при котором математическое ожидание их будущей доходности превышает банковскую ставку.

Так что, увидев в телевизоре биржевого аналитика, предсказывающего грядущее падение цен, вы можете смело сказать: "Вижу бороду, но не вижу философа".

Полученный нами результат, тем не менее, еще не позволяет составить достаточно определенную вероятностную модель изменения цен акций. Поэтому наше теоретическое исследование на этом не заканчивается.

Как показывает практика, банковская ставка меняется во времени незначительно по сравнению с величиной возможных колебаний доходности акций. К примеру, месячная ставка обычно всегда находится в пределах от ***0,5%*** до ***3%***. Цена же акций за месяц вполне может вырасти или уменьшиться на ***10***, а то и на ***20*** процентов. При этом известно, что, как уже было сказано выше, сложившаяся на рынке на какой-то момент времени банковская ставка (соответствующая некоторому будущему временному интервалу) определяется величиной разности между математическим ожиданием доходности акций (соответствующей тому же периоду времени) и их риск-премией. Но если разность постоянна, то следует признать, что либо уменьшаемое и вычитаемое также являются величинами неизменными, либо они меняются синхронно на одну и ту же величину.

Конечно, отвергать возможность синхронного изменения ожидаемой доходности акций и их риск-премии с полной уверенностью нельзя. Однако же их постоянство представляется гораздо более правдоподобным объяснением стабильности банковской ставки. Из чего следует, что **математическое ожидание доходности акций на любом временном отрезке из будущего, скорее всего, является величиной приблизительно постоянной, а стало быть, и практически независимой от их фактических доходностей на других временных интервалах, непересекающихся с данным отрезком**.

Многочисленные наблюдения за историей изменений биржевых цен подтверждают это вывод. Более того, они говорят об отсутствии какой-либо достаточно заметно выраженной зависимости также и между фактическими значениями вышеуказанных доходностей, что позволяет считать их практически независимыми случайными величинами.[1]

Учитывая же тот факт, что и ожидаемую доходность, и риск-премию можно считать константами, логично будет предположить, что доходности акций на равных по длительности, непересекающихся временных интервалах из будущего (являясь независимыми случайными величинами) имеют за редкими исключениями[2] почти одинаковый закон распределения вероятностей, так как риск-премия определяется именно этим распределением.

На основе статистическое анализа исторических данных мы можем довольно точно определить математическое ожидание и стандартное отклонение этих доходностей. Но вот закон распределения их вероятностей лучше установить логическим путем. Сделать это не так уж трудно.

Обозначим через $\boldsymbol{R_K}$ коэффициент роста стоимости акций за предстоящий квартал, то есть отношение их будущей стоимости к сегодняшней цене. Разобьем этот временной интервал на тринадцать составляющих его недель и обозначим через $\boldsymbol{R_{Hi}}$ коэффициент роста $\boldsymbol{i}$-й недели. Понятно, что $\boldsymbol{R_K}$ является случайной величиной, равной произведению тринадцати недельных коэффициентов: $\boldsymbol{R_K = R_{H1} \cdot R_{H2} \cdot R_{H3} \cdot \ldots \cdot R_{H13}}$.

Эти недельные коэффициенты можно считать независимыми случайными величинами, поскольку таковыми (на основании вышеизложенных соображений) можно считать доходности акций, соответствующие тринадцати рассматриваемым неделям. Стало быть, независимо от того, каким распределениям вероятностей подчиняются $\boldsymbol{R_{H1}}$, $\boldsymbol{R_{H2}}$, … $\boldsymbol{R_{H13}}$, закон распределения вероятностей их произведения будет близок к логнормальному (см. приложение 2). Из чего можно заключить, что **коэффициент роста цены акций (то есть доходность акций с прибавленной к ней единицей) на любом промежутке времени является приблизительно логнормально распределенной случайной величиной**, поскольку этот коэффициент можно представить в виде произведения большого числа независимых случайных величин, разбив этот временной интервал на большое число составляющих его подинтервалов. То же самое можно сказать и о распределении будущей цены ак-

[1] Отсутствие зависимости между значением одной случайной величины и мат. ожиданием другой (или, другими словами, отсутствие регрессионной зависимости между случайными величинами) еще не означает, что эти величины независимы. Поскольку при этом, если не мат. ожидание, то, например, дисперсия одной из них может зависеть от значения другой. Хотя на практике довольно часто любые две переменные, имеющие нулевой коэффициент корреляции (что при отсутствии регрессионной зависимости имеет место всегда), уже считают независимыми.

[2] Исключения иногда могут составлять случаи, когда на рассматриваемый временной интервал "попадает" какое-то значительное событие, исход которого повлияет на цену акций намного существеннее, чем исходы всех остальных "попадающих" на тот же интервал событий.

ций, которая является произведением их сегодняшней стоимости на коэффициент ее роста за соответствующий период времени.

Полученный вывод, по сути, определяет математическую модель колебаний рыночной стоимости акций. Теперь, зная их среднюю доходность и стандартное отклонение этой доходности, мы можем моделировать (имитировать) процесс изменения их будущих цен при помощи генератора случайных чисел. В приложении 3 указано, каким образом мы будем это делать во всех последующих расчетных примерах.

§5.3. Тренды. "Подтверждение" и опровержение возможности прогнозирования.

Не секрет, что многие даже весьма квалифицированные трейдеры часто делают прогнозы будущих цен акций, совершенно не согласующиеся с выводами, к которым мы пришли в предыдущем параграфе. Иногда даже дело доходит до полного абсурда: некоторые аналитики начинают относиться к рыночной цене как к какому-то абсолютно объективному показателю, формирующемуся совершенно независимо от поведения участников рынка, как каждого в отдельности, так и всех в совокупности; в результате чего возникают "пророки", позволяющие себе выражать не только собственное мнение относительно грядущих изменений цен, но и мнение подавляющего большинства трейдеров.

Происходит это во многом благодаря следующему крайне распространенному заблуждению.

Дело в том, что, представив историю изменения цен каких-либо акций в виде графика, не слишком опытный аналитик обычно сразу же обнаруживает "доказательства" нестационарности характера этих изменений. Поскольку на таком графике почти всегда имеются временные отрезки, на которых, казалось бы, достаточно явно просматриваются относительно устойчивые тенденции к росту или падению цены, – так называемые тренды. Их наличие, если бы таковое имело место в действительности, по сути, означало бы существование принципиальной возможности предсказания будущей доходности акций с более высокой точностью (по сравнению с обеспечиваемой созданной нами в предыдущем параграфе моделью) за счет учета сложившейся на текущий момент тенденции. И мысль о такой возможности сразу же приходит на ум рассматривающему график.

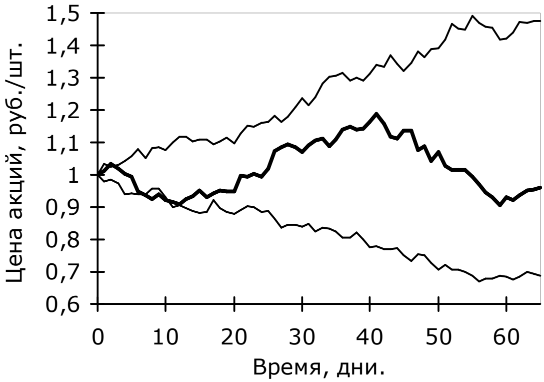

Рис.5.3.1.

На самом же деле все эти псевдотренды возникают чисто случайно. И хотя поверить в это иногда бывает очень трудно, возможность и даже весьма высокую вероятность случайного возникновения ложных тенденций можно очень легко доказать.

Достаточно лишь несколько раз сымитировать процесс изменения цен, используя модель, полученную в §5.2. На рис.5.3.1 приведены графики трех таких имитаций (во избежание путаницы один из них изображен жирной линией) для случая, когда математическое ожидание и стандартное отклонение доходности акций равны, соответственно, ***0,1%*** и ***2%*** в день, а начальная стоимость акций составляет ***1*** руб./шт.

Как видите, одна из кривых отображает довольно стабильный рост цены, другая – не менее стабильное падение, третья же (жирная) включает в себя как участки устойчивого подъема цены, так и участки ее устойчивого снижения. Кажется, что эти три графика представляют реализации трех случайных процессов с совершенно разными вероятностными характеристиками, причем жирная кривая соответствует процессу нестационарному (по ожидаемой доходности), характеристики которого менялись на протяжении рассматриваемого интервала времени как минимум дважды. На самом же деле, как уже было сказано, все три реализации принадлежат одному и тому же процессу с неменяющимися параметрами, значения которых приведены выше.

Данный факт наглядно показывает, насколько осторожно следует делать выводы о математическом ожидании доходности акций (да и о других ее характеристиках тоже) на основе имеющейся истории цен, даже если эта история охватывает достаточно большой период времени.

Можно рассчитать ориентировочную величину вероятности того, что на протяжении заданного временного интервала найдется хотя бы один участок, на котором изменения цены акций сформируют псевдотренд.

Для простоты будем считать, что цена каждого следующего дня с равными вероятностями может оказаться как больше, так и меньше цены предыдущего. Всякий день, цена которого превышает котировку предыдущего дня торгов, назовем "днем роста", а всякий день, цена которого оказалась меньше цены предыдущего дня, – "днем падения". Будем расценивать, как псевдотренд пять идущих подряд "дней роста" или пять идущих подряд "дней падения".

Теперь будем искать вероятность того, что на протяжении ***T*** следующих друг за другом дней торгов мы сможем обнаружить по крайней мере один псевдотренд. На рис.5.3.2 приведен график зависимости этой вероятности от величины ***T***. Как видите, при ***T=23*** дням, что примерно соответствует количеству рабочих дней одного месяца, вероятность чисто случайного возникновения хотя бы одного ложного тренда уже превышает ***50%***!

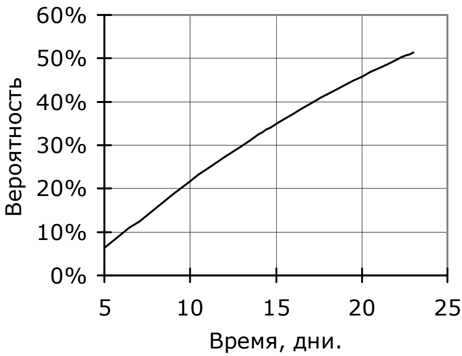

Рис.5.3.2.

Вот почему история изменений цен акций почти всегда дает аналитику-дилетанту повод для деловых рассуждений о смене тенденций на фондовом рынке.

Вообще же, эти псевдотренды можно использовать в двух целях. Когда требуется убедить руководство в том, что предсказание будущих цен акций возможно, надо представить их прошлые цены в графическом виде и просто показать этот график начальнику. Он "парень" толковый и "надлежащие" выводы сделает сам. Когда же необходимо доказать непредсказуемость ценовых колебаний, следует продемонстрировать их "поразительное" сходство с колебаниями, искусственно сгенерированными, которые, разумеется, являются заведомо непредсказуемыми.

§5.4. Оценка степени "сбываемости" прогнозов событий.

Немаловажным фактором в деле предсказания будущих событий является выбор критерия оценки достоверности прогнозов. Покажем это на следующем примере.

Пример 5.4.1. Оценка достоверности прогнозов.

Аналитик инвестиционной компании получил указание выдавать предостережения о грядущем падении цен акций каждый раз, когда по его прогнозам цена следующего дня должна снизиться по отношению к цене текущего. Закрывшись в своем кабинете, путем десятикратного подбрасывания монеты аналитик "установил", в какие из десяти последующих дней следует, "по его мнению", ожидать падения цен, и выдал соответствующие прогнозы. Они представлены в строке "Прогнозы" табл.5.4.1.: единицами отмечены дни, в которые, по предсказаниям аналитика, должны были произойти падения цен. В действительности же, эти падения произошли, как выяснилось в последствии, в дни, обозначенные единицами в строке "События".

Таблица 5.4.1. События и их прогнозы.

Дни	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й
Прогнозы	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0
События	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0

Требуется оценить степень соответствия между прогнозами и реальными событиями.

В данном случае охарактеризовать эту степень можно как минимум четырьмя следующими утверждениями:

1. ***75%*** от общего числа произошедших падений цен аналитику удалось предсказать;
2. ***50%*** от общего числа выданных аналитиком предостережений[1] оправдались;
3. Прогнозы аналитика сбылись в ***60%*** случаев (в том смысле, что соответствие между прогнозами и реальными событиями наблюдается в ***6***-ти днях из ***10***-ти);
4. Число совершенных аналитиком ошибок превосходит число оправдавшихся предостережений в ***4/3=1,333…*** раза (аналитик трижды выдал правильные предостережения и четыре раза ошибся в своих прогнозах).

Несмотря на то, что все четыре высказывания абсолютно истинны, первое и третье из них способны подвигнуть руководителя этого аналитика к совершенно иным заключениям по сравнению с теми выводами, которые он сделал бы, ознакомившись со вторым или с четвертым утверждением. Так что, выбирая надлежащий способ оценки достоверности прогнозов, можно представить в выгодном свете результаты собственной пророческой деятельности и "очернить" итоги деятельности конкурента.

Не лишним будет также обратить внимание на следующее обстоятельство.

В случае, когда аналитик берется предсказывать какое-то нечасто происходящее событие, весьма велика вероятность того, что начальство само подсознательно начнет применять четвертый (из числа вышеперечисленных) способ оценки достоверности прогнозов. Поскольку аналитик будет обращать на себя внимание руководства, в основном, в те дни, когда данное событие будет происходить, а также в те дни, в которые, по его прогнозам, оно должно будет произойти. (Ибо, когда происходит событие, у начальника всегда возникает желание проверить, было ли оно предсказано, а когда имеется

[1] Понятие "предостережение" не следует путать с понятием "прогноз". В нашем случае выдача предостережения является предсказанием (прогнозом) падения цены. Отсутствие же предостережения можно расценивать как прогнозирование ее роста.

прогноз, – возникает стремление проверить, сбудется ли он.) При этом число дней, в которые аналитик получит "кнута", наверняка превзойдет число дней, в которые он получит "пряник". Причем превзойдет в гораздо большее количество раз, чем можно предположить, не будучи знатоком теории вероятностей. Поэтому после достаточно длинной серии "кнутов" и "пряников" начальник наверняка сочтет своего аналитика неспособным осуществлять предсказания. Подобную ситуацию следует предвидеть и по возможности избегать ее.

§5.5. Прогнозы с неопределенным временем.

Один из самых легких способов достижения высокой "сбываемости" прогнозов заключается в недостаточно определенном их формулировании. В основном это касается предсказания времени осуществления прогнозируемого события, так как неопределенность самой сути этого события обычно существенно портит "товарный вид" прогноза.

Приведем пример.

Допустим, что, по прогнозам аналитика фондового рынка, в ближайшие дни ожидается рост цены акций. Рассчитаем вероятность того, что это предсказание сбудется.

Понятно, что "ближайшими" вполне можно считать по крайней мере три последующих дня: завтра, послезавтра и послепослезавтра. Если хотя бы в один из этих дней стоимость акций вырастет, необходимо будет признать, что прогноз оправдался. Если же все три дня цена будет падать, придется считать предсказание несбывшимся.

Вероятность роста стоимости акций (также как и вероятность ее падения) в любой заранее определенный день составляет приблизительно ***50%***[1] и не зависит ни от прошлых, ни от будущих изменений ее цены. Стало быть, вероятность того, что все три последующих дня цена будет снижаться, равна $\boldsymbol{(1/2)^3=12,5\%}$, а вероятность того, что хотя бы в один из этих дней произойдет ее рост, составляет $\boldsymbol{1-0,125=87,5\%}$.

Таким образом, за счет снижения точности предсказания даты прогнозируемого роста вероятность осуществления данного прогноза увеличивается с ***50%*** до ***87,5%***. В результате чего его полезность значительно снижается, хотя, на первый взгляд, это не очень заметно.

§5.6. "Полуоптимальная" стратегия торговли.

Существенно повысить "кажущуюся" достоверность ваших прогнозов позволяет грамотный учет практикуемого вашим руководством способа оценки этой достоверности.

Один из основанных на таком учете приемов мы сейчас изложим.

Зачастую прогнозы будущей цены акций используются на практике для осуществления спекуляций этими акциями, а точнее, в целях оптимального выбора дней их покупки и продажи. При этом степень оптимальности этого выбора оценивается обычно не только по конечному результату – полученной прибыли, но и путем визуального исследования графика изменений прошлых цен с отмеченными на нем моментами осуществления сделок купли-продажи. И по тому, насколько удачно выбранными оказались эти моменты, судят об эффективности (а также достоверности) прогнозирования.

Понятно, что, в идеале, покупку акций желательно осуществлять в дни соответствующие локальным минимумам на графике изменений цены, а продажу – в дни локальных максимумов. Именно такая стратегия обеспечивает

---

[1] Потому что стандартное отклонение дневной доходности акций существенно превышает ее математическое ожидание.

наибольшую прибыль. Поэтому неспециалист в области торговли, оценивая при помощи графика цен удачность той или иной сделки, обычно начинает осознанно или подсознательно анализировать, в какую сторону, в лучшую или в худшую, изменилась бы цена данной покупки или продажи, если бы она была совершена чуть раньше или чуть позже. При этом он, конечно же, считает (при прочих равных условиях) одинаково неудачными сделки, заключенные "поспешно" (в вышеуказанном смысле), и сделки, совершенные с "опозданием".[1]

Такой подход выглядит более или менее разумным при оценке относительной эффективности произведенных спекуляций. Но для оценки способности трейдера предвидеть будущие цены акций (безотносительно к тому, какую прибыль удалось получить с помощью этой способности фактически) он пригоден отнюдь не всегда. Что сейчас и будет доказано.

Представим, что трейдер торгует акциями, придерживаясь следующей стратегии.

Их покупку (при наличии свободных денег) он производит всякий раз, как только в течение трех подряд идущих дней на рынке происходит монотонное снижение стоимости акций. Продажу же он осуществляет (при наличии акций) после каждого монотонного трехдневного роста цены.

Поскольку изменения стоимости акций непредсказуемы, подобная стратегия, конечно же, ничего не дает в плане увеличения или уменьшения ожидаемой прибыли спекулянта. Но она существенно увеличивает вероятность получения трейдером высокой оценки его действий, если оценка эта будет производиться вышеописанным методом. Ибо, хотя в будущем и может выясниться, что трейдер, работающий по указанной схеме, слегка поторопился с заключением некоторых сделок, – никто не сможет впоследствии утверждать, что какую-либо из его покупок или продаж стоило бы совершить одним, двумя или тремя днями раньше. В этом смысле подобную стратегию можно считать "полуоптимальной".

Руководствуясь данным принципом принятия решений, трейдер создает все необходимые условия, какие только может создать, для "попадания" моментов совершения его покупок и продаж, соответственно, "в точки" локальных минимумов и максимумов графика цен, по которому в будущем будет производиться "разбор полетов". При этом полностью исключается возможность покупки акций "на локальном максимуме" и продажи их "на локальном минимуме", что было бы наихудшим вариантом.

Кроме того, такой принцип торговли существенно повышает вероятность "улавливания" моментов смены рыночных "тенденций", а вернее, того, что обычно визуально воспринимается как тенденция. Так, в трехдневном монотонном изменении цены в каком-то одном направлении всякий дилетант, скорее всего, усмотрит наличие тренда. Дальнейшее же развитие событий может привести либо к дальнейшему изменению цены в том же направлении, либо к ее "остановке" (стагнации) приблизительно на достигнутом уровне, либо к смене направления ее "движения". Все три варианта, грубо говоря, равновероятны. При этом только первый из них приведет к сохранению сложившейся "тенденции". Следовательно, в подобные дни вероятность смены "тенденции", опять же грубо говоря, составляет ***2/3***.

---

[1] То есть такому "оценщику" не важно знать, в каком направлении на графике "движется" время. Даже если изменить без его ведома направление временной оси графика на противоположное – степень удачности оцениваемых им сделок, с его точки зрения, не изменится.

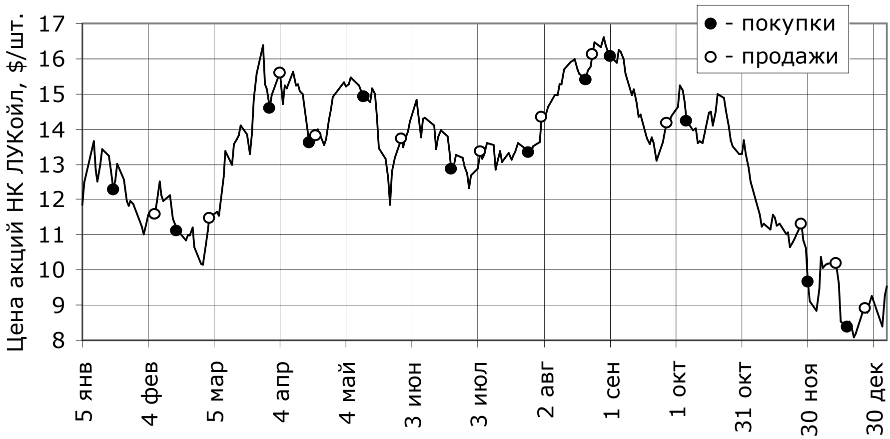

Рис.5.6.1.

На рис.5.6.1 приведен график изменения цены обыкновенных акций НК ЛУКойл в период с 05.01.2000 по 05.01.2001. На нем показано, в какие моменты трейдер, работающий по нашей "полуоптимальной" стратегии, совершал бы сделки. Как и следовало ожидать, примерно половина его покупок и продаж приходится, соответственно, на локальные минимумы и максимумы цены. А продажа акций, совершенная 3 марта, точно "обозначает" день прекращения ростовой "тенденции" и начала кратковременной стагнации цены. Но из всего этого, конечно, никак не следует, что торгующий обладает определенным даром ясновидения. Что подтверждается и конечным результатом спекуляций, который выглядит отнюдь не впечатляюще: если считать, что при покупках трейдер вкладывал в акции весь свой капитал, а при продажах реализовывал все имеющиеся акции, то итоговая прибыль получается отрицательной – ***-10,7%***.[1]

Однако величина конечной прибыли является лишь косвенным показателем пророческих способностей спекулянта. Ибо она в существенной степени определяется фактором случайности, который присутствует всегда, поскольку предвидеть будущее абсолютно точно невозможно.

График цен с отмеченными на нем сделками в этом смысле более информативен. Глядя на рис.5.6.1, нетрудно заметить, что хотя ни одну из заключенных сделок нельзя признать слегка "запоздалой", примерно половину из них можно считать "поспешными", так как их было бы выгоднее заключить днем позже. Из этого следует, что никаких оснований для признания трейдера опытным "ясновидцем" у нас нет, поскольку отсутствие "запоздалых" сделок ни в коей мере не является доказательством наличия у него дара предвидения.[2]

Если же имела бы место обратная ситуация, то есть отсутствовали бы не "запоздалые", а "поспешные" сделки, – можно было бы говорить о возможном присутствии у трейдера таланта прогнозиста (при достаточно большом коли-

[1] Признаться, при пассивном вложении денег в акции инвестор получил бы еще больший убыток. Но это чистая случайность.

[2] Оно являлось бы таким доказательством только в том случае, если бы заявки на совершение всех своих сделок (или уведомления о намерении их совершить) трейдер выдавал хотя бы за один день до их исполнения.

честве заключенных им сделок). Представим, к примеру, что при построении графика, представленного на рис.5.6.1, допущена ошибка: временной ряд цен и сделок приведен в обратной последовательности. Соответственно, для ее исправления необходимо либо рассматривать график, глядя на его отражение в зеркале, либо считать, что время на рис.5.6.1 "течет" в обратном направлении. При этом можно будет обнаружить, что после каждой покупки акций их рыночная цена растет, а после каждой продажи падает в течение трех последующих дней. Данный факт свидетельствует о возникновении у трейдера, по крайней мере, в те моменты, в которые он заключал свои сделки, "приступов ясновидения". Хотя фактический результат его спекуляций будет теперь уже менее высоким по сравнению с результатом, который можно было бы получить при пассивном вложении денег в акции на тот же срок; что говорит о весьма вероятном отсутствии у трейдера способностей к прогнозированию в прочие моменты времени.

Наряду с вышеописанной, существуют и другие "полуоптимальные" стратегии торговли. Можно, к примеру, совершать покупки (продажи) в дни, когда текущая цена акций окажется ниже (выше) котировок каждого из нескольких предшествующих дней, или же когда она существенно отклонится вниз (вверх) от текущего значения скользящего среднего[1], рассчитываемого по нескольким предыдущим дням, и т.д.

§5.7. Случайное блуждание и его результат.

Несмотря на то, что с процессами случайных блужданий, к коим, как нам известно, относится и процесс изменения цен акций, человеку приходится сталкиваться достаточно часто, многим людям результаты этих блужданий зачастую кажутся весьма неожиданными. Типичным примером может служить задача о случайном блуждании с одним поглощающим барьером, приведенная, в частности, в [7].

В указанном сборнике рассмотрены похождения пьяницы на краю утеса, который каждый свой шаг делает в одном из двух случайно выбранных направлений: в сторону края, либо в противоположную сторону. При заданных вероятностях выбора направления и заданном начальном количестве шагов, отделяющих блуждающего от края обрыва, требуется найти вероятность социально-благоприятного исхода – падения пьяницы с утеса.

Достаточно часто также аналогичная задача рассматривается на примере изменения количества денег "в кармане" у играющего в азартные игры, которое в результате каждой игры либо увеличивается на один рубль, либо уменьшается на эту же сумму. В подобной интерпретации она известна как задача "о разорении игрока".

Для нас же, разумеется, больший интерес представляет случайное "блуждание" цены акций и прогнозирование его результатов.

Представим, что в настоящий момент времени эта цена составляет ***101*** руб./шт. Согласно же полученным прогнозам в будущем она рано или поздно снизится по крайней мере до ***100*** руб./шт. Попробуем найти вероятность осуществления этого предсказания.

Рассмотрим предельно упрощенную модель ценовых колебаний.

Будем считать, что стоимость акций ежедневно меняется ровно на ***1*** рубль либо в сторону роста, либо в сторону падения. При этом вероятность ее увеличения равна ***p***, а вероятность уменьшения, соответственно, – ***1-p***.

---

[1] В данном случае желательно использовать экспоненциальное скользящее среднее.

Найдем вероятность того, что в течение бесконечного количества последующих дней (то есть хотя бы в один из этих дней) цена достигнет уровня ***100*** руб./шт. Обозначим ее (вероятность) через P_1.

Нам известно, что сегодняшняя стоимость акций равна ***101*** руб./шт. Следовательно, ее завтрашняя цена составит либо ***100***, либо ***102*** руб./шт. В первом случае прогноз сбудется, во втором – перед нами откроются два варианта дальнейшего развития событий: либо цена никогда больше не опустится до уровня ***100*** руб./шт., либо когда-нибудь все-таки достигнет этого значения.

Но в рамках нашей упрощенной модели перейти с уровня в ***102*** руб./шт. на уровень в ***100*** руб./шт. цена может только "пройдя" (но никак не "перескочив") через промежуточное значение – ***101*** руб./шт. Следовательно, такой "переход" можно представить как последовательное осуществление двух событий: возвращения цены (за произвольное количество дней) к величине в ***101*** руб./шт. и последующего ее "перехода" (также за произвольное количество дней) на уровень ***100*** руб./шт. Вероятность каждого из этих двух событий равна P_1. А вероятность последовательного осуществления их обоих составляет P_1^2.

Таким образом, для того чтобы наш прогноз сбылся, должно произойти одно из двух следующих несовместных (т.е. взаимоисключающих) событий:

1. цена акций уже завтра опускается до ***100*** руб./шт.;
2. завтра цена акций поднимается до ***102*** руб./шт., после чего (в течение произвольного количества дней) "переходит" сначала на уровень ***101*** руб./шт., а затем на уровень ***100*** руб./шт.

Вероятности этих двух событий, соответственно, равны ***1-p*** и $p \cdot P_1^2$. Выразив через них искомую вероятность P_1, получим следующее уравнение:

$$P_1 = 1 - p + p \cdot P_1^2 .$$

Относительно P_1 полученное уравнение является квадратным. Оно имеет два решения:

$$P_1 = 1 \text{ и } P_1 = \frac{1-p}{p} .$$

Учитывая, что, во-первых, вероятность не может превышать единицу, во-вторых, $P_1 = 0$ при ***p=1***, и, в-третьих, зависимость P_1 от ***p***, по идее, должна быть непрерывной, – вид функции $P_1(p)$ мы найдем путем композиции двух вышеприведенных решений квадратного уравнения:

$$P_1(p) = \begin{cases} 1, & \text{при } 0 \le p \le 0{,}5 , \\ \dfrac{1-p}{p}, & \text{при } 0{,}5 < p \le 1 . \end{cases}$$

График этой зависимости представлен на рис.5.7.1.

Как видите, при ***p=0,5***, то есть в случае, когда вероятность роста цены в каждый последующий день по отношению к дню предыдущему равна вероятности ее падения, вероятность осуществления нашего прогноза составляет ***100%***! Хотя на первый взгляд кажется, что она должна составлять что-то около ***50%***.

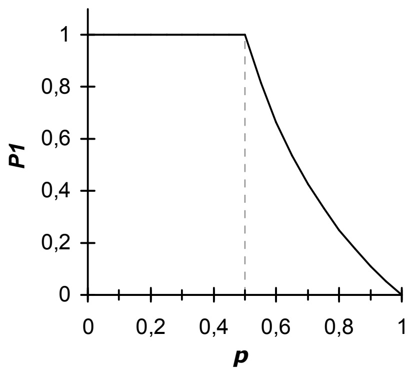

Рис.5.7.1.

Это мнимое противоречие объясняется тем, что мы зачастую не чувствуем разницы между событием, заключающимся в достижении ценой акций заданного уровня в момент окончания какого либо срока, и событием, состоящим в достижении данного уровня в какой-либо из моментов, составляющих этот срок.

Нетрудно заметить, что в условиях нашей модели величина P_1 является вероятностью не только снижения цены акций со ***101*** до ***100*** руб./шт., но и вероятностью ее снижения на ***1*** руб./шт. с любого начального уровня (в частности, со ***102*** до ***101*** руб./шт., со ***100*** до ***99*** руб./шт. и т.д.). Поэтому, собственно, она и обозначена нами как P_1.

Мы легко можем найти и вероятность P_n снижения цены на ***n*** руб./шт., приняв во внимание тот факт, что указанное событие можно представить как последовательное ***n***-кратное снижение цены на ***1*** руб./шт.: $P_n = P_1^n$.

Понятно, что, подставляя ***1-p*** вместо ***p***, можно также рассчитывать и вероятности роста цены.

Из полученной формулы следует, что при ***p=0,5*** вероятность P_n равна единице при любом ***n***. То есть в этом случае предсказание о том, что рано или поздно цена акций достигнет любого конечного значения, сбывается всегда![1]

К сожалению, наша упрощенная модель не позволяет получить результаты, достаточно точно характеризующие реальный рынок. Поэтому на практике расчет вероятностей осуществления прогнозов лучше производить путем имитационного моделирования. Что позволяет (а) использовать более адекватную модель исследуемого процесса, (б) избежать громоздких вычислений, а также (в) избежать связанных с этими вычислениями ошибок.

На рис.5.7.2 представлены значения найденной посредством имитационного моделирования вероятности того, что в течение определенного (указанного на графике) количества дней цена акций хотя бы однажды отклонится от своей первоначальной величины как минимум на ***X*** процентов, при условии что математическое ожидание и стандартное отклонение дневной доходности акций равны, соответственно, ***0,1%*** и ***2%***. Приведенный график отражает зависимость этой вероятности от заданной величины отклонения ***X***. Объем выборки (для каждого рассчитанного значения) составляет ***50 000*** экспериментов. (Сроки в ***5***, ***22*** и ***65*** дней приблизительно соответствуют количествам рабочих дней в неделе, месяце и квартале.)

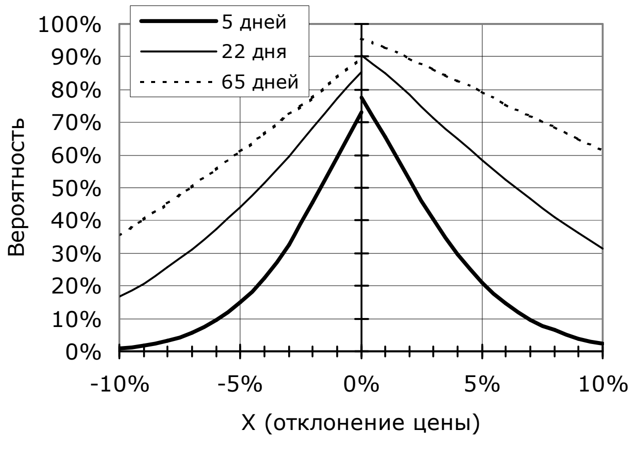

Рис.5.7.2.

[1] Правда, среднее время, которое для этого требуется, равно бесконечности.

С помощью графика легко можно найти вероятность осуществления того или иного прогноза. Если, к примеру, мы предсказали, что акции, сегодняшняя стоимость которых составляет ***100*** руб./шт., хотя бы в один из ***65*** последующих дней будут стоить менее ***97*** руб./шт., то такой прогноз, как следует из рис.5.7.2, сбудется с вероятностью ***72,5%***. Если же мы утверждаем, что в течение ***22*** последующих дней цена этих же акций хоть раз поднимется до ***101*** руб./шт. и выше, то это предсказание оправдается с вероятностью ***85%***.

Как видите, приведенные графики асимметричны – одинаковым по абсолютной величине отклонениям цены соответствуют (при прочих равных условиях) различные вероятности. Данный факт является следствием в основном того, что средняя доходность акций не равна нулю. И хотя она кажется пренебрежимо малой по сравнению с величиной стандартного отклонения этой доходности (***0,1%<<2%***), в течение достаточно длинной последовательности дней это на первый взгляд незначительное отклонение от нуля проявляется весьма существенно.[1]

Большой интерес представляет график, приведенный на рис.5.7.3. Из двух имеющихся на нем кривых, верхняя показывает, чему равна вероятность того, что хотя бы в один из ***n*** последующих дней цена акций превысит их сегодняшнюю стоимость, а нижняя – вероятность того, что по крайней мере в один из ***n*** последующих дней цена акций окажется ниже их сегодняшней цены. Обе вероятности, как видите, существенно превышают ***50%*** даже при относительно небольшом ***n***. Что открывает большие возможности в плане продвижения нужных инвестиционных решений.

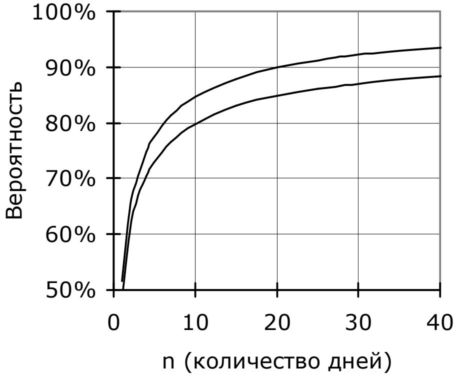

Рис.5.7.3.

Допустим, что вам очень хочется склонить свое руководство к срочной покупке акций. В этом случае полезно будет заявить, к примеру, что в ближайшие ***5*** дней с вероятностью приблизительно ***77,5%*** (см. график) цена акций вырастет (по отношению к их сегодняшней цене). При этом также имеет смысл предложить всем сомневающимся пари, ставя ***77,5*** рубля против ***22,5*** на то, что ваш прогноз оправдается.[2]

Когда же требуется заставить начальство отказаться от намерения купить акции или склонить к срочной их продаже, следует объявить, что в ближайшие ***5*** дней эти акции с вероятностью примерно ***73%*** можно будет купить по более низкой цене, а всем недоверчивым предложить пари со ставками, соответственно, ***73*** рубля против ***27***.

§5.8. Создание и апробация прогнозных алгоритмов.

Как показывает практика, занимаясь прогнозированием цен, экономисты с аналитическим складом ума обычно рано или поздно приходят к попытке создания, так сказать, "формулы успеха" в этом нелегком деле на все случаи жизни, а точнее, некоторого достаточно конкретно сформулированного пра-

[1] Аналогичная ситуация имеет место при игре в рулетку. Хотя вероятность выпадения нуля (zero) кажется пренебрежимо малой, шансы остаться в выигрыше в результате длительной серии игр у игрока довольно невелики.

[2] Желательно, конечно, выторговать для себя более выгодное соотношение ставок.

вила обработки исходной информации, позволяющего получать прогнозы в "автоматическом" режиме. Особенно распространена эта затея в среде, так называемых, технических аналитиков фондового рынка, уже долгие годы занимающихся переносом применяемых в технике методов анализа случайных процессов на экономическую почву.

Как правило, в качестве основы для получения предсказаний будущих цен акций используются их прошлые биржевые котировки. Ибо с точки зрения относительно цивилизованных людей зависимость грядущих цен от прошлых представляется более вероятной, нежели их зависимость от результатов гаданий на кофейной гуще, картах или потрохах клерка, принесенного в жертву интересам фирмы. Можно, к примеру, установить следующий прогнозный алгоритм: когда текущая цена акций превышает максимальную из котировок пяти предшествующих дней, следует ожидать роста их стоимости в последующий день, в противном случае существенного подъема цены не предвидится.

Подобные алгоритмы являются, по сути, разновидностью условных прогнозов, в которых событие, заданное в качестве условия, должно произойти раньше, чем событие прогнозируемое. Благодаря чему такие предсказания в общем случае не являются тривиальными высказываниями.

Важным свойством прогнозных алгоритмов является их тестируемость "на прошлом" или, другими словами, наличие возможности проверки их эффективности при помощи имеющейся базы исторических данных. Такая проверка обычно не вызывает каких-либо сомнений и подозрений у окружающих, так как "сигналы" о грядущих событиях выдаются этими алгоритмами автоматически, без вмешательства человека, в чем легко можно убедить любого сомневающегося.

И все же правомерность такого тестирования на прошлом – вопрос сложный и неоднозначный.

"Предсказывающий" алгоритм обычно изначально определяется аналитиком лишь качественно, в общем виде, то есть без указания конкретных значений некоторых его параметров, которые впоследствии подбираются путем "подгона" под существующую базу исторических данных. Так, например, заявляя, что роста цен следует ждать в тех случаях, когда график скользящего среднего, рассчитанного по котировкам ***n*** предыдущих дней, пересекает в направлении "снизу вверх" либо "сверху вниз" график скользящего среднего, вычисленного по ценам ***m*** предыдущих дней, прогнозист обычно не говорит сразу, чему равны эти ***n*** и ***m*** и в каком именно направлении один график должен пересечь другой. Эти параметры, первые два из которых являются количественными, а последний двоичным (бинарным), он сначала оставляет неопределенными и только затем уже подбирает их значения таким образом, чтобы проверка его предсказывающего алгоритма на каком-то временном отрезке из прошлого давала максимально хорошие результаты.

В принципе, такой подход при поиске скрытых закономерностей является корректным и даже, можно сказать, наиболее эффективным. Однако людей, "не дружащих" с математической статистикой, он очень часто приводит к серьезным ошибкам.

Дело в том, что наличие вышеупомянутых свободных параметров, значения которых надлежит установить экспериментально, позволяет варьировать результаты тестирования прогнозного алгоритма в довольно широких пределах даже при проверке его на одном и том же "отрезке" истории. И пределы эти обычно бывают гораздо более широкими, чем можно предположить, полагаясь на интуицию. Ввиду чего добиться хороших, а то и выдающихся результатов посредством тщательной настройки параметров можно почти всегда.

Продемонстрируем это на примере.

Протестируем на прошлом для различных значений параметра ***n*** следующий предсказывающий алгоритм: *если перед закрытием торговой сессии цена акций превышает среднюю цену закрытия торгов **n** предыдущих дней, то на следующий день можно с высокой степенью уверенности прогнозировать рост цены; если же указанное условие не выполняется, то в последующий день с высокой вероятностью ожидается снижение цены.*

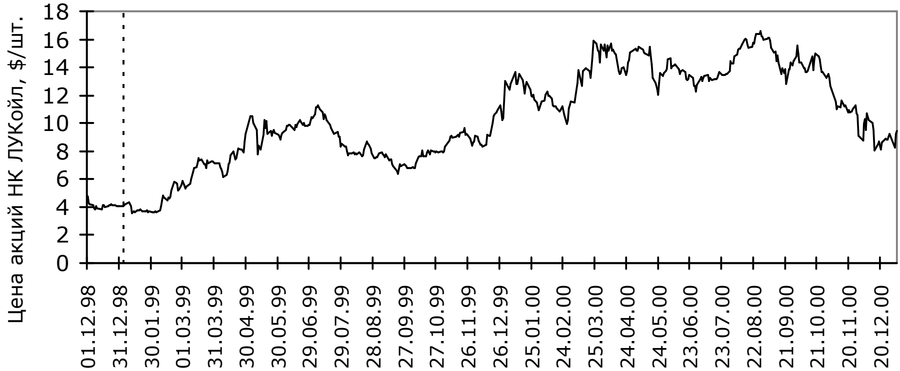

Рис.5.8.1.а.

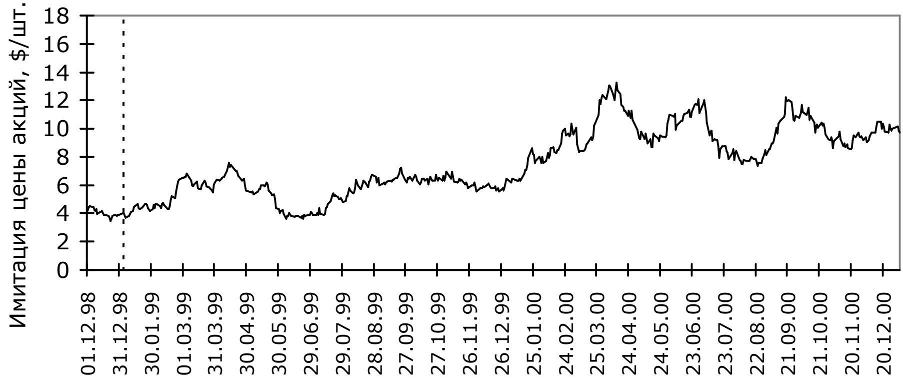

Рис.5.8.1.б.

Посмотрим, какую доходность мы могли бы получить, если бы в период с 5 января 1999 года по 5 января 2001 вкладывали свой капитал в обыкновенные акции НК ЛУКойл в те дни, когда согласно указанному правилу следовало ожидать увеличения стоимости этих акций, и держали бы его "в деньгах", когда роста цены не предвиделось. На рис.5.8.1.а отображены цены последних сделок Российской торговой системы (РТС) для каждого торгового дня с 1 декабря 1998 по 5 января 2001, которые мы и будем использовать в своих расчетах, предполагая, что все сделки купли-продажи акций производятся нами по цене последней сделки соответствующего дня. Вертикальной пунктирной линией отмечена дата начала нашего проверочного интервала, 5 января 1999. (Цены предшествующих дней нужны для расчета скользящего среднего.) Посчитаем, во сколько раз мы увеличили бы свой капитал, если бы в течение указанного двухлетнего периода осуществляли спекуляции руководствуясь вышеозначенным принципом принятия решений. Параметру ***n*** при этом будем последовательно присваивать целочисленные значения от ***1*** до ***22*** дней.

График зависимости коэффициента роста нашего капитала от величины ***n*** приведен на рис.5.8.2.а. Для сравнения горизонтальной пунктирной линией

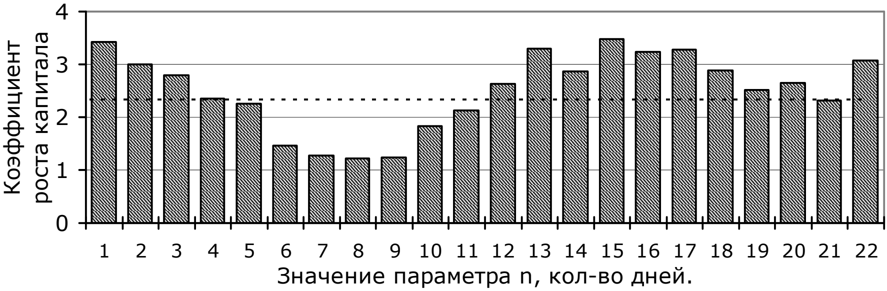

Рис.5.8.2.а.

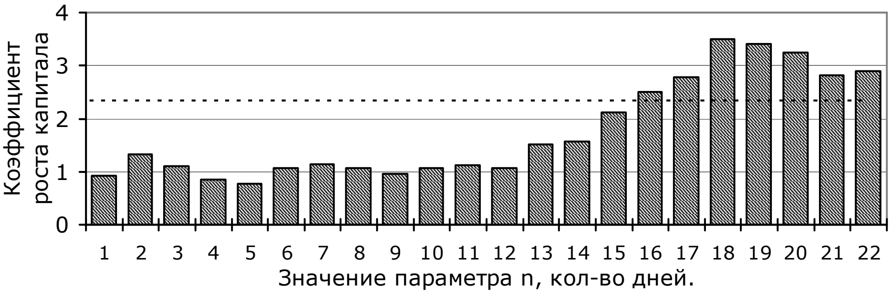

Рис.5.8.2.б.

показано, во сколько раз за тот же период выросла цена акций. Нетрудно заметить, что подбор параметра ***n*** позволяет добиться как существенного отрицательного, так и существенного положительного эффекта. Так, в случае ***n=15*** дням капитал увеличивается в ***3,49*** раза, а в случае ***n=8*** дням – всего в ***1,22*** раза; притом, что стоимость акций за рассматриваемый период выросла в ***2,34*** раза.

Таким образом, несмотря на то, что выбранный нами проверочный интервал весьма велик (он включает в себя ***504*** рабочих дня), а тестируемый прогнозный алгоритм содержит всего один свободный параметр и, следовательно, обладает не слишком высокой адаптивной способностью, выбор надлежащего значения этого параметра приносит, казалось бы, удивительные результаты. Многие наверняка воспримут это как доказательство присутствия в процессе изменения цен каких-то скрытых закономерностей, которые наш предсказывающий алгоритм сумел распознать и выявить. А между тем, данному факту можно найти и более простое объяснение.

На рис.5.8.1.б изображен график цен, искусственно сгенерированных при помощи случайных чисел. По своим основным вероятностным характеристикам (среднему значению и стандартному отклонению дневных доходностей) этот случайный процесс приблизительно идентичен колебаниям стоимости акций НК ЛУКойл на заданном временном интервале (см. рис.5.8.1.а). Однако никаких закономерностей, которые в случае их выявления позволяли бы выдавать нетривиальные прогнозы, эта имитация заведомо не содержит. И тем не менее, представленный на рис.5.8.2.б график, показывающий, во сколько раз при соответствующем значении параметра ***n*** спекулянт, придерживающийся рассматриваемой нами стратегии, увеличил бы свой капитал, если бы цены акций изменялись так, как показано на рис.5.8.1.б, свидетельствует том, что и в этом случае подбор ***n*** позволяет настроить наш прогнозный алгоритм на эффективную работу. Это обстоятельство наводит на мысль о том, что и приносимые им "выдающиеся" результаты при тестировании на реальных ценах вполне могут быть обусловлены исключительно чистой случайностью, а не какими-то скрытыми закономерностями. Кстати, к такому же выводу можно прийти, если, разделив наш двухлетний проверочный интервал, скажем, на две части, построить для каждой их них график, аналогичный представленным на рис.5.8.2, а затем сравнить полученные диаграммы между собой. Обе они будут отражать совершенно различные по своему виду зависимости.

Что же касается прогнозных алгоритмов с большим числом подстраиваемых параметров, то они, разумеется, обладают еще более высокой способностью к адаптации. С одной стороны, это хорошо: вы всегда можете создать видимость плодотворной аналитической работы, удивляя руководство огромными гипотетическими прибылями. Но, с другой стороны, вам может стать очень плохо, если вы рискнете попытаться превратить эти гипотетические результаты в фактические доходы путем практического использования своего "ноу-хау".[1] Поэтому подобные попытки лучше вообще не предпринимать, ссылаясь в случае необходимости на наличие каких-либо объективных трудностей.

<u>Раздел 6.</u> *Как добиться выполнения плана и как выиграть соревнование с сослуживцем, конкурентом или среднерыночным показателем (индексом).*

Обычно организация и управление экономической деятельностью осуществляются таким образом, чтобы максимизировать среднее ожидаемое значение (математическое ожидание) какого-то количественного критерия ее эффективности: прибыли, доходности и т.п. Но иногда, и даже, можно сказать, довольно часто, экономисту приходится выступать в роли "соревнующегося", сталкиваясь с ситуациями, когда его личные интересы требуют максимизации не математического ожидания какого-либо показателя результативности его действий, а вероятности того, что по данному показателю он сумеет выполнить установленный план или превзойти своего коллегу-сослуживца, конкурирующую фирму, соответствующий среднерыночный индекс и т.д. Другими словами, результаты труда экономиста иногда оцениваются не количественно, а качественно, по принципу "зачет-незачет". Подобное положение вещей зачастую является следствием примитивизма системы материальной и иной заинтересованности работника, действующей в данной организации. Хотя возможны и другие причины, не вязанные с конфликтом интересов фирмы и ее сотрудника. Последний может, наконец, сам организовать состязание, предложив своим коллегам или клиентам заключить с ним пари или сыграть в какую-либо экономическую игру, дабы показать свое профессиональное мастерство.

[1] Поэтому опытные аналитики предпочитают продавать свои знания посредством организации разнообразных учебных курсов и семинаров, а не применять их на практике.

В данном разделе мы рассмотрим вышеозначенные "соревновательные" ситуации и приведем оптимальные стратегии ведения подобных "состязаний".

§6.1. Управление инвестициями, направленное на достижение запланированного результата.

Главным результатом любой экономической деятельности является прибыль, которую она приносит. Поэтому часто главной целью экономиста является выполнение плана по прибыли или же опережение по данному показателю соперников и конкурентов. Соответственно, действия его в подобной ситуации бывают направлены на максимизацию вероятности достижения указанной цели.

Понятно, что прибыль является в общем случае величиной случайной. Однако на вероятностные характеристики этой величины менеджер, как правило, может воздействовать, изменяя организацию деятельности, которой он управляет, или же сам ее вид. Так, например, многие фирмы имеют возможность управлять величиной принимаемого ими на себя риска посредством выбора между осуществлением своей основной деятельности (относительно рискованный вариант) и приостановкой своей работы со сдачей "производственных" помещений в аренду и вложением всех свободных денег в банк (относительно надежный вариант). Как правило, подобное управление позволяет повысить среднее значение ожидаемой прибыли (или доходности) ценой увеличения риска или же наоборот, повысить надежность ценой снижения средней прибыли. Особенно легко такой менеджмент может осуществляться в том случае, когда фирма имеет доступ к фондовому рынку и эффективно пользуется открываемыми им возможностями, вкладывая свободные денежные средства в ценные бумаги и другие финансовые инструменты. Поэтому в данном параграфе и в §6.2 мы будем обращаться исключительно к примерам, связанным с управлением портфелем ценных бумаг. Тем не менее, следует иметь в виду, что почти все нижеприведенные рекомендации, в принципе, могут быть успешно использованы при осуществлении любой экономической деятельности, в которой присутствует возможность воздействия на степень неопределенности размера приносимой ею прибыли.

а) Ликвидные инвестиции.

Разберем сначала относительно простой случай.

<u>Пример 6.1.1. План по конечной стоимости. Стратегии "акции-деньги" и "акции-облигации".</u>

Инвестиционный менеджер путем вложения в акции и облигации капитала, первоначальная стоимость которого составляет ***100*** тыс. рублей, должен за ***65*** рабочих дней (то есть за ***1*** квартал) увеличить его величину как минимум до ***110*** тыс. рублей. Математическое ожидание и стандартное отклонение доходности акций составляют, соответственно, ***0,1%*** и ***2%*** в день. Доходность облигаций является фиксированной величиной равной ***0,07%*** в день.[1] Требуется максимизировать вероятность выполнения плана (достижения стоимостью капитала уровня в ***110*** тыс. рублей) посредством оптимального управления портфелем инвестиций.

<u>Примечание</u>: Подобные ситуации могут возникать, в основном, в двух случаях: (а) когда инвестор, вверяя свой капитал менеджеру, желает создать определенную систему материальной заинтересованности своего поверенного в достижении высоких результатов, для чего устанавливает план и обещает в случае его выполнения как-нибудь поощрить своего управляющего; (б) когда у инвестора возникает потребность не просто полу-

---

[1] Покупка облигаций рассматривается в данном примере просто как вариант безрискового вложения денег, "место" которого вполне могли бы занять другие аналогичные инвестиционные проекты с фиксированной доходностью, например, банковский вклад.

чить максимально возможную прибыль, а накопить к заданному моменту времени определенную денежную сумму (для покупки какой-то вещи, открытия нового бизнеса и т.п.), исходя из размера которой, он и устанавливает плановый уровень стоимости капитала.

Сразу же можно заметить, что поскольку за ***65*** дней облигации принесут лишь $\boldsymbol{1{,}0007^{65} - 1 = 4{,}65\%}$ прибыли, без использования акций достичь планового уровня конечной стоимости капитала невозможно. Конечно, средняя ожидаемая доходность акций ненамного превышает доходность облигаций. Однако вложение денег в акции связано с существенным риском и фактически может принести как очень большую прибыль, так и очень большой убыток. Таким образом, в случае успеха стоимость инвестированного в акции капитала вполне может достигнуть ***110*** тыс. рублей.

Но если мы посчитаем вероятность того, что к концу ***65***-дневного периода цена акций увеличится не менее чем в ***1,1*** раза (по отношению к своему значению на начало этого периода), мы увидим, что эта вероятность относительно невелика: она составляет всего ***39,4%***. Что вполне естественно, поскольку за указанный срок акции должны подорожать в среднем всего лишь в $\boldsymbol{1{,}001^{65} - 1 = 1{,}0671}$ раза. Стало быть, пассивное "держание" капитала в акциях в течение всего этого срока – вариант не слишком многообещающий.

Однако же, вероятность того, что цена акций превысит свое первоначальное значение по меньшей мере в ***1,1*** раза хотя бы в один (необязательно в последний) из этих ***65*** дней, равна ***61,3%***,[1] что значительно выше ***39,4%***. Следовательно, если, вложив капитал в акции, менеджер будет ежедневно следить за их биржевыми котировками, с тем чтобы в случае досрочного "подъема" стоимости его портфеля до планового уровня в ***110*** тыс. рублей сразу же зафиксировать достигнутый результат посредством продажи акций (то есть путем переложения капитала из акций "в деньги"), то вероятность выполнения плана составит ***61,3%***. Назовем такую линию поведения стратегией "акции-деньги". Она, как видите, существенно повышает шансы на успех.

И тем не менее, стратегия, суть которой мы сейчас изложим и которой дадим условное название "акции-облигации", обеспечивает еще более высокую вероятность выполнения плана.

Вспомним, что по условиям задачи менеджер может инвестировать деньги в облигации. Мы уже отмечали, что их доходность недостаточно велика, чтобы с их помощью можно было превратить ***100*** тыс. рублей в ***110*** тыс. за ***1*** квартал. Однако, если бы в какой-то из дней этого квартала стоимость портфеля акций, пусть даже не достигнув при этом планового уровня, поднялась бы несколько выше ***100*** тыс. рублей, то, возможно, дальнейшее вложение капитала в облигации и позволило бы достичь поставленной цели. На рис.6.1.1 для каждого из ***65*** дней наклонной пунктирной линией

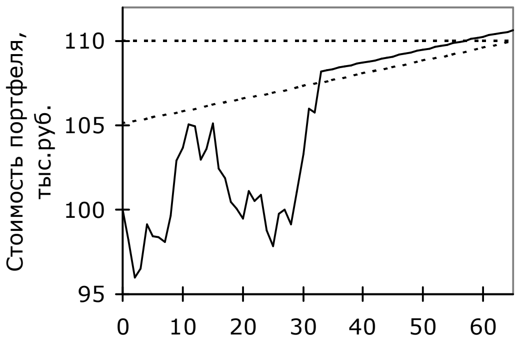

Рис.6.1.1.

[1] Эту вероятность можно определить по графику, приведенному на рис.5.7.2 соответствующего параграфа.

показано, какой должна быть величина этого капитала, чтобы за оставшийся срок можно было его увеличить до желанного размера исключительно при помощи облигаций. Понятно, что, достаточно текущей стоимости портфеля акций "перепрыгнуть" через этот "барьер", и дальнейшее "держание" капитала в этих ценных бумагах теряет смысл; поскольку, переложив деньги в облигации, менеджер уже может считать свою цель достигнутой, тогда как, продолжая "сидеть в акциях", он рискует дождаться падения их цены со всеми вытекающими последствиями. Управление инвестиционным портфелем с учетом данного замечания и составляет суть вышеозначенной стратегии "акции-облигации". Сплошной линией на рис.6.1.1 показано, как в частности может изменяться стоимость портфеля инвестиций при ее реализации. Из графика видно, что переложение капитала из одних бумаг в другие в данном случае происходит на ***33*** день.

На рис.6.1.2 представлены графики зависимости вероятности выполнения плана от величины плановой стоимости портфеля, соответствующие применениям стратегий "акции-деньги" (пунктирная линия) и "акции-облигации" (сплошная линия). В нашем случае (при плане в ***110*** тыс. рублей) вероятность успеха составляет, как видите, примерно ***71,5%***. Что, на первый взгляд, кажется невероятным, учитывая столь заметное превосходство плановой доходности портфеля (***10%***) над средней квартальной доходностью акций (***6,71%***) и облигаций (***4,65%***).

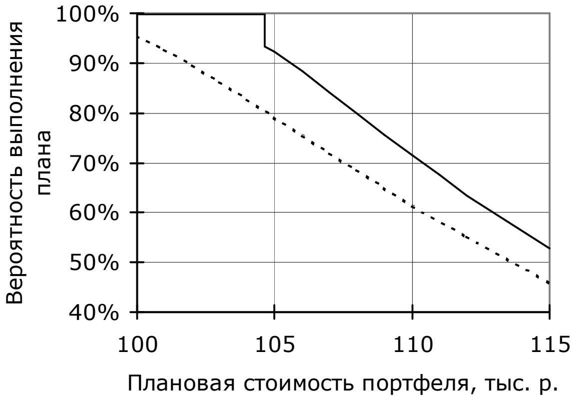

Рис.6.1.2.

Кому-то, быть может, подобное положение вещей кажется подозрительно благоприятным для инвестора. Более того, у многих читателей наверняка возникает иллюзия того, что осуществление вышеизложенных стратегий повышает среднюю доходность инвестиций по отношению к средней доходности используемых при этом финансовых инструментов. Таким образом, непонятно откуда, вроде бы, возникает сверхприбыль.

На самом же деле ничего подобного, конечно, не происходит.

Рассмотрим последнюю из описанных стратегий. При ее реализации капитал все время находится либо в акциях, либо в облигациях за исключением дня его переложения из первых бумаг во вторые. Следовательно, и средняя ожидаемая доходность инвестиций в целом, с точки зрения здравого смысла, должна лежать где-то в пределах между ***4,65%*** и ***6,71%*** в квартал. Но если в случае выполнения плана конечная стоимость портфеля составит немногим более ***110*** тыс. рублей или в среднем что-то около ***111*** тыс., а вероятность выполнения плана равна ***71,5%***, то в случае неудачи среднее значение конечной стоимости портфеля должно лежать где-то между ***88,73*** и ***95,96*** тыс. рублей, поскольку именно эти два числа являются решениями уравнений:

$$\boldsymbol{111 \cdot 71{,}5\% + x \cdot (100\% - 71{,}5\%) = 104{,}65},$$

$$\boldsymbol{111 \cdot 71{,}5\% + x \cdot (100\% - 71{,}5\%) = 106{,}71}.$$

То есть согласно приведенным соображениям математическое ожидание конечной стоимости капитала в случае невыполнения плана должно быть существенно меньше его первоначальной стоимости. Вывод этот полностью подтверждается представленной на рис. 6.1.3 гистограммой, построенной на основе результатов имитационного моделирования, насчитывающего ***500*** тыс. экспериментов. Она отражает распределение вероятностей конечной стоимости портфеля менеджера, работающего по стратегии "акции-облигации", при условии недостижения ею (конечной стоимостью) планового уровня в ***110*** тыс. рублей. Математическое ожидание этого распределения составляет приблизительно ***91,3*** тыс. рублей, что вполне согласуется со сделанным выше выводом.

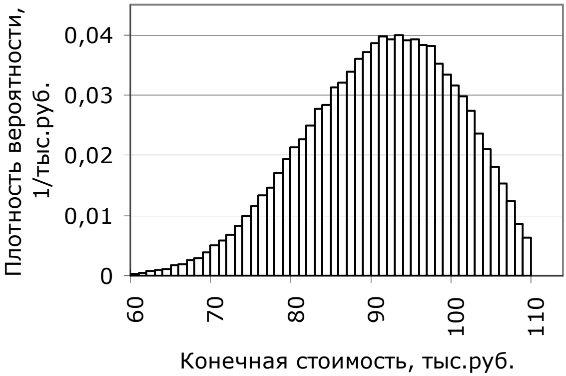

Рис.6.1.3.

Таким образом, высокая вероятность успеха менеджера в данной ситуации достигается не только ценой того, что доходность инвестиций ни при каких обстоятельствах (даже в случае значительного роста стоимости акций) не превысит уровень в ***10%*** квартальных более чем на три-четыре процента, но также и ценой несколько более плачевного, чем можно ожидать, итога, грозящего инвестору в случае невыполнения менеджером установленного плана.

Кстати, этот неожиданно плачевный итог с точки зрения управляющего портфелем вполне может рассматриваться и как положительное обстоятельство. Ведь, если невыполнение плана будет, как правило, сопровождаться достаточно незаурядным по своим масштабам падением цен акций, то, значит, толковый менеджер почти всегда сумеет оправдаться в случае неудачи, сославшись на это относительно редкое событие как на причину своего "конфуза".

Так что, в целом, положение менеджера в данном примере представляется весьма завидным. С несколько большим числом проблем он может столкнуться, оказавшись в следующей ситуации.

Пример 6.1.2. План по конечной стоимости с ограничением на величину текущего убытка. Стратегия "облигации-акции-облигации".

В ситуации идентичной описанной в предыдущем примере, требуется найти оптимальный способ управления инвестиционным портфелем, максимизирующий вероятность выполнения плана при условии, что в течение всего срока управления инвестор будет осуществлять ежедневный контроль за текущей стоимостью портфеля и в случае ее снижения ниже ***97*** тыс. рублей досрочно прекратит полномочия менеджера (план при этом, разумеется, будет считаться невыполненным).

Примечание: Поставленная проблема приобретает актуальность, опять же, в двух случаях: (а) когда инвестор желает создать более изощренную систему материальной заинтересованности своего управляющего; а также (б) когда у инвестора возникает, например, необходимость приобрести определенную вещь и при этом он, во-первых, имеет возможность купить относительно дешевый товар, но не имеет особого желания, а во-вторых, имеет желание купить более дорогое аналогичное изделие, но не имеет возможности. Соответственно, в подобном случае цена дешевой вещи устанавливается как предел допустимого снижения стоимости портфеля, а цена дорогой служит в качестве планового уровня его стоимости.

В данном примере, таким образом, нам придется решать задачу о случайном блуждании уже не с одним, а с двумя поглощающими барьерами: верхним, который на рис.6.1.1 и рис.6.1.4 обозначен наклонной пунктирной линией, и нижним, отмеченным на рис.6.1.4 горизонтальной линией на уровне ***97*** тыс. рублей. Как только стоимость портфеля "пересечет" какой-нибудь из этих двух барьеров, исход всей "операции" становится предрешенным: либо менеджера отстраняют от дел, либо, вложив капитал в облигации, он уже может считать себя "передовиком производства" и готовиться к повешенью на доску почета.

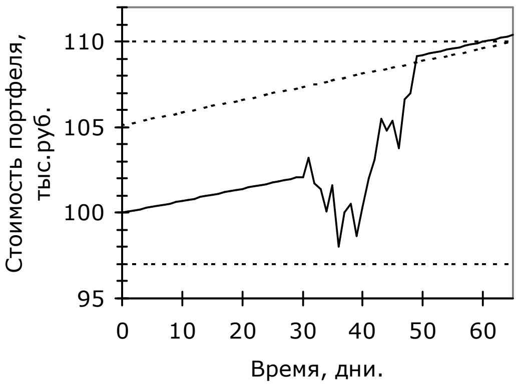

Рис.6.1.4.

Однако, как показывают результаты имитационного моделирования, вероятность выполнения плана в подобных условиях даже при использовании стратегии "акции-облигации" довольно низка: она равна приблизительно ***43,8%*** (при отсутствии контроля за текущей стоимостью портфеля она составила бы ***71,5%***). Посмотрим, можно ли ее увеличить.

Глядя на рис.6.1.4, нетрудно заметить, что уровень в ***100*** тыс. рублей, соответствующий начальной стоимости капитала, "отстоит" от нижнего барьера на меньшее "расстояние", чем от верхнего. Следовательно, вложившись в акции, менеджер рискует превысить лимит текущего убытка раньше, чем текущая стоимость его портфеля поднимется до желаемой величины.

А что если перед тем, как вкладываться в акции, слегка увеличить размер капитала при помощи облигаций, дабы подальше "отодвинуться" от нижнего барьера и избежать тем самым нависшей "угрозы"? В этом случае график изменения стоимости портфеля может, в частности, выглядеть примерно так, как показано на рис.6.1.4 сплошной линией. Представленная кривая соответствует тридцатидневному подготовительному "облигационному" этапу, в ходе которого стоимость портфеля, как видите, увеличивается настолько, что к тридцатому дню от нижнего барьера ее отделяет приблизительно такое же "расстояние", как и от верхнего. Поэтому дальнейшее переложение капитала в акции с большей вероятностью приводит к выполнению плана, чем к превышению величины допустимого убытка. Хотя, конечно, введение подготовительного периода существенно увеличивает вероятность того, что к окончанию квартала стоимость капитала так и не достигнет ни одного из двух поглощающих барьеров, что, естественно, будет считаться неудачей.

Остается только проверить "экспериментально" (путем компьютерного моделирования) будет ли подобный принцип управления инвестициями – назовем его стратегией "облигации-акции-облигации" – приносить какой-либо эффект. Полученные в результате этой проверки графики зависимости вероятности выполнения плана от продолжительности этапа предварительного вложения в облигации для различных значений лимита текущего убытка представлены на рис.6.1.5. Этот лимит выражен в процентах от первоначальной стоимости капитала. В нашем примере его значение равно ***3%***.

Как видите, при надлежащим образом подобранной длительности периода первичного вложения в облигации исследуемая стратегия приносит достаточно ощутимый эффект. Особенно заметен он при малых значениях лимита текущего убытка, чего, собственно, и следовало ожидать. В нашем случае оптимальная продолжительность предварительного этапа равна примерно ***32*** дням, а соответствующая ей вероятность выполнения плана составляет что-то около ***52,5%***. Таким образом, "перейдя" от стратегии "акции-облигации" к стратегии "облигации-акции-облигации", наш менеджер может увеличить вероятность успешного исхода дела на ***52,5%*** − ***43,8%*** = ***8,7%*** . В случае же нулевого лимита этот прирост мог бы составить целых ***41,5%*** − ***21,2%*** = ***20,3%*** (см. рис.6.1.5), что соответствовало бы почти двукратному увеличению шансов на удачу!

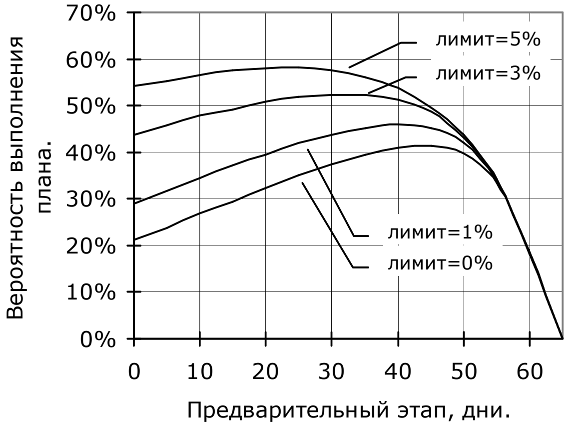

Рис.6.1.5.

Учитывая столь высокую эффективность вышеизложенных "технологий" управления инвестициями, полезно будет обратить внимание читателя на некоторые способы их практического использования.

Допустим, что инвестор из рассмотренных нами примеров не установил для менеджера никаких планов и лимитов, а просто назначил ему вознаграждение, пропорциональное величине конечной стоимости портфеля. В этом случае управляющий может сам выступить инициатором перехода на "планово-лимитную" систему контроля, рассчитав и предложив при этом размер премии, которую инвестор должен будет ему выплатить в случае выполнения плана, а также размер штрафа, который инвестору позволено будет взыскать с него в случае неудачи. Переход на такую систему материальной заинтересованности можно рассматривать как заключение пари, соотношение ставок в котором определяется соотношением величин премии и штрафа. Пользуясь тем, что оптимальная стратегия управления портфелем в большинстве случаев обеспечивает неожиданно высокую вероятность выполнения плана, менеджер наверняка сумеет выторговать у инвестора достаточно выгодное для себя соотношение этих ставок.

А теперь представим, что некий работник инвестиционной конторы желает показать своему шефу свое высокое мастерство в деле управления инвестициями и заодно "утереть нос" своему коллеге-сопернику, который книг не читает и с вышеизложенной стратегией "облигации-акции-облигации" наверняка незнаком. Оказавшись "в шкуре" менеджера из примера 6.1.2, такой коллега вряд ли сумеет обеспечить своими действиями вероятность выполнения плана более высокую по сравнению с той, которая достигается посредством реализации стратегии "акции-облигации". А значит, при надлежащем подборе значений соответствующих параметров (планового уровня, лимита текущего убытка, продолжительности периода управления портфелем) вероятность его успешного "выступления" в роли менеджера в подобной ситуации может оказаться весьма низкой, тогда как аналогичный показатель для человека, "вооруженного" стратегией "облигации-акции-облигации", составит гораздо большую величину. А раз так, то этот сведущий человек может смело вызвать в присутствии шефа своего некомпетентного коллегу на "соревнование", предложив ему весьма невыгодные для него условия, от которых, тем не менее, вызываемому не удастся отказаться без ущерба для своей профессиональной репутации. (Так, в частности, если квалифицированный работник и его неквалифицированный коллега выполняют план с вероятностями, скажем, ***50%*** и ***20%***, соответственно, то первый может, например, предложить второму на выбор заключить одно из двух следующих соглашений-пари: либо за управление портфелем берется сам предлагающий, "ставя" при этом, скажем, ***4*** тыс. рублей против ***6*** тыс. на то, что ему удастся выполнить план; либо управлять портфелем берется тот, кому предлагается это пари, "ставя" на собственную "победу" всего лишь ***3*** тыс. рублей против ***7*** тыс. Понятно, что отказаться от такого соглашения, значит, признать себя менее квалифицированным работником по сравнению со своим сослуживцем, а заключить его в любой из предложенных форм, для некомпетентного менеджера значит, пуститься в невыгодную для себя игру.)

б) Переменно-ликвидные инвестиции. Модифицированная стратегия Даламбера.

Анализируя рассмотренные нами способы управления портфелем инвестиций, можно обнаружить, что они отнюдь не полностью исчерпывают существующие потенциальные возможности увеличения вероятности достижения запланированного уровня конечной стоимости портфеля или его доходности. Ибо, хотя, по большому счету, все три вышеописанные стратегии ("акции-деньги", "акции-облигации" и "облигации-акции-облигации") исключают возможность существенного перевыполнения плана (ценой чего, собственно, и достигается высокое значение вероятности его выполнения), ни одна из них, тем не менее, не устраняет этой возможности до конца. Ведь вложив капитал в акции, мы всегда "рискуем" "нарваться" на резкий скачок их цен, который поднимет стоимость нашего портфеля гораздо выше запланированного уровня еще до того, как нам удастся зафиксировать полученную прибыль путем продажи акции.[1] Конечно, масштабы возможного перевыполнения плана в подобных ситуациях не так уж велики, и в примерах 6.1.1 и 6.1.2 мы вполне резонно пренебрегали ими. Однако на практике довольно часто встречаются случаи, в которых такое пренебрежение не оправдано.

Дело в том, что, так же как ценные бумаги можно считать ликвидными лишь в часы биржевой торговой сессии, многие инвестиции являются ликвидными не постоянно, а лишь в определенные моменты времени. Например, деньги, вложенные в какую-либо производственную деятельность, как правило, можно вернуть назад не ранее как после совершения ими одного полного оборота в круге "деньги-товар-деньги", поскольку продажа предметов незавершенного производства по справедливой цене обычно представляется делом проблематичным. А возврат капитала, вложенного в интервальный паевой фонд, возможен лишь в дни, специально отведенные для выкупа проданных ранее паев, который производится обычно раз в квартал.

[1] В основном это касается случаев, когда в промежутке между биржевыми торговыми сессиями двух соседних дней на рынок поступает важная информация, в результате чего цены грядущих торгов с самого момента их открытия уже устанавливаются на гораздо более высоком уровне по сравнению с ценами закрытия предыдущего дня.

Подобные инвестиции мы будем называть переменно-ликвидными. Включая их в свой инвестиционный портфель, менеджер практически лишает себя возможности управлять его составом произвольным образом и в любой момент времени (если, конечно, он не считает для себя позволительным ликвидировать инвестиции по демпинговым ценам); так как всякий раз, пожелав избавиться от переменно-ликвидных активов, он должен будет ждать, когда их можно будет продать по реальной цене. Разумеется, такое ограничение свободы действий менеджера не способствует росту вероятности выполнения им установленного плана. Что, в частности, хорошо демонстрируется примером, к рассмотрению которого мы сейчас обратимся.

Пример 6.1.3. Инвестирование в паевой фонд.

Инвестиционный менеджер имеет право вкладывать вверенный ему капитал размером ***100*** тыс. рублей только в интервальный паевой фонд и в банковский депозит. Фонд продает свои паи и выкупает их обратно в начале каждого календарного квартала (в другое время сделок с паями не производится). Доходность инвестиций в эти паи имеет математическое ожидание ***6,78%*** в квартал (что соответствует $\boldsymbol{1{,}0678^4 - 1 = 30\%}$ годовых) и стандартное отклонение ***20%*** в квартал. На банковский же депозит ежеквартально начисляются ***4,663%*** (что соответствует $\boldsymbol{1{,}04663^4 - 1 = 20\%}$ годовых). Согласно установленному плану менеджер должен "довести" стоимость капитала до уровня, хотя бы немного превышающего ***120*** тыс. рублей. Требуется максимизировать вероятность выполнения этого плана путем оптимального управления инвестиционным портфелем.

Понятно, что вложение денег исключительно в банк позволит увеличить капитал за год ровно в ***1,2*** раза и не более того. Следовательно, без инвестиций в паевой фонд никак не обойтись. Но, вложившись в паи, менеджер не сможет от них "избавиться" раньше чем через один квартал. Соответственно, если вдруг в середине этого квартала рыночная стоимость активов фонда, "стоящих" за приобретенными паями, "подскочит" до уровня, уже гарантирующего менеджеру выполнение плана, он не сможет зафиксировать достигнутый результат сразу (путем продажи паев), а будет вынужден ждать конца квартала, рискуя при этом "дождаться" также и падения рыночных цен. Вследствие этого вероятность выполнения плана в данном примере при осуществлении управления портфелем по стратегии "фонд-банк" (являющейся аналогом стратегии "акции–облигации") относительно невелика и составляет всего ***73,5%***.

Между тем, потенциальные возможности ее увеличения, по крайней мере теоретически, существуют. О чем наглядно свидетельствует гистограмма, приведенная на рис.6.1.6. Левая половина рисунка содержит график распределения вероятностей стоимости портфеля на конец года при использовании вышеуказанной стратегии. Как видите, в случае превышения этой стоимостью планового уровня в ***120*** тыс. рублей величина этого превышения (как и следовало ожидать, учитывая переменную ликвидность инвестиций) может оказаться довольно значительной: вполне вероятно увеличение капитала даже до ***180*** тыс. рублей, что является "непростительно" большим по своему масштабу перевыполнением плана. Ценой снижения средней величины этого "перебора" вероятность выполнения плана, теоретически, может быть существенно увеличена. Остается только найти практически осуществимый способ высвобождения этого потенциала.

Для этого полезно будет обратиться к одному интересному приему ведения игры в казино, известному как стратегия Даламбера.

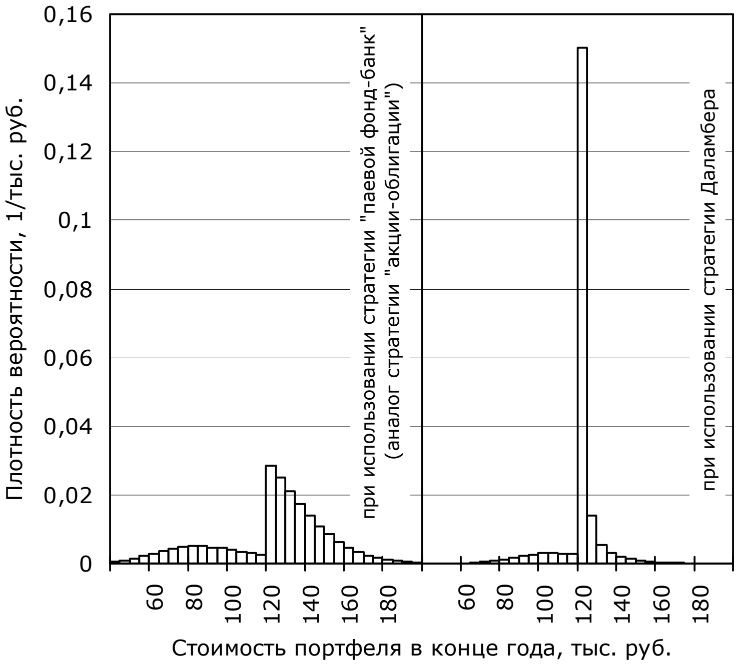

Рис.6.1.6.

Допустим, что, располагая капиталом в ***15*** рублей, мы желаем любой ценой довести его размер до ***16*** рублей, для чего прибегаем к игре, скажем, в рулетку. В каждом гейме (розыгрыше) мы делаем ставку либо на "красное", либо на "черное". Поэтому каждое раскручивание колеса приносит нам выигрыш с вероятностью ***50%***[1].

Разумеется, продолжать игру имеет смысл только до тех пор, пока наша цель не достигнута. После же увеличения капитала до ***16*** рублей ее следует прекратить, дабы не подвергать себя лишнему риску. При этом стратегия Даламбера предписывает нам в каждом гейме ставить на кон ровно столько, сколько нам не достает для достижения нашей цели. То есть, в первый раз следует ставить ***1*** рубль, во второй раз ***2*** рубля, в третий – ***4***, а в четвертый – ***8*** рублей. Таким образом, в случае проигрыша ***1*** рубля в первом гейме наш капитал уменьшится до ***14*** рублей, однако выигрыш ***2*** рублей во втором гейме, полностью компенсирует эту потерю и, сверх того, принесет столь необходимый нам ***1*** рубль прибыли. В случае же неудачи в первых двух геймах у нас останется ***12*** рублей денег, которые превратятся в ***16***, если в третьем розыгрыше нас ждет удача. Если же и третий гейм будет проигран, то в четвертом на кон будет поставлено все, что у нас останется. Однако в случае выигрыша мы все-таки достигнем своей цели.

Понятно, что продолжительность такой игры может составлять от одного до четырех геймов (и не более того), и в ее результате мы либо выиграем ***1*** рубль, либо проиграем все ***15*** рублей. Но поскольку эта игра справедлива, математическое ожидание приносимого ею выигрыша должно равняться ну-

[1] Вероятностью выпадения нуля, при котором все ставки уходят в доход казино, мы пренебрегаем.

лю. Что возможно только в том случае, если вероятность благоприятного исхода будет относиться к вероятности неудачи как ***15*** к ***1***.

Этот вывод полностью подтверждается расчетами. Поскольку неблагоприятный результат заключается в последовательном проигрыше четырех геймов подряд, его вероятность составляет $1/2^4=1/16=6{,}25\%$. Следовательно, вероятность удачи будет равна ***100%-6,25%=93,75%***. При этом ***93,75%/6,25%=15***.

В общем, стратегия Даламбера обеспечивает высокую вероятность успешного исхода игры ценой того, что величина возможного выигрыша оказывается несоизмеримо малой по сравнению с величиной возможного проигрыша.

Разумеется, менеджера, управляющего чужим капиталом (то есть играющего чужими деньгами), такая цена в качестве платы за повышение вероятности выполнения плана вполне устроит. Возможно даже, она устроит и самого инвестора, если его целью является не столько получение как можно большей прибыли, сколько накопление определенной суммы денег. Поэтому попытаемся адаптировать рассмотренную стратегию к использованию ее в управлении инвестиционным портфелем.

В нашем примере менеджер имеет возможность изменять состав портфеля в начале каждого из четырех кварталов года. Этот портфель может содержать вложения в паевой фонд и в банковский депозит в произвольных долях. Предположим, что в начале первого квартала менеджер инвестировал все ***100%*** вверенного ему капитала в банк. Тогда через три месяца стоимость его портфеля вырастет до ***104,663*** тыс. рублей. Будь этот рост хотя бы чуть-чуть побольше, и выполнение плана было бы фактически гарантировано, так как дальнейшее инвестирование капитала в банковский депозит уже обеспечило бы к концу года превышение стоимостью капитала уровня в ***120*** тыс. рублей (поскольку $104{,}663 \cdot 1{,}04663^3 = 120$). При указанных же условиях банковский депозит, как уже отмечалось ранее, обеспечивает лишь "стояние на грани" выполнения плана.

А теперь допустим, что в начале первого квартала какую-то часть капитала, скажем ***X*** тыс. руб., менеджер вложил в паевой фонд, а оставшиеся ***(100-X)*** тыс. руб. – в банк. Тогда через три месяца ***(100-X)*** тыс. руб. увеличатся в ***1,04663*** раза, а ***X*** тыс. руб. – в некоторое случайное количество раз ***R***. Если ***R*** окажется больше ***1,04663***, то и стоимость всего портфеля вырастет более чем в ***1,04663*** раза и, стало быть, выполнение плана будет гарантировано. В противном случае "игра" будет продолжена, хотя шансы на "победу", безусловно, снизятся. Однако обратите внимание на то, что вероятность превышения величиной ***R*** значения ***1,04663*** определяется лишь ее вероятностными характеристиками и не зависит от ***X***. Тогда как степень возможного снижения шансов на "победу" зависит от того, какая часть капитала будет вложена в паевой фонд, причем довольно существенно.

Отсюда следует, что менеджер из рассматриваемого нами примера в начале года должен инвестировать в паевой фонд как можно меньшую долю капитала (которая, тем не менее, не должна равняться нулю). Этим он сократит масштаб возможного ухудшения ситуации к концу первого квартала, посредством чего повысит вероятность того, что в оставшиеся девять месяцев ему все-таки удастся выполнить план.

Нетрудно также определить, что управляющий портфелем должен делать в начале последнего, четвертого квартала. Если стоимость капитала к тому моменту окажется больше ***120/1,04663=114,654*** тыс. руб., то все деньги нужно инвестировать в банк. Если же она составит меньшую величину, весь капитал надо вкладывать в паевой фонд, поскольку в случае неудачи в этом последнем "гейме" управляющему будет уже все равно, сколько тыс. рублей "отделяют" его от выполнения установленного плана: шансов на дальнейшее исправление положения у него уже не останется.

Посмотрим теперь, как следует перераспределять доли вложений в банк и в паевой фонд в начале второго и третьего кварталов. Понятно, что, если к этим моментам стоимость портфеля превысит, соответственно, ***104,663*** и $\boldsymbol{120/1{,}04663^2=109{,}546}$ тыс. руб., то правильнее всего будет поместить весь капитал в банк на весь оставшийся до конца года срок – выполнение плана при этом будет обеспечено. Но что делать, если этого не произойдет и стоимость портфеля составит, скажем, ***102*** тыс. рублей? В этом случае сокращение доли паевого фонда, с одной стороны, опять же уменьшит степень возможного ухудшения положения менеджера в течение ближайших трех месяцев. Но с другой стороны, оно уменьшит и вероятность достижения стоимостью портфеля к началу последующего квартала уровня, при котором выполнение плана стало бы фактически "неизбежным", то есть уровня, превышающего ***109,546*** и ***114,654*** тыс. рублей, соответственно.

Посредством имитационного моделирования можно найти оптимальное соотношение долей, приходящихся на инвестиции в банк и паевой фонд, для каждого возможного значения стоимости портфеля в начале второго и третьего кварталов, не превышающего указанные критические отметки в ***104,663*** и ***109,546*** тыс. рублей. На рис.6.1.7 приведены графики четырех функций, полностью определяющих одну из возможных стратегий управления портфелем. Стратегия эта достаточно близка к оптимальной. Приведенные кривые для каждого из четырех кварталов года отражают зависимость доли капитала, которую менеджер будет вкладывать в паевой фонд в начале соответствующего периода времени, от общей стоимости портфеля на момент принятия данного решения.[1] Хотя условиями рассматриваемого нами примера начальная величина капитала определена (она равна ***100*** тыс. рублей), при построении крайней слева кривой, тем не менее, предполагалось, что данная величина может иметь и иное значение. Для ряда этих значений (опять же путем моделирования) была рассчитана вероятность того, что к концу года стоимость портфеля менеджера, реализующего указанную стратегию, превысит ***120*** тыс. рублей. График этой зависимости представлен на

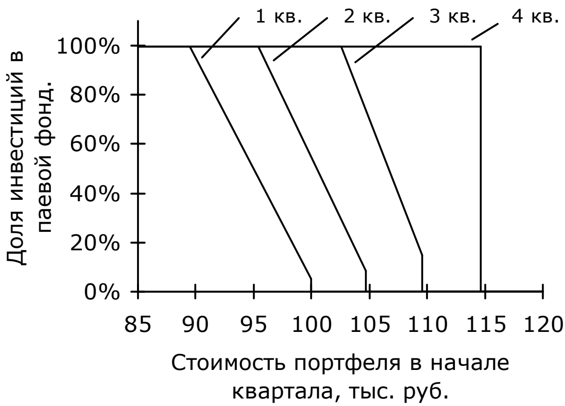

Рис.6.1.7.

[1] Поскольку оптимальность действий менеджера на каждом "шаге" (в начале каждого квартала) зависит от того, что он собирается делать на последующих "шагах", поиск оптимальной доли вложений в паевой фонд для более ранних периодов времени следует производить только после того, как будут найдены оптимальные доли для более поздних периодов. (Данный случай представляет собой типичную задачу динамического программирования.)

рис.6.1.8 сплошной линией. Для сравнения пунктиром показан график аналогичной зависимости для случая реализации стратегии "фонд-банк".

Как видите, эффективность сформулированной нами "технологии" управления инвестициями, которую можно назвать модифицированной стратегией Даламбера, достаточно высока. Так, при стотысячном начальном капитале она позволяет повысить вероятность выполнения плана с ***73,5%*** до ***89,5%***. Вероятность неудачи при этом сокращается более чем в два раза.

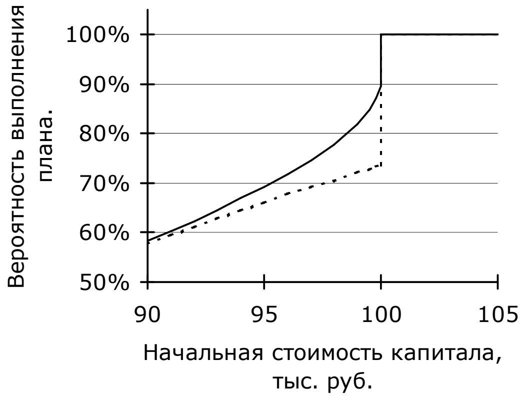

Рис.6.1.8.

С уменьшением же размера стартового капитала эффективность эта довольно быстро снижается, поскольку в рассматриваемом нами примере менеджера, располагающего вместо ***100*** тыс. рублей значительно меньшей первоначальной суммой, уже нельзя назвать "стоящим на грани" выполнения плана.[1]

Вернемся теперь к рис.6.1.6., правая половина которого содержит гистограмму распределения вероятностей конечной стоимости портфеля нашего менеджера при условии реализации им модифицированной стратегии Даламбера. Сразу видно, что данная техника управления заметно снижает величину возможного перевыполнения плана по сравнению с аналогичным показателем стратегии "фонд-банк". Если при использовании последней величина конечной стоимости капитала в случае превышения ею планового уровня (***120*** тыс. руб.) составляет в среднем что-то около ***138,5*** тыс. рублей, то использование стратегии Даламбера уменьшает эту цифру приблизительно до ***124,5*** тыс. рублей.

§6.2. Управление инвестициями, направленное на "опережение" соперника или рыночного индекса.

Мы рассмотрели основные принципы управления инвестициями, направленного на достижение фиксированного (то есть заранее предопределенного) значения конечной стоимости капитала (или итоговой прибыли). Однако в некоторых случаях уровень эффективности управления инвестиционным портфелем, которого требуется достичь, может быть "плавающим", то есть заранее неопределенным. Данное явление имеет место, в частности, когда качество труда менеджера, работающего, скажем, на рынке акций, контролируют не по абсолютным результатам его деятельности, а по тому, например, насколько индекс стоимости его портфеля превысил рыночный индекс цен акций или же индекс стоимости портфеля какого-то другого менеджера. В принципе, подобный подход является наиболее корректным, вследствие чего применяется

[1] Надо сказать, что вероятность выполнения плана зависит не только от степени близости к этой "грани", но и от степени рискованности инвестиций в паевой фонд. А потому при достаточно большом стандартном отклонении доходности этих инвестиций даже значительное уменьшение размера стартового капитала не вызывает существенного снижения вероятности успеха.

он достаточно часто. Однако и при такой системе контроля не исключено использование методов, аналогичных описанным в §6.1.

Пример 6.2.1. Превышение рыночного индекса. Стратегия "облигации–индекс".

Менеджер, располагающий капиталом в ***100*** тыс. рублей, имеет возможность вкладывать деньги в акции и в облигации. Доходность последних составляет ***0,07%*** в день. Математическое ожидание и стандартное отклонение доходности рыночного индекса акций равны, соответственно, ***0,1%*** и ***2%*** в день. В соответствии с принятыми обязательствами менеджер должен управлять своим инвестиционным портфелем таким образом, чтобы к концу ближайшего квартала (через ***65*** рабочих дней) стоимость вверенного ему капитала оказалась как минимум на ***10%*** больше той стоимости, которую этот капитал имел бы к тому же моменту времени в случае вложения первоначальных ***100*** тыс. рублей на весь ближайший квартал "в рынок" или "в рыночный индекс" (а точнее сказать, в рыночный портфель акций, показателем стоимости которого служит этот индекс). Требуется найти стратегию управления инвестициями обеспечивающую максимальную вероятность выполнения менеджером своих обязательств.

Данная задача во многом подобна той, что была описана в примере 6.1.1. Только теперь цель управления, можно сказать, стала почти полностью противоположной. Стало быть, соответствующим образом должны измениться и методы решения проблемы.

Хотя обычно в качестве индекса фондового рынка принимают суммарную капитализацию обращающихся на нем акций, в нашем примере удобнее будет использовать в этом качестве стоимость менеджерского портфеля, соответствующую пассивному вложению первоначального капитала в рыночный портфель акций на весь рассматриваемый период времени. При этом цель управляющего портфелем можно сформулировать как достижение к концу этого периода десятипроцентного превышения стоимостью его портфеля значения рыночного индекса.

Совершенно очевидно, что если в один из ближайших ***65*** дней менеджер инвестирует имеющийся у него на тот момент капитал "в рынок", то в дальнейшем стоимость его портфеля будет изменяться строго пропорционально изменениям значения рыночного индекса. С учетом возможности такого инвестирования вышеуказанную цель можно считать фактически достигнутой уже в том случае, если в один (любой) из этих ***65*** дней стоимость портфеля превысит показания индекса рынка в ***1,1*** раза (поскольку после этого достаточно будет переложить капитал "в рыночный индекс", и выполнение принятых менеджером обязательств будет гарантировано).

Но с другой стороны, поставленная цель никогда не будет достигнута, если "держать" капитал "в рынке" при меньшей величине отношения текущей стоимости портфеля к текущему значению рыночного индекса. Для получения же шанса увеличить это отношение необходимо инвестировать капитал как-то иначе. В частности, возможны следующие варианты действий: (а) инвестирование в облигации и (б) инвестирование в акции с распределением вкладываемого капитала между акциями различных эмитентов, отличающимся от распределения их долей в рыночном портфеле (в частности, инвестирование в акции не всех, а лишь некоторых эмитентов). По какому же принципу следует осуществлять выбор?

Представляя ситуацию в несколько огрубленном виде, можно заметить, что в данном случае самым весомым фактором, определяющим вероятность успешного выполнения установленного "плана", является степень нестабильности разности между стоимостью портфеля и индексом рынка. Чем выше эта степень, тем больше вероятность того, что величина этой разности, начав свои изменения с нулевого значения, хотя бы в один из ближайших ***65*** дней достигнет уровня, при котором стоимость портфеля менеджера как минимум в ***1,1*** раза превысит рыночный индекс. Мерой указанной нестабильности может служить стандартное отклонение разности $(r_p - r_i)$ между дневной доходностью портфеля r_p и соответствующей доходностью индекса r_i. Оно равно:

$$\sigma(r_p - r_i) = \sqrt{\sigma^2(r_p) + \sigma^2(-r_i) + 2 \cdot \mathrm{cov}(r_p, -r_i)} =$$

$$= \sqrt{\sigma^2(r_p) + \sigma^2(r_i) - 2 \cdot \sigma(r_p) \cdot \sigma(r_i) \cdot \rho(r_p, r_i)},$$

где $\sigma(x)$ – стандартное отклонение x, $\mathrm{cov}(x, y)$ – ковариация между x и y, $\rho(x, y)$ – коэффициент корреляции между x и y.

В трех следующих частных случаях результат получается более простым:
при $\rho(r_p, r_i) = 1$, $\sigma(r_p - r_i) = \left| \sigma(r_p) - \sigma(r_i) \right|$;

при $\rho(r_p, r_i) = 0$, $\sigma(r_p - r_i) = \sqrt{\sigma^2(r_p) + \sigma^2(r_i)}$;

при $\rho(r_p, r_i) = -1$, $\sigma(r_p - r_i) = \sigma(r_p) + \sigma(r_i)$.

Инвестируя капитал в облигации, менеджер добивается равенства $\sigma(r_p) = 0$, при котором $\sigma(r_p - r_i) = \sigma(r_i)$. Учитывая это, можно доказать, что отказываться от вложения в облигации в пользу какого-либо иного варианта инвестирования имеет смысл лишь тогда, когда выполняется неравенство $\dfrac{\sigma(r_p)}{\sigma(r_i)} > 2 \cdot \rho(r_p, r_i)$. (То есть когда отношение стандартного отклонения доходности альтернативного варианта инвестирования к аналогичному показателю рыночного индекса превышает удвоенную величину коэффициента корреляции между их доходностями). Ибо только в этом случае инвестирование в акции приводит к увеличению $\sigma(r_p - r_i)$.

Полученные результаты находят "экспериментальное" подтверждение. Имитационное моделирование показывает, что в рассматриваемом нами примере реализация стратегии "облигации–индекс", заключающейся в покупке облигаций с последующим "переложением" капитала в рыночный портфель акций (в момент достижения стоимостью капитала требуемого уровня превышения индекса), обеспечивает вероятность выполнения менеджером принятых обязательств равную приблизительно ***49%***. На рис.6.2.1 отражен частный случай успешного применения этой стратегии, искусственно сгенерированный при помощи компьютера (пунктирной линией отмечен день переложения капитала).

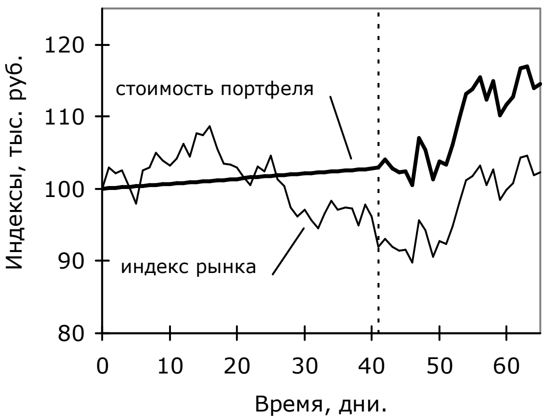

Рис.6.2.1.

Заметим для сравнения,

что пассивное инвестирование денег в облигации на весь грядущий квартал приносит удачу с вероятностью всего лишь ***26,4%***.

Однако, если менеджер, "покопавшись" в рыночном портфеле, сумеет обнаружить акции, доходность которых имеет, скажем, математическое ожидание ***0,12%*** в день, стандартное отклонение ***4%*** в день и коэффициент корреляции с доходностью рыночного индекса ***80%***, то, реализуя стратегию "акции–индекс", заключающуюся в покупке этих акций вместо облигаций со все тем же последующим переложением капитала "в индекс", он может повысить вероятность своего успеха примерно до ***57%***. Что не является неожиданностью, поскольку в данной ситуации имеет место неравенство: $\frac{\mathbf{4\%}}{\mathbf{2\%}} > \mathbf{2 \cdot 80\%}$.

На рис.6.2.2 показан результат использования этой стратегии в случае, представленном ранее на рис.6.2.1. Как видите, отказ от вложения денег в облигации в пользу акций, доходность которых весьма нестабильна и имеет положительный коэффициент корреляции с доходностью рыночного индекса, приводит к тому, что стоящая перед менеджером цель достигается уже не на "спаде рынка", а на его "подъеме", причем на "подъеме" менее значительном по своим масштабам.

Рис.6.2.2.

Не лишним будет отметить, что вложение в облигации можно считать безрисковой инвестицией лишь в том случае, когда дата погашения этих облигаций достаточно близка. В противном случае колебания банковской ставки могут приводить к достаточно заметным скачкам и падениям их рыночных цен, иногда даже более значительным, чем колебания цен акций. Причем в отличие от акций, доходность облигаций обычно достаточно слабо коррелирует с доходностью рыночного индекса (что в рассматриваемых обстоятельствах является положительным моментом). Поэтому использование долгосрочных облигаций вместо краткосрочных в ситуациях, подобных описанной в нашем примере, может существенно повысить вероятность успешного выполнения "плана". Хотя рассчитать эту вероятность довольно точно в данном случае несколько затруднительно, поскольку современная теория финансов пока еще не может предложить достаточно простую, достоверную и притом адекватную действительности модель процесса изменений банковской ставки.

Заметим также, что при управлении инвестициями, направленном на опережение рыночного индекса или индекса портфеля соперника, при соответствующих обстоятельствах могут использоваться (после надлежащей "переработки") практически все методики, применявшиеся нами ранее в параграфе 6.1 при решении задач, связанных с управлением, направленным на достижение заранее запланированного результата. Например, в случае, когда целью менеджера является превышение стоимостью его портфеля индекса рынка не на ***10%***, а, скажем, всего на ***1%***, весьма хороший результат может дать применение модифицированной соответствующим образом стратегии Даламбера.

§6.3. Соревнование прогнозных алгоритмов.

В пятом разделе мы уже касались вопросов создания и практической апробации прогнозных алгоритмов. Эффективность последних мы определяли путем сравнения приносимой ими доходности с доходностью рыночного индекса или же с "доходностью" вложения капитала "в деньги". Еще одним возможным и достаточно часто практикуемым методом оценки качества предсказывающего алгоритма является сравнение его с каким-нибудь другим аналогичным правилом выдачи прогнозов. Простейшим способом проведения такого сравнения является организация "соревнования" между сопоставляемыми альтернативными вариантами предсказания будущего в ходе их совместной фактической или гипотетической апробации на практике. О том, каким образом аналитик может обеспечить своему прогнозному алгоритму победу в подобном соревновании, мы сейчас и поговорим.

Поскольку прогнозы в сфере экономики выдаются в целях их использования в какой-либо хозяйственной деятельности, любое влияние на ход которой, теоретически, можно рассматривать как управление ею, а оценка эффективности прогнозирования производится в основном по результатам указанной деятельности, – проблема выдачи предсказаний представляется во многом аналогичной проблеме оптимального управления инвестициями, рассмотренной в двух предыдущих параграфах. В этом свете понятие "прогнозный алгоритм" становится отчасти эквивалентным понятию "стратегия управления инвестиционным портфелем". Хотя существуют и некоторые отличия, из которых самое важное для нас заключается в том, что прогнозный алгоритм по сути является, скажем так, открытым для всеобщего ознакомления описанием и обоснованием стратегии управления портфелем. С этим обоснованием иногда возникают серьезные проблемы. В случае же, соответствующем заголовку настоящего параграфа, проблемы эти могут сильно "спутать карты" аналитика, пытающегося превзойти своего соперника в деле создания предсказывающих алгоритмов.

Представим, к примеру, что вы работаете в одной из фирм специалистом по ценным бумагам, и что ваш коллега "по цеху" представил на рассмотрение руководства одну стратегию торговли акциями, которая по его словам хорошо показала себя при тестировании на прошлом. Согласно ей вложение капитала в акции (если оно на текущий момент еще не произведено) следует осуществлять тогда, когда на рынке уже как минимум три последних дня (к которым относятся текущий день и два предшествующих) наблюдается снижение цены этих акций по отношению к цене предыдущих торгов. Продавать же акции рекомендуется в дни, когда имеет место обратная ситуация, то есть наблюдается монотонный рост их цены в течение трех последних дней. Эту стратегию можно также назвать прогнозным алгоритмом, поскольку необходимость совершения покупок и продаж акций именно в указанные моменты времени в данном случае, несомненно, обосновывается ожиданием грядущих повышений или падений цены, а не какими-то иными причинами, не связанными с прогнозированием.

Весьма вероятно, что в подобных обстоятельствах вам очень захочется "переплюнуть" соперника, придумав более привлекательную технику ведения торговли. Насколько осуществимо это желание, зависит от того, каким образом будут сравниваться эффективности созданных вами и вашим соперником стратегий. Если между ними просто устроят "соревнование", с тем чтобы впоследствии отдать предпочтение той из них, которая принесет более высокую доходность, то ваши шансы на успех довольно велики. Поскольку, как уже было показано в предыдущих параграфах, любому заранее определенному способу управления инвестициями можно найти альтернативу, дающую лучшие результаты с вероятностью значительно превышающей ***50%***. В нашей ситуации для получения с очень высокой вероятностью большей доходности по сравнению с той, которую принесет стратегия вашего коллеги, было бы достаточно при проведении синхронных "состязаний" сначала хотя бы незначительно "обогнать" его путем инвестирования капитала в активы, доходность которых не коррелирует с доходностью его портфеля, а затем зафиксировать достигнутый результат путем простого "копирования" состава портфеля соперника вплоть до самого окончания "соревнования".[1] Ранее мы уже неоднократно применяли этот принцип при построении оптимальных стратегий управления.

Но как представить подобную линию поведения в формальном виде (то есть перевести на алгоритмический язык), не раскрыв при этом секрет приносимого ею успеха? Ведь если вы заявите, что оптимальные с вашей точки зрения моменты покупки и продажи акций определяются не столько рыночной конъюнктурой, сколько текущим соотношением стоимостей вашего портфеля и портфеля соперника, то в лучшем случае вас назовут большим оригиналом, а в худшем – жуликом.

Вы, конечно, можете заявить, что никакого четко сформулированного принципа принятия решений о покупке или продаже акций у вас нет, и что вы всегда руководствуетесь интуицией. Но в этом случае устроить соревнование между вами и вашим соперником можно будет только в режиме реального времени, на что потребуется "убить" по крайней мере месяц. Провести же гипотетические состязания на каком-то временном интервале из прошлого на базе имеющейся истории рыночных цен будет невозможно, поскольку никто не поверит в то, что ваша "интуиция" не будет основываться на знании этой самой истории.

Подобная проблема зачастую оказывается практически неразрешимой в том плане, что стратегии, обеспечивающие высокое отношение вероятности победы в соревновании к вероятности поражения, обычно бывает трудно формализовать, не раскрывая секрета "трюка", а стратегиям, лишенным данного недостатка, обычно соответствует низкое значение указанного отношения вероятностей, лишь ненамного превышающее единицу. Однако в ряде случаев, к числу которых относится и рассматриваемая нами ситуация, достаточно приемлемое решение существует. Что сейчас и будет доказано.

Допустим, к примеру, что в ответ на инициативу вашего коллеги вы заявили, что, в принципе, не отрицаете высокой эффективности разработанной им стратегии торговли, но, тем не менее, считаете, что она стала бы еще более эффективной, если бы покупку акций она предписывала осуществлять не после трехдневного падения их рыночной цены, а после четырехдневного ее падения.

На первый взгляд никакого подвоха во внесении подобной поправки не содержится. Ее суть заключается всего лишь в незначительном изменении одного из количественных параметров предложенного прогнозного алгоритма. Однако же результаты имитационного моделирования говорят о том, что в случае проведения синхронного соревнования между стратегией вашего коллеги и ее модификацией, предложенной вами, последняя с большей вероят-

---

[1] В подобных случаях имеет смысл также воспользоваться стратегией Даламбера, поскольку, учитывая равенство стартовых условий, каждого участника соревнования перед его началом можно считать стоящим, как мы это называли ранее, "на грани" успеха (см. §6.1.6).

ностью выйдет по своей доходности в "лидеры", чем в "аутсайдеры". Так, при математическом ожидании и стандартном отклонении доходности акций составляющих ***0,1%*** и ***3%*** в день, испытательном периоде в один месяц (***22*** рабочих дня) и нахождении капитала на момент начала соревнований "в деньгах" (а не в акциях) вероятность "победы" вашей стратегии будет равна примерно ***50%***, а вероятность ее "проигрыша" ***29%***. При этом ***100%-50%-29%=21%*** составит вероятность "ничейного" исхода. Таким образом, шансы на успех превышают шансы на неудачу в ***50%/29%=1,72*** раза!

Поглубже вникнув в суть дела, нетрудно понять причину подобного дисбаланса. Представим, что в ходе соревнования впервые произошло трехкратное падение цены акций и ваш соперник, руководствуясь своим прогнозным алгоритмом, произвел их первую покупку.

Если на следующий день вновь произойдет падение цены, вы также вложите свой капитал в акции, но приобретете при этом большее их количество, поскольку совершите покупку по более низкой цене.[1] В дальнейшем вплоть до следующей покупки акций стоимость вашего портфеля будет изменяться пропорционально стоимости портфеля соперника, все время превышая ее. Но до следующей покупки акций дело, скорее всего, не дойдет, поскольку прежде необходимо дождаться сначала трехкратного роста их цены (дабы произвести их продажу), а затем – повторного трехкратного падения. Срок же проведения соревнования не так уж велик: он насчитывает всего ***22*** дня. Да, собственно, и в случае вторичной покупки еще неизвестно, измениться ли ситуация в пользу вашего противника, или же ваше лидирующее положение только укрепится. Таким образом, можно считать, что первое трехкратное падение цены уже приносит вам успех с вероятностью равной почти ***50%***.

Посмотрим теперь, чего можно ожидать, в случае если вам не повезет и на следующий день после первичной покупки акций вашим соперником их рыночная стоимость вырастет. Понятно, что вам придется продолжать держать свой капитал в деньгах. При этом размер вашего капитала будет оставаться постоянным, тогда как стоимость капитала соперника будет колебаться вместе с ценой акций, а значит, вполне может упасть сколь угодно низко. Стало быть, и в этом случае ваши шансы на успех существуют.

Следовательно, из тех ***100%-21%=79%***, что составляют вероятность победы в соревновании одного из его участников (т. е. вероятность отсутствия ничейного результата), более половины должно приходиться на вероятность вашей победы. Что и подтверждается результатами имитационного моделирования.

Необходимо, однако, заметить, что если соревнование будет проводиться путем тестирования стратегий на том же временном интервале из прошлого, на котором ваш коллега производил настройку параметров своего прогнозного алгоритма, то вероятность вашей победы, скорее всего, уменьшится, причем довольно существенно. Поэтому подобного варианта организации состязаний допускать не следует.

Заметим также, что в рассмотренном нами примере вероятности различных исходов соревнования определяются, прежде всего, продолжительностью испытательного периода. Так, в случае увеличения его продолжительности до ***65*** дней вероятности вашей победы и вашего проигрыша увеличились бы до ***58%*** и ***41%***, соответственно (вероятность ничейного результата сократилась бы до ***1%***). От математического же ожидания доходности акций, а также от ее стандартного отклонения итог соревнования практически не зависит, по-

[1] Мы предполагаем при этом, что размеры первоначальных капиталов соревнующихся равны.

скольку в любом случае и для любого дня вероятность роста цены акций по отношению к дню предыдущему приблизительно равна вероятности ее падения.

§6.4. Игра "в нетранзитивные отношения".

В параграфе 1.5 нами был рассмотрен феномен нетранзитивных отношений и дан общий обзор случаев, в которых это явление может возникать самопроизвольно. Сейчас же мы опишем некоторые пути искусственного создания условий, обеспечивающих возникновение подобного явления, и укажем способы его практического использования. Наше внимание будет направлено исключительно на фондовый рынок, поскольку ценные бумаги, будучи одними из самых ликвидных активов, дают инвестору возможность синтезировать чрезвычайно разнообразные ситуации, причем позволяют это делать особенно легко и с минимальными затратами. Хотя опять же не следует забывать о том, что при желании все нижесказанное, в принципе, можно применить и в других сферах экономической деятельности.

Дабы сделать наше повествование более понятным, мы, для начала, еще раз воспользуемся упрощенной моделью процесса изменения цены акций, к которой мы уже обращались в §5.7.

Допустим, что сегодняшняя рыночная стоимость акций составляет ***100*** руб./шт. В будущем же эта цена ежедневно будет либо увеличиваться ровно на ***1*** руб./шт., либо уменьшаться на ту же величину по отношению к дню предыдущему. При этом вероятность ее роста равна вероятности падения.

Установим для этой цены две контрольные отметки, верхнюю на уровне ***102*** руб./шт., а нижнюю на уровне ***99*** руб./шт. Понятно, что если мы будем ждать неограниченно долго, то рано или поздно стоимость акций в процессе своих изменений достигнет по крайней мере одной из этих отметок, ибо вероятность ее бесконечных колебаний внутри интервала с границами ***99*** и ***102*** руб./шт. равна нулю.

Допустим теперь, что на сегодняшний день мы располагаем денежной суммой в ***100*** тыс. руб., которую собираемся сегодня же инвестировать в акции. Допустим также, что мы вознамерились продать все эти акции сразу же, как только их рыночная цена "дойдет" до одной (любой) из двух установленных нами контрольных отметок, и в дальнейшем держать свой капитал "в деньгах".

При указанных обстоятельствах, стоимость нашего инвестиционного портфеля рано или поздно составит либо ***99*** тыс. руб., либо ***102*** тыс. руб. Вероятности обоих этих исходов можно легко найти, если принять во внимание тот факт, что вложение денег в подобные акции каждый день будет приносить прибыль, средняя ожидаемая величина которой равна нулю, а значит, математическое ожидание стоимости, которую наш капитал будет иметь в любой будущий момент времени, должно равняться его исходной величине, а именно ***100*** тыс. руб. Данное требование будет выполняться лишь в том случае, если вероятность P_1 продажи акций с убытком будет относиться к вероятности P_2 их продажи с прибылью как ***(102-100)*** к ***(100-99)*** или как два к одному. Поскольку только при выполнении этого условия имеет место равенство $P_1 \cdot 99 + P_2 \cdot 102 = 100$. Таким образом, мы имеем $P_1 = 1/3 = 33{,}33...\%$ и $P_2 = 2/3 = 66{,}66...\%$.

На основе приведенных соображений можно сделать и более общий вывод: вероятность того, что в течение бесконечно длинного периода времени цена рассматриваемых нами акций впервые уменьшится (по отношению к своему первоначальному значению) на Δ_1 руб./шт. прежде, чем она впервые увеличится на Δ_2 руб./шт., относится к вероятности противоположного события как Δ_2 / Δ_1.

Назовем вышеописанный план управления нашим инвестиционным портфелем стратегией S_1. В качестве альтернативы ей будем рассматривать стратегию S_2, отличающуюся от S_1 только тем, что уровни контрольных отметок в ней будут составлять не ***99*** и ***102*** руб./шт., а ***98*** и ***101*** руб./шт. Кроме того, не будем забывать о существовании тривиального варианта инвестирования, заключающего в простом держании капитала "в деньгах" в течение всего рассматриваемого периода времени; его мы назовем стратегией S_0.

Представим теперь, что три инвестора, каждый из которых располагает капиталом в ***100*** тыс. руб., собираются реализовывать стратегии S_0, S_1 и S_2, соответственно. Стоимость, которую их капиталы будут иметь по прошествии достаточно длительного временного интервала (настолько длительного, что к его окончанию все три капитала с практически стопроцентной вероятностью будут находиться "в деньгах"), мы обозначим через C_0, C_1 и C_2.

Распределение вероятностей C_0, C_1 и C_2 отражено в следующей таблице:

<u>Таблица 6.4.1</u>. Распределения вероятностей конечной стоимости капитала.

	98 тыс. р.	99 тыс. р.	100 тыс. р.	101 тыс. р.	102 тыс. р.
C_0			1		
C_1		2/3			1/3
C_2	1/3			2/3	

Рассчитаем теперь вероятности того, что C_0 окажется больше чем C_1, C_1 – больше чем C_2, а C_2 – больше C_0.

Первую и последнюю из них мы найдем легко: обе они равны ***2/3*** или ***66,66...%***. Вторую же вероятность необходимо рассчитывать с учетом зависимости случайных величин C_1 и C_2, что несколько усложняет задачу.

Обратите внимание на то, что из четырех фигурирующих в нашем примере контрольных отметок ближайшими к первоначальной цене акций сверху и снизу являются те, что установлены на уровнях ***99*** и ***101*** руб./шт. В процессе своего изменения цена акций должна достичь одной из них раньше, чем она достигнет более удаленных отметок. Следовательно, прежде чем оба инвестора, реализующие нетривиальные стратегии S_1 и S_2, осуществят продажу своих акций согласно намеченным планам (в результате чего обе случайные величины C_1 и C_2 примут по одному из своих возможных значений), непременно произойдет одно из двух следующих взаимоисключающих событий:

а) цена акций снизится до ***99*** руб./шт. прежде, чем она впервые поднимется до ***101*** руб./шт. (в результате чего C_1 примет значение ***99*** тыс. руб.);

б) цена акций поднимется до ***101*** руб./шт. прежде, чем она впервые снизится до ***99*** руб./шт. (в результате чего C_2 примет значение ***101*** тыс. руб.).

Первое из них мы будем называть событием ***А***, а второе – событием ***Б***. Оба они равновероятны, поскольку уровень в ***99*** руб./шт. отстоит от первоначальной цены акций на то же расстояние, что и уровень в ***101*** руб./шт.

Вероятности принятия переменной C_2 значений ***98*** и ***101*** тыс. руб. при условии реализации события ***А*** составляют, соответственно, ***2/3*** и ***1/3***; так как в момент осуществления ***А*** текущая цена акций будет равна ***99*** руб./шт., а контрольная отметка в ***98*** руб./шт. находиться в два раза ближе к этому уровню, чем отметка в ***101*** руб./шт.

Рассуждая аналогичным образом, можно утверждать, что вероятности принятия переменной C_1 значений ***99*** и ***102*** тыс. руб. при условии осуществления события ***Б*** составляют, соответственно, ***1/3*** и ***2/3***.

Величина C_1 окажется больше C_2 в двух случаях:

а) если произойдет событие ***А*** и после этого C_2 примет значение ***98*** тыс. руб.;

б) если произойдет событие ***Б*** и после этого C_1 примет значение ***102*** тыс. руб.

Следовательно, вероятность того, что стратегия S_1 принесет большую доходность, чем S_2, равна $P(A)\cdot\frac{2}{3}+P(Б)\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$.

Таким образом, мы нашли все три интересующие нас вероятности:

$P(C_0 > C_1) = 2/3 = 66{,}66...\%$,

$P(C_1 > C_2) = 2/3 = 66{,}66...\%$,

$P(C_2 > C_0) = 2/3 = 66{,}66...\%$.

Будем говорить, что стратегия S_i доминирует над стратегией S_j, если S_i с вероятностью превышающей ***50%*** позволяет инвестору получить более высокую доходность по сравнению с S_j. Отношение доминирования обозначим символом "$\succ$", причем "имя" доминирующей стратегии будем ставить слева от этого знака, а "имя" доминируемой – справа. (Таким образом, запись $S_i \succ S_j$ будет означать, что $P(C_i > C_j) > 50\%$.)

На основе вышерассчитанных вероятностей можно записать:

$S_0 \succ S_1$, $\quad S_1 \succ S_2$, $\quad S_2 \succ S_0$.

Из чего следует нетранзитивность заданного нами отношения доминирования.

Каким образом эта нетранзитивность может использоваться на практике?

Одно из возможных ее приложений – организация состязаний в умении управлять портфелем инвестиций, в которых сам их организатор будет побеждать гораздо чаще, чем проигрывать. Например, располагая тремя вышерассмотренными стратегиями S_0, S_1 и S_2, вы можете заявить общественности о том, что разработали три схемы управления инвестициями, каждая из которых является оптимальной при соответствующих обстоятельствах. После этого вы можете предложить одному из своих сослуживцев посоревноваться с вами в умении правильно выбрать "наилучшую" из этих трех стратегий на следующих условиях.

Сначала оба участника соревнований делают свои взносы в призовой фонд. Причем размер вашего взноса относится к размеру взноса соперника, ну скажем, как ***55*** к ***45*** (то есть вы сразу же предоставляете своему противнику солидную фору). Далее ваш соперник первым! выбирает из S_0, S_1 и S_2 наилучшую с его точки зрения стратегию, после чего уже из числа оставшихся двух! стратегий выбор делаете вы. Затем каждый из соревнующихся начинает фактически или гипотетически управлять своим инвестиционным портфелем в соответствии с избранным вариантом действий. Тот, кто в конечном итоге сумеет достичь более высокой доходности, объявляется победителем и забирает призовой фонд.

Казалось бы, подобные условия предоставляют вашему сопернику слишком много преимуществ. В действительности же, преимущество он получает только одно: "искривленное" в его пользу соотношение ставок. Право же выбрать себе стратегию первым не только не дает ему никаких выгод, но, наоборот, обеспечивает ему поражение с вероятностью ***66,6...%***, в случае если он этим правом воспользуется. Ведь, благодаря нетранзитивности вышеописанных отношений доминирования, в числе двух невыбранных им стратегий вы всегда сможете отыскать ту, что принесет вам победу с вероятностью ***66,6...%***. Стало быть, для того чтобы такая игра стала справедливой, отношение ставок в ней должно составлять не ***55*** к ***45***, а ***66,6...*** к ***33,3...*** или два к одному в пользу вашего соперника. При условиях же сформулированных выше средняя ожидаемая величина вашего выигрыша будет равна $\boldsymbol{45\% \cdot 2/3 - 55\% \cdot 1/3 = 11{,}66\%}$ от суммы призового фонда.

Вполне возможно, что человеку несклонному к риску предложенный вариант организации игры "в нетранзитивные отношения" покажется делом чересчур рискованным, ведь все-таки вероятность проигрыша существует, и довольно большая. Таким людям можно порекомендовать производить диверсификацию своих "капиталовложений" в организацию подобных мероприятий. Для этого достаточно будет устроить соревнования не с одним, а сразу с несколькими соперниками, причем желательно на одном и том же временном интервале и с использованием одних и тех же акций. Допустим, например, что вы организовали такой "сеанс одновременной игры" с тремя противниками, и один из них выбрал себе стратегию $\boldsymbol{S_0}$, другой – $\boldsymbol{S_1}$, а третий – $\boldsymbol{S_2}$. В этом (идеальном) случае, независимо от того, как будет изменяться цена акций, вас будут ждать ровно две победы и ровно одно поражение. Так что, при равенстве размеров призовых фондов во всех трех "партиях", риск будет полностью устранен.

Короче говоря, высокая практическая значимость искусственного синтеза "нетранзитивных ситуаций" налицо. Однако необходимо признать, что, поскольку примененная нами модель колебаний цен акций является весьма примитивной и явно неадекватной реальности, возможность создания на практике того, что нам удалось создать в рамках нашей упрощенной модели пока еще находится под вопросом.

Действительно, процесс изменений реальных цен гораздо более сложен. Но, тем не менее, эти сложности, как сейчас будет показано, не меняют положение дел принципиально, хотя определенные проблемы, конечно, создают.

Во всех примерах, которые сейчас будут рассмотрены, мы будем предполагать, что, во-первых, дневная доходность акций имеет математическое ожидание и стандартное отклонение ***0,1%*** и ***3%***, соответственно, а во-вторых, эта доходность с прибавленной к ней единицей (коэффициент роста стоимости) имеет логнормальное распределение вероятностей.

Для начала, докажем возможность воссоздания в условиях этой, более адекватной модели действительности ситуации аналогичной только что описанной.

Проанализируем три следующие стратегии управления портфелем инвестиций в течение инвестиционного периода, продолжительность которого равна ***3*** месяцам (или ***65*** рабочим дням).

Первая из них тривиальна и заключается, собственно говоря, в неосуществлении каких бы то ни было инвестиций в течение указанного периода времени или, другими словами, – во "вложении" капитала "в деньги" сроком на все три месяца.

Вторая стратегия состоит в том, чтобы (а) вложить капитал в акции в самом начале инвестиционного периода, (б) продать все эти акции сразу же, как только их цена снизится ниже ***95%*** или поднимется выше ***115%*** от своего значения на начало периода, и (в) далее всю оставшуюся часть инвестиционного периода держать капитал "в деньгах".

И наконец, третья стратегия в качественном отношении аналогична второй, и отличается лишь тем, что соответствующие контрольные отметки в ней установлены на уровнях в ***88%*** и ***107%*** от первоначальной стоимости акций.

Обозначим доходности, приносимые этими тремя стратегиями, соответственно, через r_1, r_2 и r_3. (Последние две из этих переменных являются случайными величинами, первая же при любых обстоятельствах равна нулю.) При помощи имитационного моделирования найдем вероятности того, что на одном и том же трехмесячном интервале времени (и при работе с одними и теми же акциями) первая стратегия принесет более высокую доходность, чем вторая, вторая – более высокую, чем третья, а третья – более высокую, чем первая. После проведения одного миллиона экспериментов были получены следующие цифры:

$$P(r_1 > r_2) = 66{,}6\%\,,$$

$$P(r_2 > r_3) = 66{,}4\%\,,$$

$$P(r_3 > r_1) = 66{,}1\%\,.$$

Таким образом, в практически реальных условиях мы сумели создать ситуацию, в которой явление нетранзитивности проявляется почти в той же степени, что и в условиях упрощенной модели действительности. Незначительное же снижение эффекта (заключающееся в том, что все три вышеприведенные вероятности немного "не дотягивают" до ***66,66...%***) объясняется двумя следующими причинами.

Во-первых, в процессе своего изменения цена акций может за один день "перескочить" не через одну, а сразу через две контрольные отметки, относящиеся к двум разным стратегиям, в результате чего обе эти стратегии дают одинаковую доходность. Взгляните на рис.6.4.1. На нем отражено распределение вероятностей случайных величин r_2 (белые столбцы) и r_3 (заштрихованные столбцы). По виду графиков можно сделать вывод о том, что при доходностях меньших чем ***-12%*** и больших чем ***15%*** эти графики, пусть в незаметной для глаза степени, "наезжают" друг на друга.

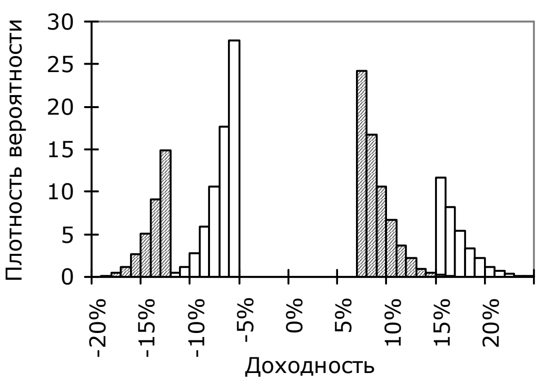

Рис.6.4.1.

Во-вторых, цена акций может вообще не "перейти" ни через одну из четырех контрольных отметок, принадлежащих двум нетривиальным стратегиям, что также приводит к ничейному результату. Правда, обнаружить наличие такой возможности по рис.6.4.1 визуально невозможно.

Таковы основные издержки практической реализации данного метода, основным средством борьбы с которыми являются "раздвижение" уровней контрольных отметок и увеличение длительности инвестиционного периода.

Обратите внимание на то, что после перехода от упрощенной модели ценовых изменений к более совершенной ранее сформулированный нами "закон" о взаимосвязи уровней контрольных отметок и вероятностей их достижения позволяет производить расчеты лишь с весьма и весьма высокой погрешностью. Так, например, для второй стратегии отношение **(*115%* – *100%*)** к **(*100%* – *95%*)** равно ***3***, тогда как отношение вероятности получения убытков к вероятности получения прибыли приблизительно равно ***2***. Причина этого заключается, прежде всего, в том, что, во-первых, упрощенная модель гораздо точнее воспроизводит процесс изменения логарифма цены акций, чем процесс изменения самой цены, а во-вторых, она не учитывает того, что цена акций всегда имеет тенденцию к росту.

В связи с этим малоприятным обстоятельством установку уровней контрольных отметок в реальных условиях приходится производить не с помощью расчетов, а путем их подбора на имитационной модели рынка.

Кому-то, быть может, рассмотренные нами стратегии управления покажутся недостаточно сложными и запутанными для того чтобы с ними можно было пускаться в долговременную игру (заключающуюся в многократной организации соревнований с коллегами), не рискуя при этом "нарваться" на достаточно скорое разоблачение. В этой связи полезно будет заметить, что всякая задача на нахождение нескольких (как минимум трех) стратегий управления инвестициями, циклически связанных вышеопределенным нетранзитивным отношением доминирования, (т. е. задача аналогичная только что рассмотренной нами) имеет по крайней мере два решения. А точнее сказать, для каждого множества "нетранзитивных" стратегий всегда можно указать равное ему по объему множество таких же "нетранзитивных" антистратегий, образующихся посредством, скажем так, инверсии каждого из элементов первого множества. Инверсия эта заключается в том, что в те отрезки времени, когда основная стратегия предписывает держать капитал "в деньгах", соответствующая ей антистратегия предписывает держать капитал в акциях, и наоборот.

В нашем примере мы можем составить следующую группу антистратегий.

Первая из них, опять же тривиальная (в том смысле, что, фактически, она опять же не предполагает совершения каких-либо действий по управлению составом портфеля), будет заключаться в пассивном держании капитала в акциях в течение всего трехмесячного инвестиционного периода.

Вторая будет состоять в том, чтобы (а) в самом начале инвестиционного периода держать капитал в деньгах, (б) вложить все эти деньги в акции сразу же, как только цена последних снизится ниже ***95%*** или поднимется выше ***115%*** от своего значения на начало периода, и (в) далее всю оставшуюся часть инвестиционного периода держать капитал в акциях.

Третья же антистратегия будет отличаться от второй лишь уровнями контрольных отметок: ***95%*** сменятся на ***88%***, а ***115%*** – на ***107%***.

Нетрудно заметить, что если один из менеджеров реализует одну из основных стратегий, а другой – соответствующую ей антистратегию, то при равенстве размеров их стартовых капиталов все действия этих менеджеров по управлению составами своих портфелей в течение инвестиционного периода можно представить как простой обмен этими портфелями (один из которых будет состоять из одних только денег, а другой – из одних только акций).

Учитывая это и используя вышеприведенные результаты имитационного моделирования, легко догадаться, что в нашем примере первая антистратегия с вероятностью ***66,6%*** будет приносить менее высокую доходность, чем вторая, вторая с вероятностью ***66,4%*** – менее высокую доходность, чем третья, а третья с вероятностью ***66,1%*** – менее высокую доходность, чем первая. Таким образом, если ***i***-я основная стратегия доминирует над ***j***-й, то ***j***-я антистратегия будет (в точно такой же степени) доминировать над ***i***-й антистратегией.

В принципе, разобраться в отношениях между антистратегиями несложно, если от абсолютной "системы координат" перейти к относительной, в которой нулевая точка шкалы отсчета стоимостей всех инвестиционных портфелей будет "привязана" к текущей стоимости портфеля, управление которым осуществляется согласно тривиальной антистратегии (т. е. если рассматривать не сами стоимости портфелей, а величины разностей между ними и текущей стоимостью капитала, пассивно "лежащего" в акциях). Но поскольку не всякий экономист силен в теории относительности, использование антистратегий при проведении вышеописанных соревнований, безусловно, следует считать более предпочтительной альтернативой в тех случаях, когда требуется скрыть секрет своего "поразительного" успеха.

Кстати, масштабы этого успеха могут быть существенно увеличены посредством перехода от использования системы трех "нетранзитивных" стратегий к четырехэлементной системе.

Будем считать продолжительность инвестиционного периода по-прежнему равной трем месяцам. Рассмотрим следующие четыре стратегии управления портфелем инвестиций.

Первая из них, тривиальная, будет, как и прежде, заключаться в держании капитала в деньгах в течение всех трех месяцев.

Вторая же, третья и четвертая будут заключаться в держании капитала в акциях в начале инвестиционного периода, последующем его переложении "в деньги" (путем продажи акций) сразу же, как только цена акций "перейдет" одну из двух контрольных отметок, и дальнейшем держании капитала в деньгах вплоть до конца инвестиционного периода. Отметки эти (в процентах от первоначальной стоимости акций) установим на уровнях в ***95%*** и ***123%*** для второй стратегии, ***88%*** и ***116%*** – для третьей, ***82%*** и ***108%*** – для четвертой.

При таком раскладе вероятности того, что первая стратегия принесет большую доходность, чем вторая, вторая – большую, чем третья, третья – большую, чем четвертая, а четвертая – большую, чем первая, составят примерно ***72%***, ***71%***, ***73%*** и ***72%***, соответственно. Теоретически же достижимый предел для этих вероятностей равен ***75%***,[1] так что, увеличение продолжительности инвестиционного периода и более тщательный подбор значений контрольных отметок могли бы дать еще более впечатляющие результаты.

Наряду с примененным нами в вышерассмотренных примерах принципом построения "нетранзитивных" стратегий управления (основанном на установке поглощающих барьеров для стоимости портфеля) существуют и иные, более сложные для понимания технологии создания аналогичной "продукции". Одну из них мы сейчас изложим.

Будем считать, что продолжительность инвестиционного периода равна одному месяцу (***22***-м рабочим дням). Допустим, что наряду с возможностью инвестирования капитала в акции с математическим ожиданием и стандарт-

---

[1] Имеется в виду предел, до которого можно увеличить эти вероятности, при условии что все они будут при этом равны друг другу.

ным отклонением доходности ***0,1%*** и ***3%*** в день, существует также возможность его вложения в облигации, доходность которых стабильна и составляет ***0,07%*** в день.

Исследуем три следующие стратегии управления инвестициями.

Первая, тривиальная, состоит в том, чтобы на весь инвестиционный период вложить капитал в облигации.

Вторая заключается в формировании состава портфеля согласно следующему правилу: когда текущая стоимость портфеля, выраженная в процентах от своего значения на начало периода, находится в интервале от ***95%*** до ***99%*** или же превышает ***107%***, следует вкладывать ***10%*** капитала в акции, а остальные ***90%*** – в облигации; когда же указанное условие не выполняется, все ***100%*** капитала следует инвестировать в акции.

Третья стратегия аналогична второй, только условием вложения ***90%*** капитала в облигации является нахождение текущей стоимости портфеля (выраженной в процентах от ее первоначального значения) в интервале от ***103%*** до ***107%*** или ее снижение ниже ***95%***.

Понятно, что доходность пассивного вложения денег в облигации сроком на ***22*** дня при любых обстоятельствах составит $\boldsymbol{1{,}0007^{22}-1=1{,}55\%}$. Доходности же, приносимые двумя нетривиальными стратегиями управления портфелем, являются случайными величинами. Графики распределения их вероятностей приведены на рис.6.4.2. (Прозрачные столбцы соответствуют второй стратегии, затемненные – третьей.)

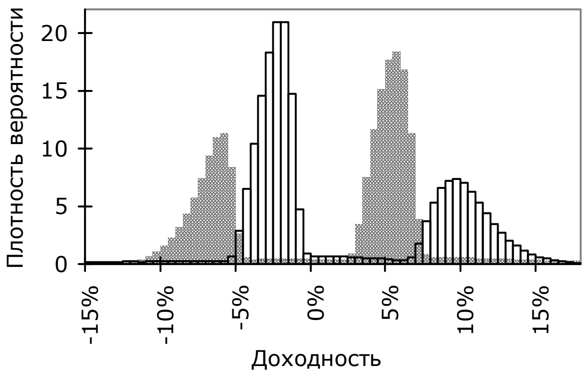

Рис.6.4.2.

Обратите внимание на то, что, согласно диаграмме, величина стоимости портфеля на конец инвестиционного периода, выраженная в процентах от своего первоначального значения, при реализации второй стратегии почти никогда не будет попадать в интервалы от ***0%*** до ***95%*** и от ***99,5%*** до ***107%***. При этом мы знаем, что данная стратегия предписывает держать весь капитал в акциях при нахождении текущей стоимости портфеля, выраженной в тех же процентах, примерно в этих же самых интервалах.

Аналогичный факт обнаруживается и при анализе третьей стратегии.

Разумеется, подобное совпадение не случайно. При достаточно большой продолжительности инвестиционного периода оно будет иметь место всегда. Вообще говоря, умело используя данное явление, можно синтезировать стратегии управления инвестициями с произвольным распределением вероятностей конечной стоимости капитала. В нашем же примере мы создали распределения сходные с отображенными на рис.6.4.1, в результате чего должен возникать эффект нетранзитивности.

Согласно результатам имитационного моделирования, вероятности того, что на одном и том же временном интервале первая из наших стратегий принесет большую доходность, чем вторая, вторая – большую, чем третья, а третья – большую, чем первая, равны, соответственно, ***62,7%***, ***62,7%*** и ***61,9%***.

То есть первая из них доминирует над второй, вторая – над третьей, а третья – над первой.

В заключение параграфа напомним о том, что один вариант дальнейших действий может доминировать над другим не только в том смысле, что с его помощью можно с вероятностью превосходящей ***50%*** достичь более высокой доходности или стоимости капитала. Место доходности и стоимости в определении отношения доминирования может занять, в частности, такой показатель как срок достижения какой-либо цели, например, время роста капитала до какого-то заданного уровня. При этом подобное отношение доминирования также может оказаться нетранзитивным, а значит, также может использоваться экономистом в целях обеспечения собственной победы в соревнованиях с коллегами по работе. Кстати, рассмотренные нами методы при соответствующей их доработке вполне позволяют создавать системы стратегий, нетранзитивно доминирующих одна над другой по времени достижения капиталом заданного уровня.

§6.5. Игра "в парадокс Блая".

Еще одним средством повышения вероятности своей победы в соревновании с сослуживцами является использование парадокса Блая, "презентация" которого состоялась в параграфе 1.6.

Для искусственного создания ситуаций, в которых он проявляется, вполне годится методика уже применявшаяся нами ранее при синтезе систем "нетранзитивных" стратегий.

Рассмотрим простейший пример.

Проанализируем три следующих стратегии управления портфелем инвестиций.

Первая заключается в том, чтобы держать капитал в акциях, до тех пор пока их рыночная цена находится в интервале между ***97%*** и ***102%*** от своего значения на начало инвестиционного периода, а затем продать эти акции и до конца периода держать капитал в деньгах (не глядя на дальнейшие изменения цены).

Вторая стратегия тривиальна, она не предполагает никаких инвестиций и предписывает держать капитал исключительно "в деньгах".

Третья заключается в том, чтобы держать капитал в акциях, до тех пор пока их рыночная цена находится в интервале между ***95%*** и ***108%*** от ее первоначального значения, а затем хранить капитал до конца инвестиционного периода в деньгах.

Обозначим доходности, приносимые этими тремя стратегиями, через r_1, r_2 и r_3 соответственно.

Воспользуемся еще раз упрощенной моделью изменений цены акций, то есть предположим, что цена эта ежедневно с равными вероятностями либо увеличивается, либо уменьшается на один процент от своего значения на начало инвестиционного периода. Будем также считать, что продолжительность этого периода достаточно велика, и к его окончанию инвестор, какую бы из трех стратегий он ни использовал, будет держать свой капитал в деньгах.

При таких допущениях вероятности того, что первая стратегия принесет большую доходность, чем вторая, вторая – большую, чем третья, а третья – меньшую, чем первая, составят:

$$P(r_1 > r_2) = \frac{100\% - 97\%}{102\% - 97\%} = \frac{3}{5} = 60\% ,$$

$$P(r_2 > r_3) = \frac{108\% - 100\%}{108\% - 95\%} = \frac{8}{13} = 61{,}54\% ,$$

$$\boldsymbol{P(r_1 > r_3) = \frac{108\% - 100\%}{108\% - 95\%} = \frac{8}{13} = 61{,}54\%} \,.$$

А вероятности того, что на одном и том же временном интервале (и при работе с одними и теми же акциями) первая стратегия даст большую доходность, чем вторая и третья, вторая – большую, чем первая и третья, а третья – большую, чем первая и вторая, будут равны:

$$\boldsymbol{P(r_1 > r_2} \text{ и } \boldsymbol{r_1 > r_3) = P(r_1 > r_2) \cdot \frac{108\% - 102\%}{108\% - 95\%} = \frac{3}{5} \cdot \frac{6}{13} = \frac{18}{65} = 27{,}69\%} \,,$$

$$\boldsymbol{P(r_2 > r_1} \text{ и } \boldsymbol{r_2 > r_3) = P(r_1 < r_2) \cdot \frac{108\% - 97\%}{108\% - 95\%} = \left(1 - \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{11}{13} = \frac{22}{65} = 33{,}85\%} \,,$$

$$\boldsymbol{P(r_3 > r_1} \text{ и } \boldsymbol{r_3 > r_2) = P(r_3 > r_2) = 1 - \frac{8}{13} = \frac{5}{13} = 38{,}46\%} \,.$$

Как видите, парадокс Блая в данном случае проявляется в гораздо большей степени, чем в примерах приведенных в §1.6. Что является следствием зависимости между случайными величинами r_1 и r_3.

Попробуем теперь воссоздать данную ситуацию в условиях приближенных к реальности.

Будем считать, что коэффициент дневного роста стоимости акций имеет логнормальное распределение вероятностей, дневная доходность акций имеет математическое ожидание ***0,1%*** и стандартное отклонение ***3%***, а продолжительность инвестиционного периода составляет три месяца (или ***65*** рабочих дней).

Произведем перенастройку количественных параметров наших стратегий. Контрольные отметки в ***95%***, ***97%*** и ***102%*** перенесем на уровни в ***89%***, ***94%*** и ***104%***, соответственно, а отметку в ***108%*** вообще ликвидируем, или точнее, перенесем на бесконечно высокий уровень.

Посредством имитационного моделирования произведем пересчет всех вероятностей:

$\boldsymbol{P(r_1 > r_2) = 60{,}4\%}$, $\boldsymbol{P(r_1 > r_2}$ и $\boldsymbol{r_1 > r_3) = 30{,}0\%}$,

$\boldsymbol{P(r_2 > r_3) = 58{,}3\%}$, $\boldsymbol{P(r_2 > r_1}$ и $\boldsymbol{r_2 > r_3) = 32{,}2\%}$,

$\boldsymbol{P(r_1 > r_3) = 60{,}2\%}$, $\boldsymbol{P(r_3 > r_1}$ и $\boldsymbol{r_3 > r_2) = 37{,}8\%}$.

Эффект, как видите, несколько снизился, чего, собственно, следовало ожидать.

Укажем теперь один из возможных путей практического использования парадокса Блая. Он опять же будет заключаться в организации соревнований с коллегами по работе.

Допустим, что, имея "на руках" три рассмотренные нами "парадоксальные" стратегии, вы предложили одному своему сослуживцу посоревноваться с вами в умении выбрать из них "наилучшую" на следующих условиях.

Сначала каждый вступающий "в игру" вносит по ***100*** рублей в призовой фонд. Вы же, помимо этого "вступительного" взноса, (в порядке предоставления форы своему "молодому" коллеге) добавляете в призовой фонд еще ***10*** рублей собственных денег. Затем ваш соперник выбирает себе одну (наилучшую с его точки зрения) из трех предложенных вами стратегий, после чего вы (по своему желанию) выбираете себе либо какую-то одну из двух оставшихся стратегий, либо сразу обе. В последнем случае вы вносите в призовой фонд еще ***100*** руб. (поскольку, "делая ставку" сразу на две стратегии, вы увеличиваете свои шансы на победу, что, разумеется, должно быть скомпенсировано увеличением размеров возможного проигрыша). Далее, на каком-то (одном и том же) трехмесячном временном интервале производится тестирование тех (двух или трех) стратегий, которые были избраны соревнующимися, с целью нахождения той из них, которая принесет (на данном интервале) наибольшую доходность. После чего победителем признается тот из "игроков", кто выбрал себе наиболее доходную стратегию. Он и забирает себе призовой фонд.[1]

Предположим, что ваш коллега согласился посоревноваться с вами и выбор его пал на вторую или на третью стратегию. Тогда, избрав для себя первую стратегию, вы обеспечите себе победу с вероятностью чуть более ***60%*** (будем считать ее равной ***60%***). При этом математическое ожидание вашего выигрыша составит:

$\boldsymbol{100 \cdot 60\% - 110 \cdot (1 - 60\%) = 16}$ рублей.

А теперь предположим, что соперник избрал первую стратегию. В этом случае для вас лучше всего будет "сделать ставку" сразу на обе оставшиеся стратегии. Тогда вероятность поражения противника составит ***30%***, и, следовательно, математическое ожидание вашего выигрыша будет равно:

$\boldsymbol{100 \cdot (1 - 30\%) - 210 \cdot 30\% = 7}$ рублей.

Поскольку средний ожидаемый размер выигрыша при любых действиях противника положителен, такая игра будет выгодна для вас.

Кстати, выгодность ее, теоретически, могла бы быть заметно выше, если бы нам удалось найти такие три стратегии управления инвестициями, доходности которых r_1, r_2 и r_3 с нижеуказанными вероятностями удовлетворяли бы какому-то одному из трех следующих неравенств:

$r_3 < r_1 < r_2$ с вероятностью ***40%***,

$r_2 < r_1 < r_3$ с вероятностью ***40%***,

$r_3 < r_2 < r_1$ с вероятностью ***20%***.

Легко рассчитать, что при таком раскладе имело бы место следующее:

$P(r_1 > r_2) = 60\%$, $P(r_1 > r_2 \text{ и } r_1 > r_3) = 20\%$,

$P(r_2 > r_3) = 60\%$, $P(r_2 > r_1 \text{ и } r_2 > r_3) = 40\%$,

$P(r_1 > r_3) = 60\%$, $P(r_3 > r_1 \text{ и } r_3 > r_2) = 40\%$.

В этом случае математическое ожидание вашего выигрыша в вышеописанной игре при выборе соперником первой стратегии составило бы уже не ***7*** рублей, а целых:

$\boldsymbol{100 \cdot (1 - 20\%) - 210 \cdot 20\% = 38}$ рублей.

Так что, поиск оптимальных (в данном отношении) практически реализуемых стратегий, с точки зрения теории, имеет смысл продолжать.

И не следует забывать о том, что для каждой "парадоксальной" системы стратегий существует не менее "парадоксальная" система антистратегий (см. §6.4), использование которой иногда может оказаться более приемлемым вариантом.

---

[1] Если играть в эту "игру" в паре со своим "помощником", то ее правила можно несколько изменить: право на выбор сразу двух стратегий можно за собой уже не резервировать, поскольку ваш "помощник" всегда может вступить в "игру" в нужный для вас момент в качестве третьего участника (внеся свой вступительный взнос в призовой фонд) или же не вступать в нее.

<u>Раздел 7.</u> *Использование несостоятельности традиционных мер риска.*

Подавляющее большинство экономистов рассматривают экономический риск как фактор неблагоприятный. Причиной тому служат в основном два следующих обстоятельства.

Во-первых, риск снижает средние ожидаемые значения показателей эффективности экономической деятельности по отношению к их номинальным (расчетным, запланированным и т. д.) значениям. Во-вторых, даже в том случае если означенного снижения не происходит, риск увеличивает степень неопределенности будущего, что уже само по себе воспринимается большинством инвесторов как негативный момент, поскольку охотников рисковать необходимым в надежде приобрести излишнее обычно находится не много.

Так как первое из указанных обстоятельств, как правило, находит достаточно полное отражение в существующих показателях экономической эффективности, не имеет особого смысла создавать критерий оценки риска, учитывающий данный фактор. Поэтому применяемые современными учеными критерии собственно риска служат, в основном, мерой неопределенности количественных результатов экономической деятельности. О таких критериях, об их недостатках, а также о способах использования этих недостатков мы сейчас и поговорим.

§7.1. Сигма.

Из всех критериев, отражающих степень неопределенности случайной величины, важнейшим для нас, разумеется, является ее стандартное отклонение. Поэтому в качестве меры риска инвестиции, доходность которой заранее не известна, наиболее часто используют стандартное отклонение этой доходности. При этом обычно предполагают, что в случае равенства средних ожидаемых доходностей наиболее предпочтительным для рационального инвестора всегда является тот инвестиционный проект, доходность которого имеет наименьшее стандартное отклонение, а в случае равенства стандартных отклонений – тот, что имеет наибольшую среднюю доходность.

На первый взгляд, такое предположение кажется вполне логичным, естественным и бесспорным. И тем не менее, мы сейчас легко докажем, что инвестор, имеющий подобные предпочтения, отнюдь не рационален.

Для начала же мы обратим внимание на некоторые возможности, предоставляемые инвестору достаточно развитым фондовым рынком, а также на то, каким образом эти возможности формируют цели данного инвестора.

Прежде всего, необходимо заметить, что на фондовом рынке, как правило, существует возможность безрискового инвестирования денег, то есть вложения их в такие активы, доходность которых $\boldsymbol{r_f}$ заранее известна абсолютно точно. Кроме того, субъекты этого рынка обычно могут в любой момент не только вложить деньги в указанные активы, но также и заимствовать необходимую им сумму приблизительно по той же ставке $\boldsymbol{r_f}$, что можно рассматривать как "антивложение" денег или как вложение "со знаком минус". И наконец, не следует забывать о том, что всякий инвестор, как правило, бывает в состоянии диверсифицировать свой инвестиционный портфель, распределяя свои вложения между несколькими видами активов. Причем доля безрисковых активов в этом портфеле (с учетом сделанного выше замечания) может быть не только положительной, но и отрицательной.

Допустим, что инвестор имеет возможность вложить деньги в рискованные активы, скажем, в акции, математическое ожидание и стандартное отклонение доходности которых составляют, соответственно, $\boldsymbol{r}$ и $\boldsymbol{\sigma}$ годовых единиц.

Кроме того, он может вложить свой капитал в банк или же взять в банке кредит на любую интересующую его сумму. При этом депозитная и кредитная банковские ставки составят $\boldsymbol{r_f}$ годовых единиц. Если такой инвестор вложит одну долю своего капитала в акции, а оставшуюся его долю – в банк, то, используя размеры этих долей в качестве весовых коэффициентов, можно вычислить математическое ожидание и стандартное отклонение общей доходности его портфеля как средневзвешенные значения соответствующих показателей доходностей акций и банковского вклада. Так, например, при инвестировании ***40%*** своего капитала в акции, а оставшихся ***60%*** в банковский депозит, среднее значение и стандартное отклонение общей доходности портфеля будут равны, соответственно, $\boldsymbol{0{,}4 \cdot r + 0{,}6 \cdot r_f}$ и $\boldsymbol{0{,}4 \cdot \sigma + 0{,}6 \cdot 0 = 0{,}4 \cdot \sigma}$ годовым единицам. Если же инвестор возьмет в банке кредит на сумму по величине равную, скажем, ***30%*** от его собственных средств, а затем вложит все имеющиеся на руках деньги (которые составят ***130%*** от собственного капитала) в акции, то соответствующие параметры его инвестиционного портфеля будут равны $\boldsymbol{1{,}3 \cdot r - 0{,}3 \cdot r_f}$ и $\boldsymbol{1{,}3 \cdot \sigma - 0{,}3 \cdot 0 = 1{,}3 \cdot \sigma}$ годовым единицам.

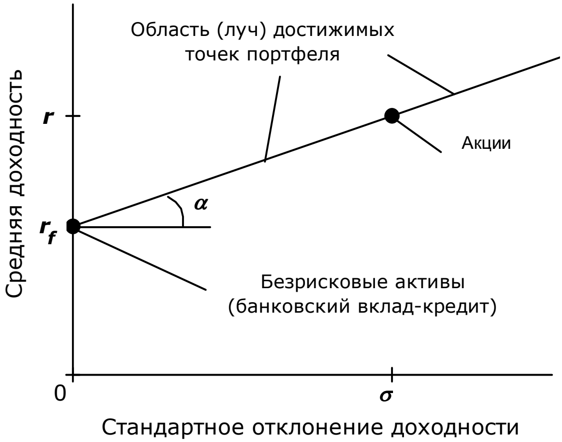

Рис.7.1.1.

Если каждому входящему в портфель активу поставить в соответствие точку на плоскости с координатами, соответствующими его средней доходности и риску (см. рис.7.1.1), то точка, отражающая параметры портфеля в целом (точка портфеля), будет располагаться где-то на луче, выходящем из точки банковского депозита-кредита и проходящем через точку акций. Ее конкретное местоположение будет зависеть от распределения долей капитала между этими двумя активами. На рис.7.1.1 этот луч, который мы будем называть лучом или областью достижимых точек портфеля, отмечен линией.

Допустим теперь, что инвестор может управлять значениями параметров $\boldsymbol{r}$ и $\boldsymbol{\sigma}$ своих рискованных инвестиций, например, путем выбора эмитента, в акции которого он вкладывает деньги. По какому принципу ему следует осуществлять этот выбор? Совершенно очевидно, что оптимальными значениями показателей $\boldsymbol{r}$ и $\boldsymbol{\sigma}$ будут такие, при которых достигает своего максимума величина отношения "риск-премия/риск" $\boldsymbol{\frac{r - r_f}{\sigma}}$; ибо, чем больше это отношение, тем больше угол $\boldsymbol{\alpha}$, под которым луч достижимых точек портфеля выходит из точки безрисковых активов.

Теперь мы можем перейти к рассмотрению следующего примера.

<u>Пример 7.1.1. Улучшение показателей инвестиционного портфеля.</u>

Инвестор держит весь свой капитал в акциях, доходность которых имеет математическое ожидание ***60%*** годовых и стандартное отклонение ***70%*** годовых. Хотя, он имеет возможность вкладывать деньги в банк или же брать в этом банке ссуды. Банковская ставка (как депозитная, так и кредитная) равна ***20%*** годовых. Требуется изыскать пути улучшения параметров портфеля инвестора, а точнее, найти возможность повысить его среднюю доходность, не увеличив при этом стандартного отклонения этой доходности (т. е. не увеличив риска), или же уменьшить указанное отклонение (риск), не снизив при этом среднего значения доходности.

Как обычно, будем предполагать, что доходность акций с прибавленной к ней единицей (коэффициент роста стоимости) имеет логнормальное распределение вероятностей.

На первый взгляд, поставленная задача кажется неразрешимой, поскольку путем простого изменения долей капитала, вкладываемых в акции и в банк, добиться повышения средней доходности можно только ценой увеличения риска и наоборот. Других же заслуживающих внимания вариантов действий вроде бы не обнаруживается.

Однако же, попробуем рассмотреть следующий, вполне осуществимый инвестиционный проект, который далее будем называть проектом "филантроп". Суть его состоит в том, чтобы держать капитал в акциях, но при этом каждый год, в случае если принесенная этими акциями доходность превысит некоторую фиксированную величину ***a***, жертвовать на благотворительные цели сумму, равную выраженной в рублях величине этого превышения. (То есть добровольно урезать получаемую по акциям доходность до величины ***a***, в случае если доходность эта превысит ***a***.)

Разумеется, с точки зрения не страдающего альтруизмом предпринимателя, подобный проект во всех отношениях менее выгоден, чем простое (без запланированной благотворительности) вложение денег в акции. Это совершенно очевидно. И тем не менее, именно проект "филантроп" позволит нам решить поставленную задачу.

В нашем примере отношение риск-премии акций к их риску (стандартному отклонению доходности) составляет ***(60%-20%)/70%=0,5714***. Следовательно, если нам удастся найти хотя бы одно значение величины ***a***, при котором отношение "риск-премия/риск" проекта "филантроп" превысит ***0,5714***, можно будет считать нашу цель практически достигнутой. Рассчитать же математическое ожидание ***m(a)*** и стандартное отклонение ***σ(a)*** доходности этого проекта для заданного значения ***a*** можно по формулам:

$$m(a) = \int_0^{1+a} (x-1)\cdot f(x)\cdot dx + a\cdot\int_{1+a}^{\infty} f(x)\cdot dx \,,$$

$$\sigma(a) = \sqrt{\int_0^{1+a} (x-1)^2\cdot f(x)\cdot dx + a^2\cdot\int_{1+a}^{\infty} f(x)\cdot dx - m^2(a)} \,,$$

где ***f(x)*** – плотность вероятности логнормального распределения с математическим ожиданием ***1,6*** и стандартным отклонением ***0,7*** годовых единиц.

На рис.7.1.2 показана траектория движения точки с координатами (***σ(a)***; ***m(a)***) (точки проекта "филантроп") при изменении ***a*** от бесконечности до ***50%***. По графику видно, что с уменьшением значения ***a*** отношение "риск-премия/риск" проекта "филантроп" сначала возрастает, а затем снижается. При этом оно (отношение) достигает своего максимального значения (которое равно ***0,6171***) приблизительно при ***a=140%*** и возвращается к исходному уровню ***0,5714*** приблизительно при ***a=87%***. Оба этих значения ***a*** представляют для нас интерес.

Так, при ***a=140%*** мы имеем возможность максимально улучшить параметры портфеля инвестора, то есть предложить наиболее эффективное реше-

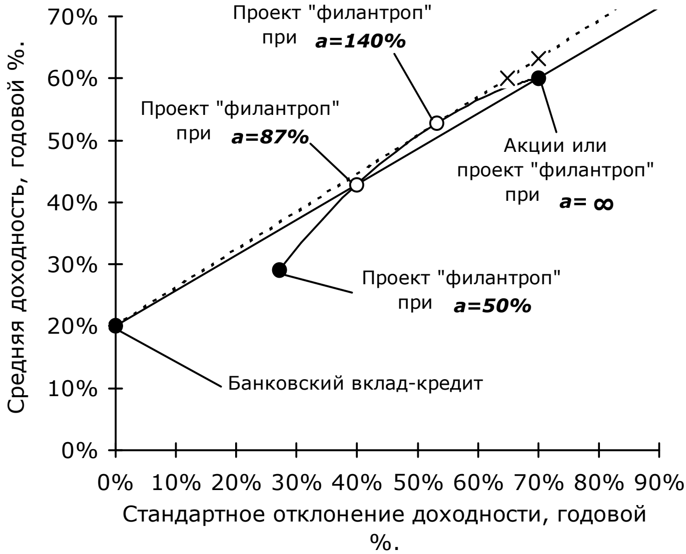

Рис.7.1.2.

ние нашей задачи. Если мы хотим максимально снизить риск портфеля, не снижая его средней доходности, следует предложить инвестору взять в банке кредит в размере ***21,8%***[1] от его собственных средств и вложить все (и собственные, и заемные) деньги в проект "филантроп". Стандартное отклонение доходности, которую инвестор в итоге получит на свой собственный капитал, в этом случае снизится с ***70%*** до ***64,8%*** годовых. Если же мы захотим максимально повысить среднюю доходность портфеля, не увеличивая при этом его риска, нам достаточно будет порекомендовать инвестору взять в банке кредит на сумму равную ***31,5%*** от его собственных денег, после чего опять же инвестировать все имеющиеся в распоряжении средства в проект "филантроп". Математическое ожидание доходности, которую инвестор получит на свой собственный капитал, при этом повысится с ***60%*** до ***63,2%***. Положение точки портфеля инвестора для обоих этих случаев отмечены на рис.7.1.2 крестами, располагающимися на пунктирной линии. Кроме того, на рис.7.1.3 приведен график плот-

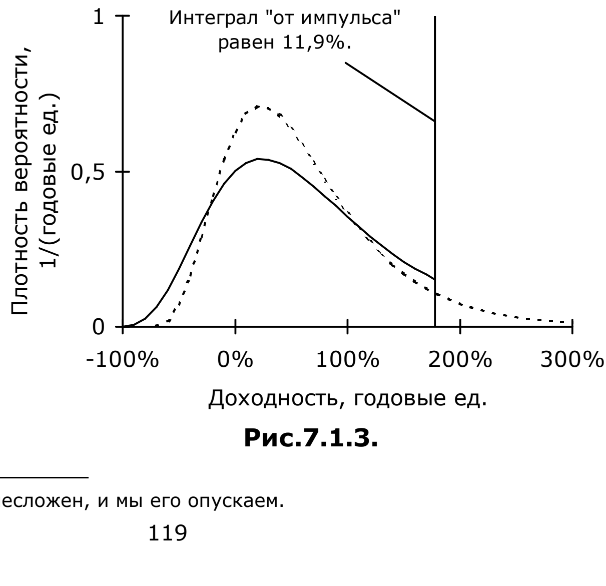

Рис.7.1.3.

[1] Расчет размеров кредита несложен, и мы его опускаем.

ности вероятности указанной доходности для последнего из двух означенных вариантов действий. Для сравнения, на том же графике пунктирной линией показан график плотности вероятности доходности акций. (Разумеется, можно выбрать и какое-нибудь другое значение размера ссуды из интервала от ***21,8%*** до ***31,5%***, что приведет к улучшению сразу обоих параметров портфеля, правда, уже в меньших масштабах.)

Однако же значение величины ***a*** равное ***140%***, не будет являться для нас оптимальным, в случае если наша главная цель состоит не столько в том, чтобы улучшить параметры портфеля инвестора, сколько в том, чтобы максимизировать средний размер денежной суммы, которая по концу года будет перечислена на благотворительные цели. Ведь размер этот будет тем больше, чем меньше окажется избранное нами значение ***a***. Причем не только потому, что доходность акций придется "урезать" чаще и в большей степени, но и потому что при меньшем значении ***a*** будет больше величина ссуды, которую потребуется взять в банке и вложить в проект "филантроп" для того, чтобы поднять среднюю доходность портфеля по крайней мере до исходного уровня (***60%*** годовых). Найти отношение среднего размера "благотворительности" к размеру собственного капитала инвестора можно путем расчета значения следующего выражения:

$$(1+L)\cdot\int_{1+a}^{\infty}(x-1-a)\cdot f(x)\cdot dx\,,$$

где ***L*** – отношение величины займа к величине собственного капитала.

Согласно приведенной формуле, при ***a=140%*** и ***L=31,5%*** математическое ожидание переданной на благотворительные цели суммы составит $(1+0{,}315)\cdot\int_{1+1{,}4}^{\infty}(x-1-1{,}4)\cdot f(x)\cdot dx=9{,}4\%$ от собственного капитала инвестора. Нельзя сказать, что это слишком мало. Но можно добиться и лучших результатов.

Попробуем предложить инвестору взять в кредит ***75,6%*** от его собственных денег и вложиться в проект "филантроп" при ***a=87%***. В этом случае точка его портфеля совпадет с точкой акций (см. рис.7.1.2). (То есть параметры этого портфеля останутся такими же, какими были изначально: математическое ожидание и стандартное отклонение доходности по-прежнему будут равняться ***60%*** и ***70%*** годовых.) Средняя же величина благотворительных пожертвований при этом составит уже целых:

$(1+0{,}756)\cdot\int_{1+0{,}87}^{\infty}(x-1-0{,}87)\cdot f(x)\cdot dx=30{,}2\%$ от собственного капитала!

Конечно, к улучшению показателей портфеля подобные действия не приведут, но определенный интерес для инвестора они представлять могут, поскольку получатель пожертвований способен, например, сделать рекламу своему "благодетелю". В крайнем случае, значение величины ***a*** можно чуть-чуть увеличить, что даст возможность чуть-чуть улучшить параметры портфеля (при незначительной перенастройке размера кредита).

Таким образом, рассмотренный нами пример показывает, что инвестора, стремящегося повысить математическое ожидание доходности своих инвестиций, не снижая при этом ее стандартного отклонения, или же снизить это отклонение, не уменьшая этим средней доходности, рациональным человеком назвать, в общем-то, нельзя. Поскольку его легко можно "надуть", заключив с ним договор, скажем, на оказание консалтинговых услуг по "оптимизации его инвестиционной политики" и предложив ему впоследствии что-нибудь подобное вышеописанному проекту "филантроп", в котором роль получателя благотворительных пожертвований будет играть, например, сам консультант. Конечно, инвестор при этом поймет, что его несколько "облапошили", но при грамотно составленном договоре сделать уже ничего не сможет, так как, формально, услуги будут оказаны и оплачивать их все равно придется.

Следует, правда, заметить, что результативность вышеописанной методики улучшения основных показателей инвестиционной деятельности существенно зависит от величины отношения "риск-премия/риск" базового инвестиционного проекта (коим в примере 7.1.1 являлось вложение денег в акции). С увеличением этого отношения эффективность метода резко возрастает, а с уменьшением – также резко снижается. Так что, успех гарантирован отнюдь не всегда.

Однако же следует иметь в виду, что применять данную технологию можно не только при планировании будущих действий, но и при анализе результатов прошлой деятельности. Так как среднее значение доходностей, фактически полученных на нескольких прошедших временных отрезках, почти всегда существенно отклоняется в ту или иную сторону от банковской ставки, а разброс их значений может быть как большим, так и незначительным, – отношение разности между средней прошлой доходностью и банковской ставкой к стандартному отклонению прошлой доходности вполне может чисто случайно оказаться достаточно большим. И значит, "урезав" прошлые прибыли под каким-нибудь благовидным предлогом (например, заявив, что чересчур высокие результаты получены чисто случайно и считать их заслугой того, кто осуществлял деятельность, нельзя), можно увеличить отношение "риск-премия/риск" оцениваемой деятельности. Особый интерес такая возможность представляет, в частности, для экономиста, анализирующего доходность и риск прошлых инвестиций в паевой фонд, поскольку величина указанного отношения является главным показателем эффективности работы управляющего фондом.

Покажем теперь, в чем заключается причина представленного в примере 7.1.1 парадокса.

Известно, что нерасположенность среднего инвестора к рискованным вложениям капитала объясняется тем, что степень благополучия, которого он достигнет в случае получения высокой прибыли, как правило, не в полной мере компенсирует степень его относительного неблагополучия, грозящего ему в случае убытков или недополучения прибыли. Именно поэтому, выбирая между безрисковым инвестиционным проектом и рискованным с такой же средней ожидаемой доходностью, инвестор обычно предпочитает вкладывать деньги в безрисковый проект. Предложив такому субъекту для попарного сравнения достаточно большое количество рискованных вариантов вложения средств и выявив его предпочтения, можно построить так называемую функцию полезности данного индивидуума. Функция эта каждому из возможных значений доходности r ставит в соответствие определенное число U (полезность), отражающее степень благополучия инвестора в случае получения им данной доходности в результате инвестирования. Причем соответствие это устанавливается таким образом, что из любых нескольких вариантов вложения денег, распределения вероятностей доходностей которых известны, данный индивидуум всегда предпочтет тот вариант, для которого среднее ожидаемое значение полезности $M(U(r))$ максимально.

Примечание. Необходимо заметить, что функцию полезности инвестора можно построить лишь в том случае, если его предпочтения удовлетворяют определенным, достаточно тривиальным аксиомам, описание которых можно найти, например, в [9]. Тем не менее, здесь и далее мы предполагаем, что этим аксиомам соответствуют предпочтения любого инвестора, поскольку предпринимателя с иной "системой ценностей" всякий здравомыслящий человек назвал бы абсолютным идиотом.

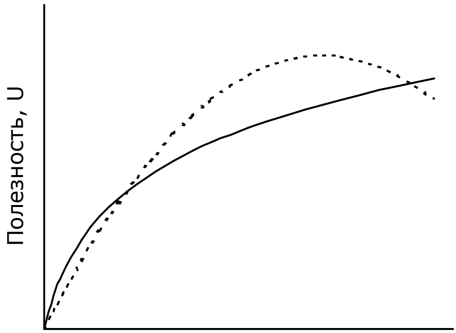

Рис.7.1.4.

Понятно, что согласно "физическому" смыслу функции ***U(r)***, она должна быть монотонно возрастающей (так как, по идее, большей доходности всегда должна соответствовать большая полезность). Примерный вид этой зависимости показан на рис.7.1.4 сплошной линией. Выпуклость графика вверх говорит о нерасположенности инвестора к риску.

Предполагая, что ***U(r)*** – гладкая функция, разложим ее в степенной ряд и найдем математическое ожидание суммы этого ряда:

$$M(U(r)) = M(a_0 + a_1 \cdot r + a_2 \cdot r^2 + a_3 \cdot r^3 + a_4 \cdot r^4 + \ldots) =$$

$$= a_0 + a_1 \cdot M(r) + a_2 \cdot M(r^2) + a_3 \cdot M(r^3) + a_4 \cdot M(r^4) + \ldots =$$

$$= a_0 + a_1 \cdot M(r) + a_2 \cdot (M^2(r) + \sigma^2(r)) + a_3 \cdot M(r^3) + a_4 \cdot M(r^4) + \ldots ,$$

a_0, a_1, a_2, a_3, … – некоторые коэффициенты.

Как видите, математическое ожидание квадрата доходности $M(r^2)$ нам удалось представить в виде функции только лишь математического ожидания доходности и ее стандартного отклонения ($M(r^2) = M^2(r) + \sigma^2(r)$). Но сделать то же самое для математических ожиданий более высоких степеней ***r*** нам не удастся: они зависят также и от других вероятностных характеристик случайной переменной ***r***. Следовательно, для того чтобы ***M(U(r))*** зависело только от ***M(r)*** и ***σ(r)***, необходимо, чтобы все коэффициенты разложения функции ***U(r)*** в степенной ряд, кроме a_0, a_1 и a_2, равнялись нулю. Другими словами, зависимость ***U(r)*** должна представлять собой полином второй степени, а ее график, стало быть, должен представлять собой параболу. Только инвестору, имеющему такую (параболическую) функцию полезности, для сравнения любых двух инвестиционных проектов с точки зрения их предпочтительности будет достаточно знать лишь математические ожидания и стандартные отклонения их доходностей. Всякому же субъекту, чьи предпочтения описываются зависимостью ***U(r)*** какого-либо иного вида, знания только лишь этих двух характеристик оцениваемых вариантов вложения денег будет недостаточно для определения наиболее выгодного из них.

С другой стороны, можно прийти и к такому выводу: если инвестор при осуществлении сравнительной оценки любых двух инвестиционных проектов руководствуется лишь математическими ожиданиями и стандартными отклонениями их доходностей, то его предпочтения описываются функцией полезности параболического вида.

Однако, как мы уже замечали выше, функция ***U(r)*** любого здравомыслящего индивидуума должна быть монотонно возрастающей, ибо получить более высокую прибыль всегда лучше, чем менее высокую. Полиномиальная же зависимость второй степени $U(r) = a_0 + a_1 \cdot r + a_2 \cdot r^2$ является возрастающей при любых значениях ***r*** лишь в том случае, если $a_1 > 0$, а $a_2 = 0$. Но равенство $a_2 = 0$ означает нейтральное отношение инвестора к риску вследствие превращения (вырождения) параболической зависимости $U(r)$ в линейную зависимость. Функция же полезности инвестора несклонного к риску непременно должна быть выпуклой вверх (по крайней мере, при некоторых значениях аргумента), что при $U(r) = a_0 + a_1 \cdot r + a_2 \cdot r^2$ имеет место лишь тогда, когда $a_2 < 0$. Однако, это требование противоречит сформулированному нами чуть выше необходимому условию монотонного роста $U(r)$.

Примерный вид параболы для случая $a_2 < 0$ показан на рис.7.1.4 пунктирной линией. Понятно, что выпуклость параболической функции полезности вверх всегда будет сопряжена с ее убыванием при достаточно больших значениях аргумента, а это совершенно недопустимо.

Таким образом доказывается нерациональность предпочтений инвестора, судящего о выгодности инвестиций только лишь по математическому ожиданию и стандартному отклонению их доходностей и при этом не нейтрально относящегося к риску. Отсюда же, вообще говоря, следует вывод о несостоятельности стандартного отклонения доходности как меры риска инвестиций.

Кстати, показать эту несостоятельность можно и более простым путем.

Предположим, к примеру, что некоторый инвестиционный проект обещает принести либо доходность r_1 равную банковской ставке r_f, либо доходность более высокую, составляющую r_2 годовых единиц. При этом математическое ожидание доходности этого проекта равно r годовым единицам.

Обозначив через p вероятность неудачного исхода дела (то есть исхода, при котором доходность инвестиций будет равна банковской ставке), мы можем записать: $r = p \cdot r_1 + (1 - p) \cdot r_2$.

Из этого равенства следует: $p = \dfrac{r - r_2}{r_1 - r_2}$ и $1 - p = \dfrac{r_1 - r}{r_1 - r_2}$.

Стандартное отклонение доходности рассматриваемого проекта равно:

$$\sigma = \sqrt{p \cdot r_1^2 + (1 - p) \cdot r_2^2 - r^2} = \sqrt{\frac{r - r_2}{r_1 - r_2} \cdot r_1^2 + \frac{r_1 - r}{r_1 - r_2} \cdot r_2^2 - r^2}\,.$$

При достаточно большой величине r_2 это отклонение может быть сколь угодно большим, так как:

$$\lim_{r_2 \to \infty} \left(\frac{r - r_2}{r_1 - r_2} \cdot r_1^2 + \frac{r_1 - r}{r_1 - r_2} \cdot r_2^2 - r^2 \right) = r_1^2 + \infty - r^2 = \infty\,.$$

А значит, при использовании стандартного отклонения доходности в качестве меры риска, степень рискованности нашего проекта может оказаться сколь угодно высокой, несмотря на то, что он в любом случае приносит доходность либо равную банковской ставке, либо превышающую ее (и, стало быть, безусловно является более предпочтительным вариантом вложения капитала, чем банковский депозит).

Разумеется, подобный результат плохо согласуется с нашими интуитивными представлениями о степени риска.

§7.2. Бета.

Известно, что диверсификация инвестиционного портфеля (то есть распределение вкладываемого капитала между различными инвестиционными альтернативами), какой бы "качественной" она ни была, все-таки не позволяет устранить инвестиционный риск полностью. Объясняется это тем, что доходности большинства существующих вариантов вложения капитала обычно в значительной степени коррелируют между собой, и потому с ростом числа рискованных инвестиционных проектов, между которыми инвестор распределяет свой капитал, минимально достижимое стандартное отклонение доходности его портфеля, хотя и уменьшается, но к нулю отнюдь не стремиться. В связи с данным обстоятельством финансисты часто делят "содержащийся" в каждом таком инвестиционном проекте риск на две "составляющие": диверсифицируемый (уникальный, несистематический) риск и недиверсифицируемый (рыночный, систематический). И если стандартное отклонение доходности обычно служит мерой риска "в целом", то в качестве меры "объема" его недиверсифицируемой "части" используется другой показатель – так называемый бета-коэффициент (или просто бета) инвестиции. Показатель этот рассчитывается по формуле:

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{\mathbf{cov}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r_m})}{\boldsymbol{\sigma_m^2}},$$

где $\boldsymbol{\beta}$ – бета оцениваемого инвестиционного проекта; $\boldsymbol{r}$ и $\boldsymbol{r_m}$ – доходности оцениваемого проекта и рыночного портфеля инвестиций (рыночного индекса); $\mathbf{cov}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r_m})$ – ковариация между этими доходностями; $\boldsymbol{\sigma_m}$ – стандартное отклонение доходности рыночного портфеля.

Примечание. Экономический смысл этого коэффициента заключается в следующем. Если для всех активов (инвестиций), входящих в рыночный инвестиционный портфель, величины отношений "риск-премия/бета" равны между собой, – то путем перераспределения долей капитала между присутствующими в нем активами, нельзя увеличить среднюю доходность портфеля, не снижая при этом ее стандартного отклонения, и наоборот. Когда же указанное условие не выполняется, существует возможность улучшить какой-нибудь из параметров портфеля, не ухудшая другой, путем увеличения доли капитала приходящейся на активы с неадекватно высокой риск-премией. (Подробнее об этом можно узнать, к примеру, из [2].)

При распределении капитала между различными инвестиционными проектами (как рискованными, так и безрисковыми) бета-коэффициент всего инвестиционного портфеля в целом определяется как средневзвешенное значение бета-коэффициентов всех входящих в него активов (с весовыми коэффициентами пропорциональными доле капитала, приходящегося на данный актив). При этом заимствование денег по-прежнему можно рассматривать как безрисковое вложение капитала со знаком минус. Таким образом, распределяя средства между безрисковыми активами с доходностью $\boldsymbol{r_f}$ и рискованными со средней доходностью $\boldsymbol{r}$ и бетой $\boldsymbol{\beta}$, можно сформировать портфель, средняя доходность которого будет равна $(\boldsymbol{1} - \boldsymbol{w}) \cdot \boldsymbol{r_f} + \boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{r}$, а бета – $\boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{\beta}$, где $\boldsymbol{w}$ – произвольное неотрицательное число.

В отличие от стандартного отклонения доходности инвестиции, ее бета может быть как положительной, так и отрицательной.

Фирме, достаточно хорошо диверсифицирующей свой инвестиционный портфель, а также фирме, акционерами которой являются инвесторы способные достаточно "качественно" и без особых затрат производить диверсификацию своих вложений (типичными представителями коих являются, прежде всего, паевые фонды), – не имеет смысла рассматривать уникальный риск как негативный фактор, поскольку в результате диверсификации он устраняется практически полностью. Поэтому инвестиционная политика подобных фирм отличается (или, во всяком случае, должна, по идее, отличаться) от тактики прочих инвесторов (типичными представителями которых являются физические лица): первые в отличие от последних, вместо поиска вариантов вложения капитала с как можно большим отношением "риск-премия/риск", ищут варианты с максимально высоким отношением "риск-премия/бета", в случае если бета положительна, и максимально низкой величиной этого отношения в случае отрицательной беты. Однако и такую систему предпочтений с полным основанием можно назвать нерациональной, что сейчас и будет доказано.

Пример 7.2.1. Улучшение показателей инвестиционного портфеля.

При банковской ставке r_f равной **20%** годовых математическое ожидание r_m и стандартное отклонение σ_m доходности рыночного портфеля акций (рыночного индекса) равны, соответственно, **60%** и **70%** годовых. (Доходность эта с прибавленной к ней единицей имеет логнормальное распределение вероятностей.) Весь капитал первого инвестора вложен в рыночный индекс, а весь капитал второго – в банковский депозит. Требуется улучшить показатели портфелей обоих инвесторов, то есть повысить их среднюю доходность, не увеличивая бету, или снизить бету, не уменьшая средней доходности.

Решение задачи для первого инвестора.

Обратимся еще раз к уже рассматривавшемуся нами ранее, в примере 7.1.1, проекту "филантроп", только под вложением денег в акции будем подразумевать вложение их в рыночный индекс.

Формула, отражающая зависимость средней доходности ***m(a)*** этого проекта от параметра ***a***, уже приводилась выше, при разборе примера 7.1.1. Ее можно применить и сейчас без каких бы то ни было изменений, так как вероятностные характеристики доходности нашего рыночного индекса полностью соответствуют аналогичным характеристикам доходности акций из примера 7.1.1. Зависимость же беты ***β(a)*** проекта "филантроп" от величины ***a*** в данном случае выражается следующей формулой:

$$\beta(a) = \frac{\int\limits_0^{1+a} (x-1)^2 \cdot f(x) \cdot dx + a \cdot \int\limits_{1+a}^{\infty} (x-1) \cdot f(x) \cdot dx - m(a) \cdot r_m}{\sigma_m^2},$$

где ***f(x)*** – плотность вероятности логнормального распределения с математическим ожиданием ***1,6*** и стандартным отклонением ***0,7*** годовых единиц.

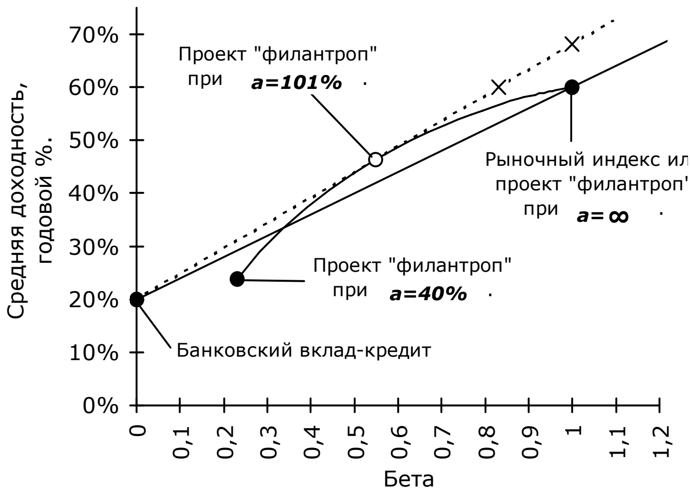

Рис.7.2.1.

Постепенно уменьшая значение ***a*** от бесконечности до ***40%***, построим на графике (см. рис.7.2.1) траекторию движения точки с координатами (***β(a)***; ***m(a)***) (точки проекта "филантроп"). Мы видим, что с уменьшением ***a*** отношение "риск-премия/бета" проекта "филантроп" сначала увеличивается, а затем уменьшается. Максимума оно достигает приблизительно при ***a=101%***.

Если мы возьмем в банке кредит в размере ***83,6%*** от величины собственного капитала и вложим все деньги в проект "филантроп" при ***a=101%***, то бета нашего портфеля, как и бета рыночного индекса, будет равна единице. Однако средняя доходность нашего портфеля при этом составит ***68,1%***, то есть более чем на ***8%*** превысит среднюю доходность индекса рынка.

Если же мы сделаем то же самое при меньшей величине кредита, равной ***51,9%*** от собственных средств, то средняя доходность нашего портфеля будет равна аналогичному показателю рыночного индекса, но бета этого портфеля будет гораздо меньше единицы: она составит всего ***0,832***.

Местоположения точки нашего портфеля для обоих этих случаев отмечены на рис.7.2.1 крестами.

Таким образом, мы можем порекомендовать первому инвестору взять в банке ссуду в размере не менее ***51,9%*** и не более ***83,6%*** от его собственных средств, а затем вложить все деньги в проект "филантроп" при ***a=101%***.

<u>Решение задачи для второго инвестора.</u>

Введем в рассмотрение еще один инвестиционный проект, который назовем проектом "филантроп-2". Суть его будет заключаться в том, чтобы вложить весь капитал в банк сроком на один год (под ***20%*** годовых), а по окончании этого срока, в случае если доходность рыночного индекса за тот же двенадцатимесячный период превысит некоторый, заранее установленный уровень ***a***, пожертвовать на благотворительные цели всю сумму этого депозита вместе с набежавшими на нее процентами. (Таким образом, доходность данного проекта может принимать лишь два значения: ***20%*** и ***-100%*** годовых. Соответствующие этим исходам вероятности определяются значением параметра ***a***.)

Средняя доходность ***m(a)*** и бета-коэффициент ***β(a)*** проекта "филантроп-2" как функции параметра ***a*** определяются следующими формулами:

$$m(a) = (1 + r_f) \cdot \int_0^{1+a} f(x) \cdot dx - 1 \,,$$

$$\beta(a) = \frac{(1 + r_f) \cdot \int_0^{1+a} x \cdot f(x) \cdot dx - (1 + m(a)) \cdot (1 + r_m)}{\sigma_m^2} \,.$$

На рис.7.2.2 показана траектория движения точки с координатами (***β(a)***; ***m(a)***) при изменении значения ***a*** от бесконечности до ***150%***. Наибольший интерес для нас представляет случай ***a=190%***, поскольку именно при этом значении параметра ***a*** достигает своего минимума угол между горизонталью и прямой, соединяющей точку рассматриваемого проекта с точкой рыночного индекса (на рис.7.2.2 эта прямая показана пунктиром).

Если инвестор вложит ***80,6%*** своего капитала в проект "филантроп-2" при ***a=190%***, а оставшиеся ***19,4%*** – в рыночный индекс, то бета его портфеля будет равна нулю, однако средняя доходность этого портфеля составит ***22,8%*** (см. точку пересечения пунктирной линии с вертикальной осью на рис.7.2.2), то есть превысит банковскую ставку. Таким образом, мы имеем вариант вложения денег, "содержащий в себе" только лишь диверсифицируемый риск, но, несмотря на это, обеспечивающий в среднем большую доходность, чем банковский депозит.

Однако самое интересное заключается в том, что, взяв в банке достаточно большую ссуду и инвестировав ее вместе с собственными деньгами согласно только что изложенной схеме, инвестор может поднять уровень средней доходности своего портфеля (в пересчете на размер собственного капитала) сколь угодно высоко, сохраняя, тем не менее, нулевое значение беты этого портфеля! В связи с данным обстоятельством проект "филантроп-2", вообще говоря, представляет определенный интерес не только для второго, но и для первого инвестора, особенно в случае возникновения у него желания уменьшить рыночный риск своих инвестиций.

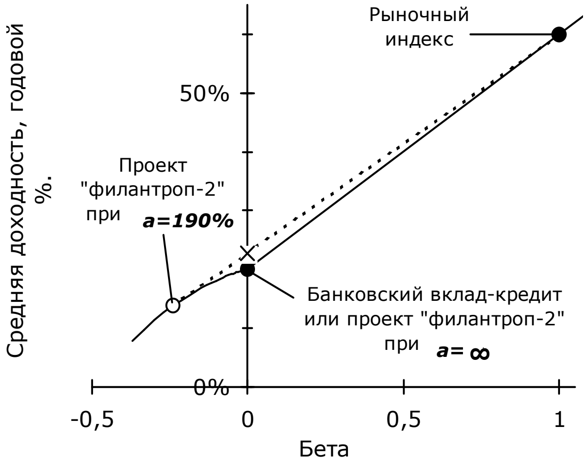

Рис.7.2.2.

Литература:

1. *Токарев С.С.* Занимательная теория финансов. - Пермь: Издатель Богатырев П. Г., 2000, - 68 с. ISBN 5-93214-010-0.
2. Р. Брейли, С. Майерс. Принципы корпоративных финансов: Пер. с англ. – М.: ЗАО «Олимп-Бизнес», 1997. ISBN 5-901028-01-5.
3. *Токарев С.С.* Шесть основных правил аналитика фондового рынка.// Рынок ценных бумаг. № 7 (166), 2000.
4. *Токарев С.С.* Об одном математическом парадоксе и его использовании в "народном хозяйстве".// Рынок ценных бумаг. № 17 (176), 2000.
5. *Гарднер М.* Путешествие во времени: Пер. с англ. - М.: Мир, 1990. - 341 с., ил. ISBN 5-03-001166-8.
6. *Гарднер М.* Крестики-нолики: Пер. с англ. - М.: Мир, 1988. - 352 с., ил. ISBN 5-03-001234-6.
7. Мостеллер Ф. Пятьдесят занимательных вероятностных задач с решениями: Пер. с англ./Под ред. Ю.В. Линника. - М.: Наука, 1985. - 88 с.
8. *Байиф Ж.-К.* Логические задачи: Пер. с франц. - М.: Мир, 1983. - 172 с.
9. *Оуэн Г.* Теория игр: Пер. с англ. - М.: Мир, 1971. - 232 с.

Случайные события.

Событие ***А*** называется *противоположным* (или *дополнительным*) по отношению к событию ***Б***, если ***А*** происходит тогда и только тогда, когда не происходит ***Б***.

Если события ***А*** и ***Б*** противоположны, то ***Р(А)=1-Р(Б)***.

Два события называются *несовместными* или *взаимоисключающими*, если осуществление одного из них исключает осуществление другого (то есть если совместное осуществление этих событий невозможно).

Если события A_1, A_2, … A_n попарно несовместные, то вероятность того, что какое-то одно из них осуществится, равна сумме вероятностей каждого из этих событий:

$$P(A_1 \text{ или } A_2 \text{ или } \ldots\ A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n).$$

Если события ***А*** и ***Б*** совместные, то вероятность осуществления хотя бы одного из них равна сумме их вероятностей, уменьшенной на величину вероятности их совместного осуществления:

Р(А или ***Б)=Р(А)+Р(Б)-Р(А*** и ***Б)***.

Два события называются *независимыми*, если осуществление одного из них не влияет на вероятность осуществления другого.

Если события ***А*** и ***Б*** независимые, то вероятность их совместного осуществления равна произведению их вероятностей:

$P(А \text{ и } Б)=P(А)\cdot P(Б)$.

Несколько событий называют *попарно независимыми*, если каждые два их них независимы.

Несколько событий называют *независимыми в совокупности* (или просто *независимыми*), если каждое из них и любая комбинация остальных событий являются событиями независимыми.

Из независимости нескольких событий (в совокупности) следует их попарная независимость, но не наоборот.

Если события A_1, A_2, … A_n независимы (в совокупности), то вероятность их совместного осуществления равна произведению вероятностей этих событий:

$$P(A_1 \text{ и } A_2 \text{ и } \ldots\ A_n) = P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot \ldots \cdot P(A_n).$$

Если события ***А*** и ***Б*** зависимые, то вероятность их совместного осуществления равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную на основе предположения о том, что первое событие осуществилось:

$P(А \text{ и } Б)=P(А)\cdot P(Б\backslash А)=P(Б)\cdot P(А\backslash Б)$.

(***Р(X\Y)*** есть вероятность события ***X*** при условии осуществления события ***Y***.)

Случайные величины.

Случайной величиной (или *случайной переменной*) называют величину, которая в результате дальнейшего развития событий примет одно из своих возможных значений, неизвестное заранее.

Случайную величину называют *дискретной*, если множество ее возможных значений конечно или счетно.

Случайную величину называют *непрерывной*, если она может принять любое значение, принадлежащее некоторому числовому интервалу.

Любое правило, позволяющее находить вероятность попадания значения случайной величины в любой заданный числовой интервал, называется *законом распределения (вероятностей)* данной случайной величины.

Две случайные величины называют *независимыми*, если закон распределения вероятностей одной из них не зависит от того, какое значение приняла или примет другая величина.

Функцией распределения (или *интегральной функцией распределения*) случайной величины $\boldsymbol{X}$ называется функция $\boldsymbol{F(x)}$, определяющая вероятность того, что значение случайной величины $\boldsymbol{X}$ не превысит значение аргумента этой функции. То есть $\boldsymbol{F(x)=P(X<x)}$.

Плотностью вероятности (или *дифференциальной функцией распределения*) случайной величины $\boldsymbol{X}$ называют такую функцию $\boldsymbol{f(x)}$, для которой имеет место равенство:

$$F(x) = \lim_{a \to x-0} \int_{-\infty}^{a} f(t) \cdot dt ,$$

или, в случае дифференцируемости функции $\boldsymbol{F(x)}$ при любом значении $\boldsymbol{x}$:

$F'(x) = f(x)$.

Математическим ожиданием или *средним (ожидаемым) значением* $\boldsymbol{M(X)}$ случайной величины $\boldsymbol{X}$, имеющей плотность вероятности $\boldsymbol{f(x)}$, называют значение следующего интеграла:

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) \cdot dx .$$

Математическое ожидание дискретной случайной величины можно также представить в виде суммы:

$M(X) = \sum_i x_i \cdot p_i$, где x_i – возможные значения случайной величины $\boldsymbol{X}$, а p_i – соответствующие этим значениям вероятности.

Если случайная величина $\boldsymbol{X}$, имеющая плотность вероятности $\boldsymbol{f(x)}$, служит аргументом некоторой функции $\boldsymbol{g(X)}$, то математическое ожидание $\boldsymbol{M(g(X))}$ значения этой функции будет равно:

$$M(g(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \cdot f(x) \cdot dx .$$

Математическое ожидание обладает следующими свойствами:

1.) $\boldsymbol{M(C)=C}$, где $\boldsymbol{C}$ – произвольная константа.
2.) $M(C \cdot X) = C \cdot M(X)$, где $\boldsymbol{C}$ – произвольная константа.
3.) $M(X+Y) = M(X) + M(Y)$.
4.) $M(X \cdot Y) = M(X) \cdot M(Y)$, где $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{Y}$ – независимые случайные величины.

Дисперсией $\boldsymbol{D(X)}$ случайной величины $\boldsymbol{X}$, имеющей плотность вероятности $\boldsymbol{f(x)}$, называют значение следующего интеграла:

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - M(x))^2 \cdot f(x) \cdot dx .$$

Дисперсию дискретной случайной величины можно также представить в виде суммы:

$$D(X) = \sum_i (x_i - M(X))^2 \cdot p_i .$$

Нетрудно доказать, что дисперсия случайной величины равна разности между математическим ожиданием квадрата этой случайной величины и квадратом ее математического ожидания:

$$\boldsymbol{D(X) = M(X^2) - M^2(X)}.$$

Дисперсия обладает следующими свойствами:

1.) $\boldsymbol{D(C)=0}$, где $\boldsymbol{C}$ – произвольная константа.
2.) $\boldsymbol{D(C \cdot X) = C^2 \cdot D(X)}$, где $\boldsymbol{C}$ – произвольная константа.
3.) $\boldsymbol{D(X + C) = D(X)}$, где $\boldsymbol{C}$ – произвольная константа.
4.) $\boldsymbol{D(X + Y) = D(X) + D(Y) + 2 \cdot \mathrm{cov}(X, Y)}$, где $\boldsymbol{\mathrm{cov}(X,Y)}$ – ковариация $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{Y}$ (Определение ковариации см. ниже). В случае независимости $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{Y}$ их ковариация равна нулю и выражение упрощается: $\boldsymbol{D(X + Y) =}$ $\boldsymbol{= D(X) + D(Y)}$.

Среднеквадратическим (или *стандартным*) *отклонением* $\boldsymbol{\sigma(X)}$ случайной величины $\boldsymbol{X}$ называют квадратный корень из ее дисперсии:

$$\boldsymbol{\sigma(X) = \sqrt{D(X)}}.$$

Ковариацией (или *корреляционным моментом*) $\boldsymbol{\mathrm{cov}(X,Y)}$ двух случайных величин $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{Y}$ называют математическое ожидание произведения разностей между этими величинами и их математическими ожиданиями:

$$\boldsymbol{\mathrm{cov}(X, Y) = M((X - M(X)) \cdot (Y - M(Y)))}.$$

Нетрудно доказать, что ковариация случайных величин $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{Y}$ равна математическому ожиданию произведения этих случайных величин, уменьшенному на величину произведения их математических ожиданий:

$$\boldsymbol{\mathrm{cov}(X, Y) = M(X \cdot Y) - M(X) \cdot M(Y)}.$$

Коэффициентом корреляции $\boldsymbol{\rho(X,Y)}$ двух случайных величин $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{Y}$ называют отношение ковариации этих величин к произведению их среднеквадратических отклонений:

$$\boldsymbol{\rho(X, Y) = \frac{\mathrm{cov}(X, Y)}{\sigma(X) \cdot \sigma(Y)}}.$$

Значение коэффициента корреляции всегда лежит в интервале от $\boldsymbol{-1}$ до $\boldsymbol{1}$.

Две случайные величины называются *некоррелированными*, если коэффициент корреляции между ними равен нулю.

Из независимости случайных величин следует равенство нулю их коэффициента корреляции. Однако нулевое значение этого коэффициента еще не означает независимости соответствующих случайных величин.

Модой случайной величины называют такое ее значение $\boldsymbol{x}$, при котором плотность вероятности $\boldsymbol{f(x)}$ данной случайной величины имеет локальный максимум.

Медианой случайной величины называют такое ее значение, которое данная случайная величина превосходит с вероятностью $\boldsymbol{1/2}$.

Приложение 2: Справочные данные по некоторым распределениям вероятностей.

Равномерное (прямоугольное) распределение.

Параметры: ***a***, ***b***.

1.) Функция распределения: ***F(x)=(x-a)/b***.

2.) Плотность вероятности: $\boldsymbol{f(x)} = \begin{cases} \boldsymbol{1/b\,,\ x \in (a\,;\,a+b);} \\ \boldsymbol{0\ \ ,\ x \notin (a\,;\,a+b).} \end{cases}$

3.) Математическое ожидание: $\boldsymbol{a + \frac{b}{2}}$.

4.) Дисперсия: $\boldsymbol{\frac{b^2}{12}}$.

5.) Стандартное отклонение: $\boldsymbol{\frac{b}{\sqrt{12}}}$.

6.) Мода: отсутствует.

7.) Медиана: $\boldsymbol{a + \frac{b}{2}}$.

Нормальное (гауссово) распределение.

Параметры: $\boldsymbol{\mu}$, $\boldsymbol{\sigma}$.

1.) Функция распределения: в элементарных функциях не выражается.

2.) Плотность вероятности: $\boldsymbol{f(x)} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}}}\cdot\mathbf{exp}\left(-\frac{\boldsymbol{(x-\mu)^2}}{\boldsymbol{2\cdot\sigma^2}}\right)$.

3.) Математическое ожидание: $\boldsymbol{\mu}$.

4.) Дисперсия: $\boldsymbol{\sigma^2}$.

5.) Стандартное отклонение: $\boldsymbol{\sigma}$.

6.) Мода: $\boldsymbol{\mu}$.

7.) Медиана: $\boldsymbol{\mu}$.

Комментарии:

Сумма нескольких независимых нормально распределенных случайных величин также имеет нормальное распределение с параметрами $\boldsymbol{\mu = \mu_1 + \mu_2 + \ldots}$ и $\boldsymbol{\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \ldots}}$, где $\boldsymbol{\mu_i}$, $\boldsymbol{\sigma_i}$ – параметры $\boldsymbol{i}$-го слагаемого. Кроме того, как правило, распределение вероятностей близкое к нормальному имеет случайная величина, представляющая собой сумму достаточно большого количества независимых случайных величин с произвольными законами распределения.

Примечание: Функции распределения ***F(x)*** и плотности вероятности ***f(x)*** всех нижеприведенных распределений равны нулю при отрицательном значении аргумента ***x***.

Логарифмически нормальное (логнормальное) распределение.

Параметры: $\boldsymbol{\mu}$, $\boldsymbol{\sigma}$.

1.) Функция распределения: в элементарных функциях не выражается.

2.) Плотность вероятности: $\boldsymbol{f(x)} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{x\cdot\sigma\cdot\sqrt{2\cdot\pi}}}\cdot\mathbf{exp}\left(-\frac{\boldsymbol{(\ln(x)-\mu)^2}}{\boldsymbol{2\cdot\sigma^2}}\right)$.

3.) Математическое ожидание: $\mathbf{exp}\left(\mu+\frac{\sigma^2}{2}\right)$.

4.) Дисперсия: $\mathbf{exp}(2\cdot\mu+\sigma^2)\cdot(\mathbf{exp}(\sigma^2)-1)$.

5.) Стандартное отклонение: $\mathbf{exp}\left(\mu+\frac{\sigma^2}{2}\right)\cdot\sqrt{\mathbf{exp}(\sigma^2)-1}$.

6.) Мода: $\mathbf{exp}(\mu-\sigma^2)$.

7.) Медиана: $exp(\mu)$.

Комментарии:

Если случайная величина имеет логнормальное распределение с параметрами μ и σ, то ее логарифм имеет нормальное распределение с такими же значениями соответствующих параметров.

Произведение нескольких независимых логнормально распределенных случайных величин также имеет логнормальное распределение с параметрами $\mu=\mu_1+\mu_2+\ldots$ и $\sigma=\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2+\ldots}$, где μ_i, σ_i – параметры i-го сомножителя. Кроме того, как правило, распределение вероятностей близкое к логнормальному имеет случайная величина, представляющая собой произведение достаточно большого количества независимых положительных случайных величин с произвольными законами распределения.

Если две случайные величины x_1 и x_2 имеют логнормальные распределения с параметрами μ_1, σ_1 и μ_2, σ_2, соответственно, то их отношение x_1/x_2 также имеет логнормальное распределение с параметрами $\mu=\mu_1-\mu_2$ и $\sigma=\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2}$.

Если случайная величина X имеет логнормальное распределение с параметрами μ_X и σ_X, то случайная величина $Y=a\cdot X^b$ (где a и b – постоянные, причем $a>0$) также имеет логнормальное распределение с параметрами $\mu_Y=\ln(a)+b\cdot\mu_X$ и $\sigma_Y=|b|\cdot\sigma_X$.

Зная математическое ожидание m и стандартное отклонение s логнормально распределенной случайной величины, ее параметры можно рассчитать по следующим формулам:

$$\mu=2\cdot\ln(m)-\frac{\ln(m^2+s^2)}{2},\quad \sigma=\sqrt{\ln(m^2+s^2)-2\cdot\ln(m)}.$$

Экспоненциальное (показательное) распределение.

Параметр: λ.

1.) Функция распределения: $F(x)=1-\mathbf{exp}(-\lambda\cdot x)$.

2.) Плотность вероятности: $f(x)=\lambda\cdot\mathbf{exp}(-\lambda\cdot x)$.

3.) Математическое ожидание: $\frac{1}{\lambda}$.

4.) Дисперсия: $\frac{1}{\lambda^2}$.

5.) Стандартное отклонение: $\frac{1}{\lambda}$.

6.) Мода: 0.

7.) Медиана: $\dfrac{\ln(2)}{\lambda}$.

Комментарии:

Если, начиная с некоторого прошедшего момента времени, мы ждем осуществления некоторого события, и при этом в каждый текущий момент времени продолжительность предстоящего ожидания является для нас случайной величиной не зависящей от времени, уже прошедшего с момента начала ожидания, то указанная случайная величина имеет экспоненциальное распределение вероятностей. В частности, распределение достаточно близкое к экспоненциальному обычно имеют: время "ожидания" ближайшего страхового события, время ожидания обращения в фирму очередного клиента (например, время ожидания продажи очередной единицы товара в магазине), время работы какого-либо устройства (например, станка) до очередной поломки, и т.п.

Распределение Эрланга.

Параметры: λ, n.

1.) Функция распределения: $F(x) = 1 - \exp(-\lambda \cdot x) \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \dfrac{(\lambda \cdot x)^i}{i!}$.

2.) Плотность вероятности: $f(x) = \dfrac{(\lambda \cdot x)^{n-1}}{(n-1)!} \cdot \lambda \cdot \exp(-\lambda \cdot x)$.

3.) Математическое ожидание: $\dfrac{n}{\lambda}$.

4.) Дисперсия: $\dfrac{n}{\lambda^2}$.

5.) Стандартное отклонение: $\dfrac{\sqrt{n}}{\lambda}$.

6.) Мода: $\dfrac{n-1}{\lambda}$.

7.) Медиана: в элементарных функциях не выражается.

Комментарии:

Экспоненциальное распределение есть частный случай распределения Эрланга, соответствующий случаю $n=1$.

Сумма n независимых случайных величин, имеющих экспоненциальное распределение с параметром λ, имеет распределение Эрланга с параметрами λ и n. В частности, распределение весьма близкое к распределению Эрланга обычно имеют: время реализации партии товара в розницу, время выхода из строя нескольких имеющихся в наличии однородных деталей или инструментов при их последовательной эксплуатации, время ожидания осуществления нескольких однородных не связанных друг с другом событий, и т.п.

Во всех разобранных в книге примерах расчеты вероятностей, осуществленные методом имитационного моделирования, произведены на основе следующих предположений:

1. Торговля акциями может осуществляться только в рабочие дни в течение биржевой торговой сессии.
2. Изменения цены происходят исключительно в промежутках между биржевыми торговыми сессиями. В течение же самой сессии цена остается постоянной.
3. Цена, по которой можно купить акции, равна цене, по которой их можно продать.
4. Отношение цены одного рабочего дня (торговой сессии) к цене предыдущего (коэффициент дневного роста цены) имеет логнормальное распределение вероятностей с параметрами:

   $$\mu = 2 \cdot \ln(1 + r) - \frac{\ln((1 + r)^2 + s^2)}{2} \quad \text{и} \quad \sigma = \sqrt{\ln((1 + r)^2 + s^2) - 2 \cdot \ln(1 + r)},$$

   где r и s – математическое ожидание и стандартное отклонение дневной доходности акций. При этом тот факт, что между двумя рабочими днями могут следовать два выходных (что может некоторым образом сказаться на вероятностных характеристиках соотношения их цен), никак не учитывается.
5. Коэффициенты дневного роста цены, соответствующие различным дням, являются независимыми случайными величинами.

Надо признать, что второе предположение в довольно значительной степени не соответствует действительности. Однако, если мы также предположим, к примеру, что на биржу мы всегда приходим, скажем, за одну минуту до закрытия торгов, то продолжительность торговой сессии для нас сократится до одной минуты, за которую цена, конечно же, не может измениться существенно. Делать подобное допущение особенно полезно, когда речь идет о моделировании гипотетической торговли акциями. Поскольку оно позволяет использовать в качестве "цены дня" цену закрытия торгов и избавляет от необходимости следить за ценами в течение всей торговой сессии.

Можно, конечно, создать и более адекватную действительности модель рынка, если располагать достаточно большой базой данных, содержащей не только цены закрытия торгов, но и цены соответствующие прочим моментам времени. При использовании такой модели результаты решения многих разобранных в книге задач стали бы еще более впечатляющими.

Статья 159. **Мошенничество**

Мошенничество, то есть хищение чужого имущества или приобретение права на чужое имущество путем обмана или злоупотребления доверием, – …

Статья 165. **Причинение имущественного ущерба путем обмана или злоупотребления доверием**

Причинение имущественного ущерба собственнику или иному владельцу имущества путем обмана или злоупотребления доверием при отсутствии признаков хищения – …

Статья 182. **Заведомо ложная реклама**

Использование в рекламе заведомо ложной информации относительно товаров, работ или услуг, а также их изготовителей (исполнителей, продавцов), совершенное из корыстной заинтересованности и причинившее значительный ущерб, – …

Статья 201. **Злоупотребление полномочиями**

Использование лицом, выполняющим управленческие функции в коммерческой или иной организации, своих полномочий вопреки законным интересам этой организации и в целях извлечения выгод и преимуществ для себя или других лиц либо нанесения вреда другим лицам, если это деяние повлекло причинение существенного вреда правам и законным интересам граждан или организаций либо охраняемым законом интересам общества или государства, – …

Примечание. 1. Выполняющим управленческие функции в коммерческой или иной организации в статьях настоящей главы признается лицо, постоянно, временно либо по специальному полномочию выполняющее организационно-распорядительные или административно-хозяйственные обязанности в коммерческой организации независимо от формы собственности, а также в некоммерческой организации, не являющейся государственным органом, органом местного самоуправления, государственным или муниципальным учреждением.

2. Если деяние, предусмотренное настоящей статьей либо иными статьями настоящей главы, причинило вред интересам исключительно коммерческой организации, не являющейся государственным или муниципальным предприятием, уголовное преследование осуществляется по заявлению этой организации или с ее согласия.

3. Если деяние, предусмотренное настоящей статьей либо иными статьями настоящей главы, причинило вред интересам других организаций, а также интересам граждан, общества или государства, уголовное преследование осуществляется на общих основаниях.

Токарев Сергей Степанович

Справочник экономиста-афериста

Издатель Богатырев П.Г.

Лицензия ЛР № 066145

Подписано в печать 20.04.2001. Формат 60x84\16
Гарнитура Verdana. Отпечатано с оригинал-макета на ризографе.
Объем 8,5 печ. л. Тираж 150 экз.

Отпечатано ООО ”Форвард-С”

614000, Россия, г. Пермь, ул. Островского, 99