

Данный файл представлен исключительно в ознакомительных целях.

Уважаемый читатель!

Если вы скопируете данный файл,

Вы должны незамедлительно удалить его сразу после ознакомления с содержанием.

Копируя и сохраняя его Вы принимаете на себя всю ответственность, согласно действующему международному законодательству .

Все авторские права на данный файл сохраняются за правообладателем.

Любое коммерческое и иное использование кроме предварительного ознакомления запрещено.

Публикация данного документа не преследует никакой коммерческой выгоды. Но такие документы способствуют быстрейшему профессиональному и духовному росту читателей и являются рекламой бумажных изданий таких документов.

Федеральное агентство по образованию

Санкт-Петербургский государственный  
архитектурно-строительный университет

**М. И. АЛЕКСЕЕВ, Ю. А. ЕРМОЛИН**

**НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМ  
ВОДООТВЕДЕНИЯ**

Санкт-Петербург  
2010

УДК 628.2:62–192  
ББК 38.761.2  
А 471

Рецензенты: д-р техн. наук, профессор, академик РААСН, засл. деят. науки и техники РФ В. С. Дикаревский; д-р техн. наук, профессор, засл. деят. науки и техники РФ Ю. А. Ильин

**Алексеев, М. И., Ермолин, Ю. А.**

Надежность систем водоотведения / М. И. Алексеев, Ю. А. Ермолин; СПб. гос. архит.-строит. ун-т. – СПб., 2010. – 166 с.

ISBN 978-5-9227-0213-3

Излагаются краткие сведения из теории вероятности, математической статистики и основ общей теории надежности, новые подходы к оценке надежности систем водоотведения. В качестве меры надежности принимается прогнозируемый объем неочищенных сточных вод, потенциально сбрасываемых из сети вследствие случайного выхода из строя ее элементов и сооружений. Вычисление показателя базируется на предложенном авторами методе последовательной декомпозиции и эквивалентирования, использующем топологические особенности структуры сети – ее древовидность. Разработан способ учета влияния стареющих элементов системы на ее показатель надежности. С точки зрения выбранного критерия оказалось возможным количественно оценить надежность канализационной насосной станции и обосновать подход к выбору структуры комплекса очистных сооружений.

Результаты исследования доведены до формул и соотношений, удобных для использования в инженерных расчетах. Изложение материала сопровождается числовыми примерами.

Монография предназначена для научных работников и инженерно-технических специалистов, занимающихся вопросами проектирования, исследования и эксплуатации городских систем водоотведения и очистки сточных вод, а также может быть полезна аспирантам и студентам соответствующих специальностей технических вузов.

ISBN 978-5-9227-0213-3

© М. И. Алексеев, Ю. А. Ермолин, 2010  
© Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, 2010

## Оглавление

<b>Предисловие</b> .....	5
<b>Глава 1.</b> Краткие сведения из теории вероятностей и математической статистики .....	11
1.1. Случайное событие. Случайная величина .....	11
1.2. Нахождение характеристик случайной величины по наблюдаемым данным .....	20
1.3. Пример .....	27
Заключение .....	32
Рекомендуемая литература .....	32
<b>Глава 2.</b> Основы общей теории надежности .....	33
2.1. Некоторые понятия и определения .....	33
2.2. Показатели надежности невосстанавливаемого элемента .....	35
2.3. Показатели надежности восстанавливаемого элемента .....	40
2.4. Пример расчета и сравнение показателей надежности невосстанавливаемых и восстанавливаемых элементов .....	48
2.5. Анализ надежности систем .....	50
Заключение .....	61
Рекомендуемая литература .....	61
<b>Глава 3.</b> Способы повышения надежности технических систем .....	62
3.1. Постановка задачи .....	62
3.2. Повышение надежности введением элементной избыточности .....	64
3.3. Безызбыточные способы повышения надежности .....	69
Заключение .....	71
Рекомендуемая литература .....	71
<b>Глава 4.</b> Надежность систем водоотведения .....	72
4.1. Краткое описание объекта. Особенности его структуры .....	72
4.2. Цели, задачи и методология исследования надежности систем водоотведения .....	74
4.3. Составляющие надежности водоотводящих сетей и пути их повышения .....	81
4.4. Специфика показателей надежности водоотводящих сетей .....	91
4.5. Анализ Y-образного фрагмента канализационной сети .....	95
4.6. Замена Y-образного фрагмента сети .....	103
4.7. Метод декомпозиции и эквивалентирования .....	105
4.8. Пример расчета оценки надежности канализационной сети .....	106
4.9. Пример практического использования предлагаемого метода .....	110
4.10. Учет старения элементов сети .....	113
4.11. Стационаризация потока при сезонно изменяющейся интенсивности отказов .....	117
Заключение .....	125
Рекомендуемая литература .....	126

<b>Глава 5. Эксплуатационная надежность канализационной насосной станции</b> .....	128
5.1. Особенности функционирования канализационной насосной станции .....	128
5.2. Математическая модель КНС .....	130
5.3. Показатель эксплуатационной надежности КНС .....	132
5.4. Пример .....	136
Заключение .....	140
Рекомендуемая литература .....	140
<b>Глава 6. Некоторые вопросы надежности водоочистных комплексов</b> .....	141
6.1. Влияние надежности сооружений на эффективность очистки сточных вод .....	141
6.2. О структурной надежности КОС .....	149
Заключение .....	159
Рекомендуемая литература .....	159
<b>Послесловие</b> .....	160
<b>Список дополнительной литературы</b> .....	163

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Водопроводно-канализационные системы относятся к тем инфраструктурам, без нормальной работы которых невозможно представить существование и социально-экономическое развитие крупных городов.

Для постоянного обеспечения уровня функционирования этих систем, отвечающий росту промышленного производства и совершенствования социальной сферы, требуются большие капитальные вложения. Дефицит возможностей городской водопроводно-канализационной инфраструктуры возрастающим требованиям промышленности и населения может возникать, в основном, по двум причинам: в результате износа существующих систем на старых урбанизированных территориях и/или вследствие расширения за счет системы вовлечения в активную социально-экономическую деятельность вновь осваиваемых районов. Сказанное позволяет оценивать качество функционирования существующих водохозяйственных систем и их возможное развитие в будущем за счет увеличения обслуживаемых территорий (селитебных, промышленных объектов и др.).

Затраты на содержание и развитие городских водохозяйственных комплексов составляют весьма значительную долю муниципальных бюджетов. Старение, износ объектов и сооружений приводят к тому, что для многих городов поддержание их в требуемом техническом состоянии невозможно из-за недостаточного количества средств, что порождает большие проблемы при принятии управленческих решений в процессе эксплуатации (например, по очередности реконструкции или перекладки отдельных участков сетей).

Надежность существующих водопроводящих магистралей постоянно снижается. Лишь сравнительно недавно, в связи с переходом на новые формы хозяйствования, у некоторых крупных Водоканалов появились финансовые возможности своевременной реновации части изношенных трубопроводов, предупреждая таким образом возникновение аварий, либо даже катастрофического развития ситу-

ации на сетях. Тем не менее интенсивность выхода из строя участков трубопроводов во многих городах остается еще слишком высокой.

Водохозяйственный комплекс крупного города распадается на две части: систему водоснабжения и систему водоотведения, которые значительно отличаются друг от друга функционально и по существу технологий. Исторически сложилось так, что системам водоснабжения посвящено больше исследований по проблемам надежности, хотя важность надежного функционирования водоотводящих систем (канализации) ничуть не меньше, а порой и больше. Следует заметить, что конструктивные особенности, в частности характерная древовидная структура (схема) канализационных сетей, позволяют применить для анализа их надежности специфические теоретические подходы и получить результаты, более привлекательные для внедрения на практике.

Систему водоотведения можно определить как комплекс водохозяйственных объектов, предназначенных для сбора сточных вод в местах образования и транспортировки их к очистным сооружениям. Очистку сточных вод можно выделить в самостоятельный комплекс (КОС). Транспортировка городских сточных вод обычно осуществляется по напорно-самотечному принципу. Это означает, что сточная вода движется по уложенным под землей трубам под действием гравитационных сил, а в местах, где самотек невозможен, поднимается на более высокий уровень с помощью насосов. Таким образом, система водоотведения может быть разбита на две взаимосвязанные части: сеть подземных самотечных коллекторов и каналов (канализационная сеть) и насосные станции с напорными водами.

Сооружение новых (или расширение уже существующих) систем водоотведения, а также их поддержание в требуемом техническом состоянии требует больших капитальных и эксплуатационных затрат. Из-за сложности возникающих задач, определяемой большим количеством взаимодействующих объектов и сооружений, представляется актуальным и экономически оправданным при управлении объектами (уже на этапе проектирования) предусматривать использование автоматизированных систем. Автоматизированное управле-

ние должно осуществляться в соответствии с алгоритмами, имеющими целью, с одной стороны, снижение сопутствующих затрат, а с другой – повышение надежности их функционирования. Традиционные подходы к проектированию систем водоотведения заключаются в определении конфигурации канализационной сети, диаметров труб и технических характеристик насосного оборудования. Чаще всего это сводится к выбору одного из нескольких возможных вариантов, предлагаемых эвристически. При этом, как правило, предпочтение отдается варианту с наименьшими затратами, что не гарантирует максимальной надежности системы водоотведения, поскольку этот показатель при проектировании в качестве критерия формально не учитывается.

Для надежной транспортировки сточных вод на очистные сооружения система водоотведения должна быть спроектирована таким образом, чтобы она могла функционировать не только в нормальных условиях, но и при ряде аварийных ситуаций. Возможные аварийные ситуации можно разделить на два вида: выход из строя трубопроводов и перерывы в работе насосного оборудования (или перебои в подаче электроэнергии к насосным агрегатам). Эти условия необходимо проанализировать с точки зрения их влияния на работу системы, определения показателей качества функционирования системы в этих случаях, а также необходимости «закладки» в проект резервных мощностей, которые позволили бы реагировать на нестандартные ситуации с сохранением заданного уровня надежности.

Анализ технической и научной литературы показывает, что в настоящее время не существует общепринятого универсального определения надежности водоотводящих систем. Под надежностью обычно понимают вероятность выполнения системой своих функций в течение некоторого интервала времени в конкретных условиях эксплуатации. Для больших систем со многими взаимодействующими подсистемами, таких как система водоотведения, аналитически рассчитать показатели надежности чрезвычайно трудно, поскольку для этого необходимо знать точные надежностные характеристики всех подсистем и элементов и последствия их возможных выходов из строя на работу системы в целом.

Существуют немногочисленные исследования, в которых обсуждается необходимость разработки специфических показателей качества и методологий оценки надежности водоотводящих систем в аварийных ситуациях. Предлагаются подходы, использующие различные модификации традиционной теории надежности, оценки экономического ущерба, вызываемого авариями, введение избыточности в систему уже на стадии ее проектирования и т. п. Однако все подобные предложения не являются универсальными, поскольку имеют ограничения или на стадии формулирования задач, или значительные трудности при их решении. Таким образом, приходится констатировать, что к настоящему времени нет «надежностно-ориентированных» методик проектирования и алгоритмов текущей эксплуатации систем водоотведения по этому критерию, обладающих достаточным уровнем универсальности.

Анализ опубликованной информации и знакомство с состоянием эксплуатируемых систем и объектов водоотведения позволяет сделать вывод о том, что современное положение дел в этой сфере характеризуется следующим:

1. Во многих городах отсутствуют систематизированные пополняемые базы данных по сетям коммунального хозяйства, информации по их текущему техническому состоянию, авариям и ремонтам, в том числе не существует сколько-нибудь полных данных по устройствам и сооружениям водохозяйственных систем (разве что исключая (иногда) главные магистрали), доступных для статистического анализа.

2. На предприятиях водного коммунального хозяйства нет баз данных, интегрированных в математические модели. Лишь в некоторых крупных Водоканалах имеются возможности моделирования гидравлических процессов в сетях, но, к сожалению, пополнение и коррекция баз данных в моделях по результатам эксплуатации не используются.

3. Практически нет организаций, обладающих техническими возможностями компьютерного проектирования сооружений водохозяйственного комплекса по надежностным критериям с учетом гидравлических моделей.

4. Подавляющее большинство коммунальных водохозяйственных организаций при проектировании новых и расширении существующих систем исходят только из критерия их минимальной стоимости и используют, по существу, лишь процедуру сравнения конкурирующих вариантов, предлагаемых эвристически.

5. За редким исключением, в Водоканалах отсутствуют четкие методики принятия решений по своевременной упреждающей реставрации и замене стареющих сооружений и объектов водохозяйственных систем.

6. Службами, отвечающими за системы водоснабжения и водоотведения, при эксплуатации не используются алгоритмы оптимального оперативного управления ими, хотя возможности автоматизации этого процесса в той или иной мере имеются во многих крупных городах.

Отмеченное выше, разумеется, нельзя расценивать как недостатки существующей практики водоотведения, но лишь как направления, работа по которым позволит повысить эффективность функционирования соответствующих систем в ближайшем будущем. Эти потенциальные возможности заключаются, главным образом, в разработке и более широком применении методик проектирования и алгоритмов управления, базирующихся на использовании все возрастающих возможностей вычислительной техники. Однако это требует проведения дополнительных исследований теоретического характера, результатом которых, в частности, были бы ответы на следующие вопросы:

- могут ли методы исследования надежности, применяемые в других областях техники (например, в гражданском строительстве, электроэнергетике, химии, атомной энергетике и т. п.), быть использованы и при анализе систем водоотведения?

- какими должны быть формы представления данных по аварийным ситуациям, предназначенным для анализа надежности водоотводящих систем и в чем их специфика?

- возможны ли универсальные критерии оценки надежности систем водоотведения и как они трансформируются в зависимости от конкретных условий?

Несмотря на кажущуюся простоту поставленных вопросов, ответы на них не такие уж тривиальные и подчас требуют нетрадиционного взгляда на процесс водоотведения вообще.

В данной работе авторы излагают свою точку зрения и предлагают возможные решения некоторых задач рассматриваемой проблемы. Основное содержание книги составляют оригинальные исследования, проведенные на протяжении ряда лет, в течение которых авторы занимались надежностью водоотводящих систем и смежными вопросами. Большинство результатов этих исследований ранее публиковались в виде статей в научно-технических журналах и сборниках, но систематически еще не излагались.

Материалам, посвященным собственно проблемам водоотведения, в книге предшествуют три главы, содержащие краткие сведения из теории вероятностей и общей теории надежности. Глава 1 носит справочный, напоминающий характер. В ней излагаются основы теории вероятностей и математической статистики. В главах 2 и 3 приводятся, соответственно, краткая математическая («классическая») теория надежности и методы повышения надежности технических систем. Эти главы играют роль введения к основному содержанию книги. Дополнительные сведения из этих областей можно почерпнуть из литературы, список которой приведен в конце книги.

Степень строгости изложения математических вопросов соответствует практической направленности книги.

Для чтения и понимания книги достаточно знаний в объеме программ по математике, предусмотренных образовательными стандартами строительных специальностей вузов.

Все критические замечания, которые могут возникнуть у читателя, авторами будут приняты, рассмотрены и учтены в дальнейшей работе.

## Глава 1. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

### 1.1. Случайное событие. Случайная величина

Важнейшим понятием в теории вероятностей является понятие случайного события. Случайное событие  $A$  – это такое событие, которое в результате наблюдения (опыта, эксперимента) может либо произойти, либо не произойти.

Объективной мерой появления события  $A$  является его вероятность  $P(A)$ .

В теории вероятностей рассматриваются также множества случайных событий, находящихся в некоторых отношениях друг с другом, – системы случайных событий. Система включает в себя больше чем одно событие. Чаще всего встречаются системы, состоящие из двух взаимозависимых событий (например,  $A$  и  $B$ ). Тогда, наряду с объективной мерой появления каждого из событий, составляющих систему (в виде  $P(A)$  и  $P(B)$ ) и называемых безусловными вероятностями, рассматривают еще так называемые условные вероятности  $P(A/B)$  и  $P(B/A)$ , отражающие характер отношений между событиями  $A$  и  $B$ , а также вероятность их совместного появления  $P(AB)$  – совместную вероятность. Каждое из выражений  $P(A/B)$  и  $P(B/A)$  показывает, как изменяется вероятность появления одного из событий, если другое уже имело место. В общем случае, связь между совместной и условной вероятностями дается выражениями  $P(AB) = P(A/B) \cdot P(B)$  или  $P(AB) = P(B/A) \cdot P(A)$ .

Вероятности событий могут быть оценены численно. Если в результате опыта из общего числа  $n$  проведенных наблюдений в  $n_A$  случаях событие  $A$  имело место, то относительная частота появления  $A$  есть  $n_A/n$ . При возрастании  $n$  относительная частота стремится к наилучшей оценке вероятности события  $A$ , т. е.

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_A}{n}. \quad (1.1)$$

Как видно из (1.1), вероятность  $P(A)$  может принимать значения в диапазоне от 0 до 1 ( $0 \leq P(A) \leq 1$ ); при  $P(A) = 1$  событие является достоверным (неслучайным), при  $P(A) = 0$  – невозможным. Другие значения  $P(A)$  из этого диапазона отражают «степень случайности» события  $A$ .

Если для двух событий  $A$  и  $B$ , входящих в систему, справедливы равенства  $P(A/B) = P(A)$  и  $P(B/A) = P(B)$ , то такие события являются независимыми. Выражение для их совместной вероятности  $P(AB)$  трансформируется к виду  $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ .

Для практических приложений наиболее интересен случай, когда каждому наблюдаемому событию соответствует измеряемая величина, которая также является случайной. Можно сказать, что случайная величина  $X$  – переменная, описываемая некоторым распределением вероятностей. Распределение отражает объективную возможность того, что значение этой переменной,  $X$ , зафиксированное в результате наблюдения, попадает, в общем случае, в определенный интервал ее изменения.

Случайные величины могут быть как дискретные, так и непрерывные. Множество значений дискретной случайной величины всегда конечно или счетно-бесконечно. Для нее вероятность задается дискретно и только для элементов этого множества. Для непрерывной же случайной величины вероятность распределена непрерывно по всему диапазону ее возможного изменения. Математическое выражение, описывающее как именно вероятность распределена по различным значениям случайной переменной  $X$ , называется функцией плотности распределения вероятностей (законом распределения) и обычно обозначается  $f(x)$ . Поскольку в теории надежности чаще всего оперируют непрерывными случайными величинами, ниже несколько более подробно рассматриваются способы задания и характеристики именно непрерывных случайных величин.

В качестве  $f(x)$  может выступать любая функция при:

$$f(x) \geq 0;$$

должно выполняться условие нормировки, которое отражает физически очевидный факт обязательного принятия случайной величиной в результате наблюдения какого-либо конкретного значения из диапазона ее возможного изменения:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1. \quad (1.2)$$

Знание  $f(x)$  дает возможность найти вероятность  $P(x_1 \leq X \leq x_2)$  того, что в результате опыта случайная величина  $X$  примет значение, лежащее в диапазоне от  $x_1$  до  $x_2$ :

$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx. \quad (1.3)$$

Аналогично совместной и условной вероятностям случайных событий для системы, когда случайных переменных более чем одна, также используются понятия совместной и условной плотностей распределения вероятностей. Для двух непрерывных случайных величин  $X$  и  $Y$  соотношение между совместной  $f(x, y)$  и условной  $f(x/y)$  плотностями распределения вероятностей дается выражением

$$f(x/y) = \frac{f(x, y)}{f(y)}, \quad (1.4)$$

где  $f(y)$  – функция безусловной плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины  $Y$ .

Если случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы, то  $f(x/y) = f(x)$ , и, значит, их совместная плотность распределения вероятностей равна  $f(x, y) = f(x) \cdot f(y)$ .

Для описания случайной величины  $X$  используется также понятие интегральной функции распределения вероятностей (интегрального закона распределения)  $F(x)$  как вероятности  $P$  события,

состоящего в том, что наблюдаемое значение  $X$  не превысит некоторого наперед заданного  $x$ , т. е.  $P(X \leq x)$ . Если случайная величина непрерывна и имеет закон распределения  $f(x)$ , то  $F(x)$  вычисляется по формуле

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx. \quad (1.5)$$

Интегральная функция распределения вероятностей  $F(x)$ , как это вытекает из свойств  $f(x)$ , – неубывающая функция аргумента  $x$ , которая при  $x = -\infty$  равна 0, а при беспредельном увеличении  $x$  стремится к 1.

Функции  $f(x)$  и  $F(x)$  взаимосвязаны друг с другом. По известному виду  $f(x)$  интегральный закон распределения находится по формуле (1.5), и, наоборот, если задана  $F(x)$ , то  $f(x)$  определяется как

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}. \quad (1.6)$$

Каждая из функций  $f(x)$  и  $F(x)$  является полной и исчерпывающей характеристикой случайной величины  $X$ . Оперирование той или иной из них при решении вероятностных задач определяется лишь соображениями удобства и, разумеется, дает одинаковые результаты. Так, решение задачи о попадании непрерывной случайной величины в заданный интервал между  $x_1$  и  $x_2$  ( $x_2 > x_1$ ) с помощью известной функции  $F(x)$  выглядит так:

$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1). \quad (1.7)$$

Существует большое количество практических вероятностных задач, решение которых не требует знания законов распределения рассматриваемых случайных величин. В этом случае свойства случайной величины достаточно описать ее числовыми характеристиками – так называемыми моментами различного порядка. Чаще всего используются следующие числовые характеристики: математи-

ческое ожидание (первый начальный момент), дисперсия (второй центральный момент) и, реже, коэффициент асимметрии, связанный с третьим центральным моментом.

Математическое ожидание  $m_x$  случайной переменной  $X$  определяется как

$$m_x = \int_{-\infty}^x x f(x) dx \quad (1.8)$$

и численно равно среднему значению случайной величины.

Для описания степени разбросанности случайной величины относительно ее математического ожидания используют дисперсию  $D_x$ , рассчитываемую по формуле

$$D_x = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 f(x) dx \quad (1.9)$$

или с помощью вытекающего из (1.9), но часто более удобного для вычислений выражения

$$D_x = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx - m_x^2. \quad (1.10)$$

Чем больше дисперсия, тем более наблюдаемые значения случайной величины будут рассеиваться относительно ее математического ожидания, и наоборот. Так, дисперсия неслучайной величины, если ее рассматривать как случайную, равна нулю.

Дисперсия имеет размерность квадрата рассматриваемой случайной величины, что иногда бывает не совсем удобно в физических интерпретациях. Для исключения этого неудобства и оценки разбросанности случайной величины используют параметр  $\sigma_x$  – положительное значение квадратного корня из дисперсии:

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}, \quad (1.11)$$

называемый среднеквадратическим отклонением, измеряемым в тех же единицах, что и случайная величина.

При необходимости сравнения степени разбросанности двух случайных величин, имеющих различные размерности, пользуются безразмерным параметром  $\sigma_x / m_x$ , называемым коэффициентом вариации  $c_v$ .

Для оценки асимметрии  $f(x)$  случайной величины  $X$  используют безразмерный коэффициент асимметрии  $\gamma_x$ , определяемый как

$$\gamma_x = \frac{1}{\sigma_x^3} \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^3 f(x) dx. \quad (1.12)$$

Знак этого коэффициента показывает степень симметрии  $f(x)$  относительно ее математического ожидания  $m_x$ . Если  $\gamma_x = 0$ , то распределение симметрично; при  $\gamma_x > 0$  – распределение имеет более длинный «хвост» вправо; при  $\gamma_x < 0$  – удлинённый «хвост» влево.

Моменты случайной величины (именно к ним относятся рассмотренные  $m_x, D_x$  и  $g_x$ ) выше третьего порядка используются редко, поскольку точность их определения при вычислении по ограниченному объему наблюдаемых данных быстро убывает с увеличением порядка.

Ниже приведены выражения законов распределения и числовых характеристик для наиболее часто встречающихся непрерывных случайных величин. При составлении этого перечня учтен тот факт, что основной случайной переменной, рассматриваемой в теории и практике надежности, является время безотказной работы – величина, физически не могущая принимать отрицательные значения (т. е. принципиально должно быть  $x \geq 0$ ). Исключение в этом списке сделано лишь для приведенного первым нормального закона распределения (определяемого на интервале изменения переменной от  $-\infty$  до  $+\infty$ ), что объясняется его наибольшей распространенностью в практических приложениях и ролью, которую он играет в теории вероятностей вообще.

*Нормальный закон распределения (рис. 1.1):*

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad (-\infty < x < +\infty).$$

В выражение для  $f(x)$  входят два параметра:  $m$  и  $\sigma$ .

Числовые характеристики:  $m_x = m$ ;  $D_x = \sigma^2$ ;  $\sigma_x = \sigma$ .

Таким образом, параметры закона распределения  $m$  и  $\sigma$  численно равны математическому ожиданию и среднеквадратическому отклонению случайной величины.

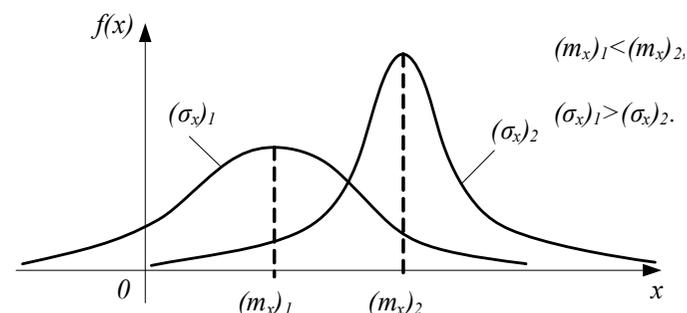


Рис. 1.1

*Закон равномерной плотности (рис. 1.2):*

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}; & (a < x < b), \\ 0; & (x < a; x > b). \end{cases}$$

Числовые характеристики равны:  $m_x = \frac{a+b}{2}$ ;  $D_x = \frac{(b-a)^2}{12}$ ;

$\sigma_x = \frac{b-a}{2\sqrt{3}}$  и определяются через значения параметров  $a$  и  $b$  ( $b > a$ ),

входящих в выражение для плотности распределения вероятностей.

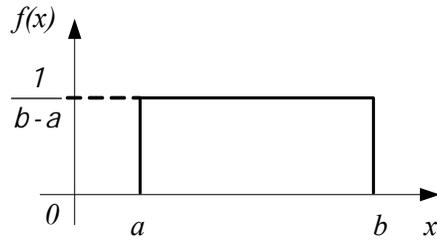


Рис. 1.2

Экспоненциальный закон распределения (рис. 1.3):

$$f(x) = \begin{cases} 0; & (x < 0), \\ \lambda e^{-\lambda x}; & (x \geq 0). \end{cases}$$

Числовые характеристики  $m_x = \frac{1}{\lambda}$ ;  $D_x = \frac{1}{\lambda^2}$ ;  $\sigma_x = \frac{1}{\lambda}$  выражаются через значение параметра  $\lambda$ , входящего в функцию  $f(x)$ .

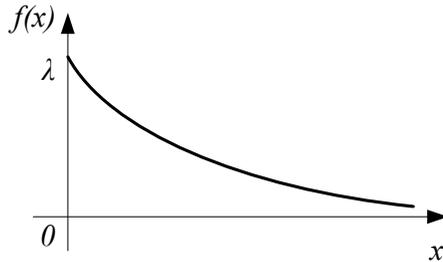


Рис. 1.3

Распределение Вейбулла (рис. 1.4):

$$f(x) = \begin{cases} (\alpha/\beta)(x/\beta)^{\alpha-1} e^{-(x/\beta)^\alpha}; & (x \geq 0), \\ 0; & (x < 0). \end{cases}$$

Это распределение зависит от параметров  $\alpha$  и  $\beta$ , через которые выражаются числовые характеристики случайной величины, распределенной по закону Вейбулла:

$$m_x = \beta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right); \quad D_x = \beta^2 \left[ \Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \right];$$

$$\sigma_x = \beta \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)},$$

где  $\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-y} y^{z-1} dy$  – гамма-функция, значения которой табулированы и имеются в справочниках по математике [1].

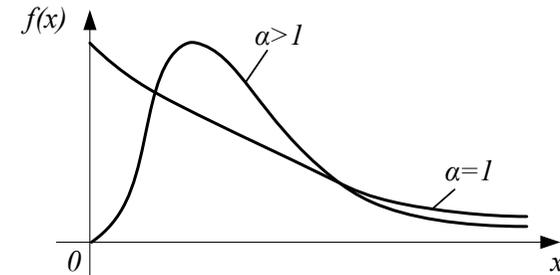


Рис. 1.4

Заметим, что при  $\alpha = 1$  распределение Вейбулла вырождается в экспоненциальное распределение.

Логарифмически нормальное распределение (рис. 1.5):

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\lg x - m)^2}{2\sigma^2}}; & (x > 0), \\ 0; & (x < 0). \end{cases}$$

Числовые характеристики связаны с параметрами распределения  $\sigma$  и  $m$  соотношениями:

$$m_x = e^{\frac{2m+\sigma^2}{2}}; \quad D_x = e^{2m+\sigma^2}(e^{\sigma^2} - 1); \quad \sigma_x = \sqrt{e^{2m+\sigma^2}(e^{\sigma^2} - 1)}.$$

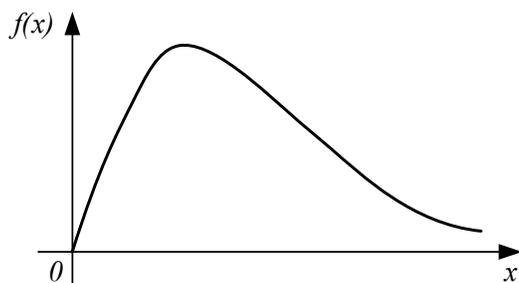


Рис. 1.5

Как уже говорилось, вышеприведенный перечень не исчерпывает всего многообразия непрерывных случайных величин, которые могут встретиться при решении практических вероятностных задач, в частности задач надежности. При необходимости более подробные сведения о случайных величинах и их характеристиках можно найти в специализированной литературе по теории вероятностей и теории надежности.

## 1.2. Нахождение характеристик случайной величины по наблюдаемым данным

Изначально при решении задачи, обозначенной в названии этого параграфа, для анализа доступен лишь ограниченный набор значений случайной переменной, полученный в результате эксперимента. Напомним, что под экспериментом здесь понимается либо специально поставленный опыт, либо данные наблюдений в процессе эксплуатации объекта; короче – любая процедура по фиксации значений случайной величины в однородных условиях.

Конечное множество  $x_1, x_2, \dots, x_n$  наблюдаемых значений случайной величины  $X$  называется выборкой. Предполагается, что вы-

борки получаются из генеральной совокупности, обладающей постоянными статистическими свойствами, хотя свойства различных выборок из-за их ограниченности могут варьироваться от одной выборки к другой. Множество всех выборок, которые могут быть получены из генеральной совокупности, называется пространством выборок, и, следовательно, любой конечный набор наблюдаемых значений случайной переменной есть подмножество этого множества.

Распределение вероятностей – это функция, описывающая частоту появления значений случайной переменной. При подборе этой функции по наблюдаемым данным в ней и ее параметрах, по существу, в компактной форме должна отражаться информация о свойствах случайной величины, содержащаяся в анализируемой выборке. Подбор функции плотности распределения вероятностей  $f(x)$  обычно осуществляется методом моментов. Решение задачи распадается на три этапа: 1) вычисление статистических оценок моментов случайной величины; 2) собственно подбор вида  $f(x)$  и 3) проверка гипотезы об адекватности подобранной функции данным выборки. Эти подзадачи рассматриваются ниже.

1. *Вычисление оценок числовых характеристик случайной величины.*

Положим, имеется выборка, содержащая  $n$  значений случайной величины  $X$ :  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Тогда оценка математического ожидания этой случайной величины  $\tilde{m}_x$  рассчитывается как среднее значение наблюдаемых данных, т. е. по выражению:

$$\tilde{m}_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (1.13)$$

Формула для расчета оценки дисперсии  $\tilde{D}_x$  имеет вид:

$$\tilde{D}_x = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{m}_x)^2, \quad (1.14)$$

и, соответственно, оценка значения среднеквадратического отклонения  $\tilde{\sigma}_x$  определяется по выражению:

$$\tilde{\sigma}_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{m}_x)^2}. \quad (1.15)$$

Оценка коэффициента асимметрии  $\tilde{\gamma}_x$  рассчитывается так:

$$\tilde{\gamma}_x = \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{m}_x)^3}{(n-1)(n-2)(\tilde{\sigma}_x)^3}. \quad (1.16)$$

Формулы (1.13)–(1.16) дают приближенные значения числовых характеристик закона распределения случайной величины  $X$  при условии, что выборка, по которой они рассчитываются, является репрезентативной, т. е. содержит достаточно большое число  $n$  наблюдаемых данных. Полагают, что чем больше  $n$ , тем меньше найденные оценки отличаются от действительных характеристик, и при  $n \rightarrow \infty$  приближаются к их истинным (но неизвестным) значениям  $m_x, D_x, \sigma_x$  и  $\gamma_x$ . Как видно, при расчете этих оценок знать закон распределения случайной величины нет необходимости.

2. *Подбор закона распределения по экспериментальным данным.*

Подбор  $f(x)$  случайной переменной по ее наблюдаемым значениям  $x_1, x_2, \dots, x_n$  осуществляется с помощью следующих процедур:

а) строится статистический ряд случайной величины  $X$ , для чего весь диапазон наблюдаемых значений (от самого малого до самого большого) подразделяется на несколько интервалов и определяется, какое количество данных попадает в каждый интервал. Таким образом происходит упорядочивание исходных данных;

б) полученный статистический ряд представляется графически в виде гистограммы (статистическое распределение), по горизонтальной оси которой последовательно (по мере их возрастания) откладываются интервалы изменения экспериментальных значений, на каждом из которых, как на основании, строится прямоугольник с площадью, равной частоте попаданий наблюдаемых значений именно в этот интервал (рис. 1.6);

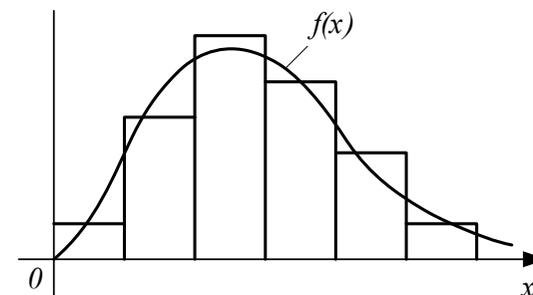


Рис. 1.6. Статистический ряд распределения (гистограмма) случайной величины

в) на основании визуального анализа гистограммы подбирается теоретическая функция  $f(x)$ , график которой «сглаживает» гистограмму (см. рис. 1.6); чаще всего в качестве такой функции выбирают один из известных законов плотности распределения вероятностей, например, из указанных в разделе 1.1: нормальный, экспоненциальный, закон Вейбулла и т. п.;

г) входящие в  $f(x)$  неизвестные параметры распределения полагают равными значениям статистических оценок числовых характеристик, рассчитанным ранее (см. формулы (1.13)–(1.16)). Если параметры  $f(x)$  не есть непосредственно моменты случайной величины (как, например, для логарифмически нормального распределения или распределения Вейбулла), то они определяются через  $\tilde{m}_x, \tilde{D}_x$  или  $\tilde{\sigma}_x$  (см. раздел 1.1);

д) подобранная теоретическая функция  $f(x)$  проверяется на соответствие исходным наблюдаемым данным по одному из критериев согласия.

3. *Проверка подобранной функции  $f(x)$  на соответствие исходным данным по критериям согласия.*

Как бы хорошо ни была подобрана функция  $f(x)$ , сглаживающая гистограмму, между ней и статистическим распределением все-

гда имеется различие (см. рис. 1.6). Возникает вопрос: можно ли эти различия приписать случаю, т. е. выборочной ошибке, обусловленной тем, что число наблюдений было ограничено? Или расхождение между экспериментальными и теоретическими результатами настолько существенно, что его невозможно объяснить случайными причинами, и оно связано с тем, что подобранная функция  $f(x)$  неудовлетворительно отражает статистическое распределение? Таким образом, задача состоит в обнаружении некоторого «согласия» между исходными данными и ожидаемыми теоретическими значениями. Для решения такой задачи служат так называемые «критерии согласия».

В основе любого критерия согласия лежит случайная выборка, т. е. наблюдаемые значения представляют собой результаты случайного выбора. Значит, критерий зависит от характеристик выборочного распределения, которое возникает, если множество значений является результатом случайной выборки. В этих условиях разность между наблюдаемыми и ожидаемыми значениями приписывается случаю, т. е. выборочной ошибке.

Для выявления «согласия» между подобранной функцией  $f(x)$  и статистическим распределением изначально выдвигается гипотеза (часто называемая нулевой), состоящая в предположении, что нет существенного различия между двумя распределениями (наблюдённых и теоретически ожидаемых результатов), а любое зафиксированное расхождение случайно и объясняется лишь выборочной ошибкой, т. е. ограниченностью числа наблюдений исследуемой случайной величины.

При решении подобных задач на практике чаще всего используется критерий  $\chi^2$ , или критерий согласия Пирсона. Количественной мерой расхождения между гистограммой и сглаживающей ее функцией  $f(x)$  в этом случае считается величина так называемой статистики  $\chi^2$ , рассчитываемой по выражению:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i}, \quad (1.17)$$

где  $m_i$  – число наблюдаемых значений случайной величины (из исходных данных), попавших в  $i$ -й разряд (интервал) гистограммы;  $p_i$  – теоретическая вероятность попадания случайной величины в  $i$ -й разряд, определяемая по функции  $f(x)$ ;  $n$  – общее число наблюдений, составляющих выборку;  $k$  – число разрядов гистограммы.

Доказано, что при больших  $n$  случайная величина  $\chi^2$ , вычисляемая по (1.17), практически не зависит от функции  $f(x)$  и от количества наблюдаемых данных, а зависит только от числа разрядов гистограммы  $k$  и описывается (как любая случайная величина) некоторым распределением вероятностей – «распределением  $\chi^2$ » (распределением Пирсона). Распределение Пирсона, аналитическое выражение для которого из-за его громоздкости здесь не приводится, представляет собой асимметричное и непрерывное вероятностное распределение. Оно располагается над положительной осью абсцисс и приближается к ней асимптотически с увеличением переменной по этой оси. Очень большие значения  $\chi^2$  могут появляться лишь с очень малой вероятностью.

Площадь под кривой распределения представляет собой относительную частоту, с которой могут получаться определенные значения  $\chi^2$ . Так, для данного значения  $\chi^2$  частота, с которой могут встретиться значения  $\chi^2$ , равные этому фиксированному или больше него, равна площади соответствующего «хвоста» под кривой. Суммарная площадь под этой кривой распределения равна единице (условие нормировки), а ее доля справа от данного значения  $\chi^2$  дает относительную частоту, с которой это значение или значения, большие него, могут появиться при извлечении большого числа случайных выборок. Если значение  $\chi^2$  вычислено по результатам выборки (т. е. по выражению (1.17)), то площадь под кривой  $\chi^2$ -распределения справа от этого значения вдоль горизонтальной оси представля-

ет вероятность случайного появления этого значения  $\chi^2$  (или большего значения), т. е. в результате случайной (а не закономерной) ошибки, обусловленной именно этой конкретной выборкой.

Распределение  $\chi^2$  зависит, кроме переменной, от числа степеней свободы  $r$ , которое определяется как разность между количеством разрядов рассматриваемой гистограммы  $k$  и числом независимых условий, использованных при подборе теоретического распределения  $f(x)$ . К таким условиям относятся: равенство единице суммы площадей всех столбцов гистограммы (должно выполняться всегда), равенство моментов теоретического распределения их соответствующим статистическим оценкам (математическое ожидание, дисперсия и т. п.) при подборе вида функции  $f(x)$ , и, возможно, какие-то другие ограничения. Если таких условий  $s$ , то для числа степеней свободы имеем

$$r = k - s. \quad (1.18)$$

Схема применения критерия Пирсона о согласованности статистического (гистограмма) и теоретического (подобранная функция  $f(x)$ ) распределений состоит в следующем:

- а) по формуле (1.17) рассчитывается значение меры расхождения  $\chi^2$ ;
- б) определяется  $r$  по формуле (1.18);
- в) по полученным  $r$  и  $\chi^2$  с помощью имеющихся в статистических справочниках подробных таблиц  $\chi^2$ -распределения находится вероятность того, что вычисленное значение меры расхождения превысит табличное. Если эта вероятность мала, то нулевая гипотеза (соответствие подобранной функции  $f(x)$  гистограмме) отвергается, если же она достаточно велика, то считается, что нулевая гипотеза не противоречит наблюдаемым данным и, следовательно, функция плотности распределения в виде подобранной  $f(x)$  согласуется с результатами эксперимента. Вопрос о том, чему должна быть равна «граничная» вероятность при принятии решения о правдоподобии

нулевой гипотезы, не может быть решен из сугубо математических соображений и зависит от степени ответственности последующих выводов при решении конкретной проблемы. Часто в технических приложениях считают, что вероятность 0,1 вполне достаточна при рассмотрении подобных задач.

Подчеркнем следующее немаловажное обстоятельство: подобранная теоретическая функция распределения при справедливости нулевой гипотезы лишь *не противоречит* данным наблюдений. Это, в частности, означает, что она не является единственно возможной, и не исключено, что какая-то другая функция лучше опишет наблюдаемые данные (в смысле принятого критерия приближения).

Ниже приведен пример обработки данных наблюдений по описанной методике.

### 1.3. Пример

Рассмотрим несколько идеализированную, но близкую к реальной постановку задачи.

Положим, что некогда в эксплуатацию была введена трубопроводная сеть определенной суммарной длины, все участки которой представляют собой новые трубы одинакового диаметра. Условия, в которых сеть функционирует, примерно одинаковы для всех ее элементов. Допустим, что для удобства дальнейшего наблюдения вся сеть размечена на равные отрезки труб условной единичной длины (у.е.д.). Положим, что таких участков 500. По мере эксплуатации сети какие-то участки выходили из строя и заменялись новыми. Продолжительность функционирования каждого участка изначальной сети до первого выхода из строя документально фиксировалась, а вновь поставленные участки (взамен неисправных) из дальнейшего рассмотрения исключались. Допустим, что по истечении 20 лет эксплуатации не осталось ни одного незамененного отрезка труб условной единичной длины исходной сети. Необходимо по данным наблюдений подобрать функцию плотности распределения вероятностей случайной величины  $X$  – «времени жизни» участка единичной длины трубы данного диаметра.

Из постановки задачи ясно, что к концу наблюдений (двадцать лет с начала эксплуатации) для анализа доступно  $n = 500$  зафиксированных значений продолжительности функционирования различных участков до выхода их из строя  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Это – исходные статистические данные. Дальнейшую процедуру их обработки удобно показать с использованием табл. 1.1, формирование которой осуществим для некоторых гипотетических числовых исходных данных.

Таблица 1.1

$I_i$	0–2	2–4	4–6	6–8	8–10
$m_i$	136	93	72	56	45
$p_i^*$	0,272	0,186	0,144	0,112	0,090
$p_i$	0,291	0,206	0,146	0,104	0,074
$np_i$	145,5	103	73	52	37
$I_i$	10–12	12–14	14–16	16–18	18–20
$m_i$	36	23	19	12	8
$p_i^*$	0,072	0,046	0,038	0,024	0,016
$p_i$	0,052	0,037	0,026	0,019	0,013
$np_i$	26	18,5	13	9,5	6,5

Весь диапазон изменения наблюдаемых данных (от 0 до 20 лет) – разбиваем на  $k = 10$  равных интервалов  $I_i$  ( $i = 1-10$ ) – разрядов будущей гистограммы. Таким образом, каждый разряд соответствует двум годам. Эти разряды указаны в *первой верхней строке* табл. 1.1. Отметим, что количество разрядов можно выбирать произвольно; оно во многом определяется объемом выборки. Величины разрядов не обязательно должны быть одинаковыми, но такими, чтобы в каждый из них попадало достаточно большое количество наблюдаемых данных (на практике рекомендуется как минимум 5–6 (и более) значений исследуемой случайной величины в каждом разряде).

Используя данные наблюдений  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , которые, в силу громоздкости и гипотетичности этого примера, здесь не приводятся, выясняем, сколько участков труб условной единичной длины вышло

из строя в пределах каждого временного интервала  $I_i$ . Допустим данные таковы, что в течение первых двух лет эксплуатации сети потребовалась замена 364 участков. Значит, за время  $m_1 = 500 - 364 = 136$  участков **не** вышло из строя. Записываем эту цифру в *первый (с расчетными значениями) столбец второй сверху строки* табл. 1.1. Положим далее, что в интервале от 2-х до 4-х лет эксплуатации дополнительно было заменено еще 43 участка; следовательно, незаменными в этом временном интервале оказалось  $m_2 = 136 - 43 = 93$  отрезка у.е.д. Вносим эту цифру во второй столбец. Поступая аналогично, заполняем всю вторую строку табл. 1.1. Отметим, что сумма цифр по строке равна 500, что соответствует условиям рассматриваемого примера.

В *третьей строке* табл. 1.1 указаны статистические вероятности (частоты)  $p_i^*$  попадания случайной величины в каждый  $i$ -й разряд, рассчитываемые по формуле  $p_i^* = m_i / n$ , где  $n = 500$ . Отметим, что сумма всех цифр в этой строке должна быть равна единице. По существу, первая и третья строки табл. 1.1 задают исследуемую случайную величину в виде статистического ряда.

Полученные данные дают возможность построить гистограмму, показанную на рис. 1.7.

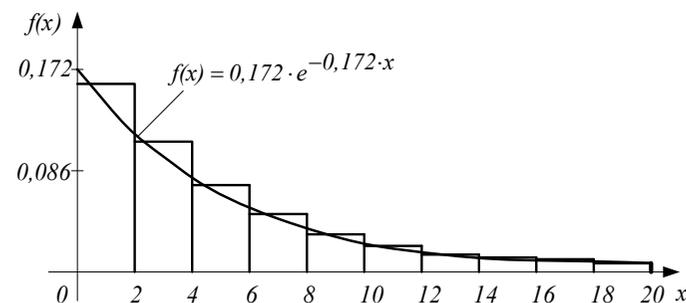


Рис. 1.7. Гистограмма и сглаживающая ее кривая плотности распределения

Вид гистограммы при ее «сглаживании», дает основание предположить, что рассматриваемая случайная величина распределена по экспоненциальному закону, и, следовательно, имеет смысл подобрать  $f(x)$  в виде (см. 1.1):

$$f(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda x}; \text{ при } (x \geq 0).$$

Эта функция зависит от одного параметра  $\lambda$ , который подберем по методу моментов.

Известно, что для экспоненциального распределения  $\lambda$  является величиной, обратной математическому ожиданию случайной величины. Используя табл. 1.1, вычислим оценку  $\tilde{m}_x$ . Приближенное значение статистического среднего  $\tilde{m}_x$  рассчитаем с использованием  $(x_i)_{cp}$  – значения случайной величины, равного середине каждого  $i$ -го разряда, по формуле – дискретному аналогу выражения (1.8). Имеем

$$\tilde{m}_x = \sum_{i=1}^{10} (x_i)_{cp} \cdot p_i^* = 1 \cdot 0,272 + 3 \cdot 0,186 + 5 \cdot 0,144 + 7 \cdot 0,112 + 9 \cdot 0,09 + \\ + 11 \cdot 0,072 + 13 \cdot 0,046 + 15 \cdot 0,038 + 17 \cdot 0,024 + 19 \cdot 0,016 = 5,816 \text{ [год]}.$$

Обратим внимание, что в условиях данного примера  $\tilde{m}_x$  измеряется в годах и физически имеет смысл среднего «времени жизни» участка трубы условной единичной длины.

По найденному  $\tilde{m}_x$  определяем величину, обратную этому значению, которая, в соответствии с методом моментов, полагается равной параметру распределения  $\lambda$ , т. е.  $\lambda = 1/\tilde{m}_x = 0,172$  [1/год].

Теперь можно записать формулу для теоретического распределения:

$$f(x) = 0,172 \cdot e^{-0,172 \cdot x}, \quad (1.19)$$

сглаживающего гистограмму. График функции (1.19) показан на рис. 1.7.

Для вычисления значения меры расхождения  $\chi^2$  между подобранным законом распределения и гистограммой необходимы тео-

ретические вероятности  $p_i$  попадания случайной величины в каждый  $i$ -й разряд. Эти вероятности могут быть определены непосредственно по формуле (1.19), но чтобы избежать операции интегрирования, их можно рассчитать проще, используя функцию  $F(x)$  (см. (1.7)):

$$p_i = F(x_{i+1}) - F(x_i), \quad (1.20)$$

где  $x_i$  и  $x_{i+1}$  – левая и правая границы рассматриваемого интервала, а функция  $F(x)$  для экспоненциального распределения (с учетом (1.5)) имеет вид:

$$F(x) = 1 - e^{-0,172 \cdot x}. \quad (1.21)$$

Рассчитывая по формуле (1.21), имеем:

$$\text{для интервала } 0 - 2: p_{0-2} = F(2) - F(0) = 0,291 - 0 = 0,291;$$

$$\text{для интервала } 2 - 4: p_{2-4} = F(4) - F(2) = 0,497 - 0,291 = 0,206$$

и т. д. для всех разрядов гистограммы.

Все определенные таким образом значения  $p_i$  внесены в соответствующие столбцы *четвертой строки* табл. 1.1.

В *пятой строке* записаны значения  $np_i$  для каждого разряда, где  $n = 500$ , необходимые при расчете  $\chi^2$ .

Воспользовавшись сформированной табл. 1.1, по формуле (1.17) рассчитываем численное значение меры расхождения между гистограммой и теоретическим распределением:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{10} \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i} = 0,620 + 0,971 + 0,014 + 0,308 + 1,730 + 3,846 + \\ + 1,095 + 2,769 + 0,658 + 0,346 = 12,357.$$

Прежде чем оценить значимость такого расхождения, необходимо найти число степеней свободы. Определим, сколько независимых условий было использовано при подборе теоретического распределения. Таких условий два: первое – условие нормировки (площадь всех прямоугольников гистограммы равна единице), второе – единственный параметр функции (1.19) подбирался по методу

моментов (равенство статистического и теоретического значений математического ожидания). Таким образом,  $s = 2$  и при количестве разрядов гистограммы  $k = 10$  для числа степеней свободы  $r$  по формуле (1.18) имеем:  $r = k - s = 10 - 2 = 8$ .

Воспользуемся таблицей  $\chi^2$ -распределения, приведенной, например, в [2]. Она содержит данные с некоторым шагом дискретности. Для  $r = 8$  значению  $\chi^2 = 11,03$  соответствует вероятность  $p = 0,2$ , а для  $\chi^2 = 13,36 - p = 0,1$ . Интерполируя, для  $\chi^2 = 12,357$  приблизительно определяем  $p = 0,143$ . Поскольку эта величина больше чем  $0,1$ , можно сделать вывод о том, что подобранная  $f(x)$  в виде (1.19) *не противоречит* исходным наблюдаемым данным, а полученное значение меры расхождения объясняется лишь (с принятым уровнем значимости в 10 %) ограниченностью числа наблюдений в данной конкретной выборке, подвергнутой обработке.

## Заключение

Существуют различные способы описания случайных переменных. Универсальным для непрерывной случайной величины является задание ее закона распределения (дифференциального или интегрального).

Основой для определения закона распределения служат значения случайной величины, получаемые в результате ее наблюдения (опыта). Разработаны методики, позволяющие по этой информации в аналитическом виде записать закон распределения случайной величины и проверить, не противоречит ли он наблюдаемым данным.

## Рекомендуемая литература

1. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1970.
2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М.: Наука, 1969.

## Глава 2. ОСНОВЫ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

### 2.1. Некоторые понятия и определения

Под *надежностью* объекта понимается его свойство непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого интервала времени  $(0; t)$  при условии, что в момент времени  $t = 0$  объект был исправен [1].

Различают работоспособное и неработоспособное состояния объекта. *Работоспособное* – это такое состояние, при котором значения всех параметров, характеризующих способность выполнять объектом заданные функции, соответствуют требованиям нормативно-технической и конструкторской документации. Если хотя бы один из таких параметров выходит за пределы требований документации, то такое состояние объекта теоретически считается *неработоспособным*.

Переход объекта из работоспособного состояния в неработоспособное в теории надежности принято называть отказом. Таким образом, *отказ* – это случайное событие, заключающееся в нарушении работоспособности объекта. Отказы бывают внезапными, постепенными, перемежающимися и т. п. Здесь мы ограничимся рассмотрением лишь полного внезапного отказа, т. е. события, происходящего в случайный момент времени и приводящего объект к полному выходу из строя.

Из изложенного следует, что введенные определения не всегда в полной мере соответствуют реальности и могут рассматриваться лишь как понятия, отражающие некоторые идеализированные ситуации. Иными словами, речь идет о некоей модели процессов, развивающихся во времени; степень их адекватности конкретным задачам может быть различна. Важно, однако, что введение этих понятий и определений дает возможность построить на их базе достаточно стройную и непротиворечивую теорию, с помощью которой удастся решить многие надежность задачи анализа и синтеза, встречающиеся в инженерной практике.

Все технические объекты делятся на *восстанавливаемые* (ремонтируемые) и *невосстанавливаемые* (неремонтируемые). Невосстанавливаемые объекты работают до первого отказа, после чего их дальнейшее функционирование принципиально невозможно (например, по физическим причинам или соображениям экономической нецелесообразности) и они подлежат замене. Восстанавливаемые объекты после отказа могут быть отремонтированы (восстановлены) и снова введены в эксплуатацию, причем число циклов «отказ–ремонт» теоретически не ограничено.

Надежность – понятие качественное. Отчасти такое понимание надежности субъективно и может трактоваться по-разному. Поэтому необходимо научиться «измерять» надежность. С этой целью вводятся так называемые *показатели надежности*, позволяющие характеризовать состояние объекта с точки зрения надежности, ставя ему в соответствие некоторые объективные количественные оценки, определения которых однозначны, а правила их вычисления общеприняты.

Но прежде чем заниматься рассмотрением непосредственно показателей надежности, необходимо более подробно остановиться на том смысле, который вкладывается здесь в самое понятие «объект», поскольку терминологические неточности могут привести к трудностям в понимании проблемы и даже к искажению ее сути.

Большинство технических объектов можно рассматривать как системы, т. е. комплексы сооружений, устройств и тому подобных структурных частей, связанных между собой функционально и конструктивно. Каждая такая часть – это своеобразная подсистема, состоящая из отдельных компонентов, и т. д. Так, городская система водоотведения, рассматриваемая как единый объект, – это комплекс сооружений двух основных видов: насосных станций и транспортирующих магистралей (коллекторов, каналов, напорных трубопроводов). Эти сооружения далее могут быть представлены в виде подсистем, которые можно подразделить на устройства. Например, насосная станция состоит из электрических, трубопроводных и насосных блоков. Насосный агрегат представим как совокупность собственно насоса, электродвигателя, управляющих устройств, блока питания,

патрубков, гидравлических клапанов и задвижек. Каждое из перечисленного, при необходимости, может рассматриваться как отдельный объект исследования на надежность и допускает подобное же «разбиение» и дальше. Таким образом, определение сооружения, подсистемы или устройства отчасти условно и зависит от уровня детализации при решении конкретной надежностной задачи, а иногда – и от объема и доступности статистических данных наблюдений за исследуемым объектом.

При дальнейшем изложении будем называть неделимую часть исследуемого объекта *элементом*. Физическое же содержание, вкладываемое в этот термин, определяется степенью подробности рассмотрения и чаще всего оно ясно из существа задачи.

Показатели надежности для невосстанавливаемых и восстанавливаемых элементов, принятые в теории и практике применения, в общем случае отличаются друг от друга.

Начнем их рассмотрение со случая невосстанавливаемого элемента.

## 2.2. Показатели надежности невосстанавливаемого элемента

Для оценки надежности элемента используются показатели двух типов: временные и числовые. И те и другие базируются на вероятностных свойствах случайной величины – времени безотказной работы (наработки до отказа). Далее эта случайная величина обозначается символом  $T$ , а значение, которое она принимает, через  $t$ .

Вначале остановимся на временных показателях надежности, т. е. показателях, являющихся функциями времени. Чаще всего используются следующие характеристики [2]:

- плотность распределения вероятности безотказной работы  $f(t)$ ;
- функция надежности  $p(t)$ ;
- интенсивность отказов  $\lambda(t)$ .

*Функция  $f(t)$* . Собственно, эта функция уже определена в первой главе (см. раздел 1.1) и отличается от рассмотренной там только

аргументом: здесь это  $t$  – время до первого отказа. Поэтому ограничимся лишь напоминанием основных свойств, которым она должна

удовлетворять: 1)  $f(t) \geq 0$ ; 2)  $\int_0^{\infty} f(t)dt = 1$ . Обратим внимание на то,

что нижний предел интеграла в свойстве 2) не  $(-\infty)$ , а ноль, и это принципиально, поскольку время безотказной работы физически не может быть отрицательным.

Как правило, функция  $f(t)$  наиболее доступна для определения по данным наблюдений; пример ее нахождения подробно рассмотрен в разделе 1.3.

*Функция надежности  $p(t)$ .* Эта функция (иногда ее называют просто «надежность») определяется как вероятность события, состоящего в том, что элемент безотказно действует в течение интервала  $(0, t)$  при условии, что при  $t = 0$  он был работоспособен. Другими словами, надежность – это вероятность того, что время до отказа  $T$  превысит заданное значение  $t$ , т. е.

$$p(t) = P(T \geq t). \quad (2.1)$$

Если известна функция плотности распределения вероятности безотказной работы  $f(t)$ , то функция надежности может быть найдена по формуле:

$$p(t) = \int_t^{\infty} f(t)dt. \quad (2.2)$$

Основные свойства функции надежности: 1)  $p(0) = 1$ ; 2)  $p(t)$  – монотонно-убывающая функция; 3) при  $t$ , стремящемся к бесконечности,  $p(t)$  стремится к нулю. Эти свойства достаточно очевидны и вытекают из физической сущности процесса.

Иногда, наряду с  $p(t)$ , используют функцию ненадежности  $q(t)$ , которая отражает вероятность события  $T < t$ , т. е.

$$q(t) = P(T < t). \quad (2.3)$$

Поскольку надежность и ненадежность – события несовместные, при любом  $t$  выполняется равенство  $p(t) + q(t) = 1$ , и, следовательно, справедливо, что:

$$q(t) = \int_0^t f(t)dt = 1 - p(t). \quad (2.4)$$

Таким образом,  $f(t)$  и  $q(t)$  выражаются через интеграл от  $f(t)$ . Учитывая геометрический смысл интеграла, можно видеть (см. рис. 2.1), что при заданном  $t$   $p(t)$  численно равна площади под кривой  $f(t)$  от  $t$  до бесконечности, а  $q(t)$  – площади под кривой  $f(t)$  от 0 до  $t$ .

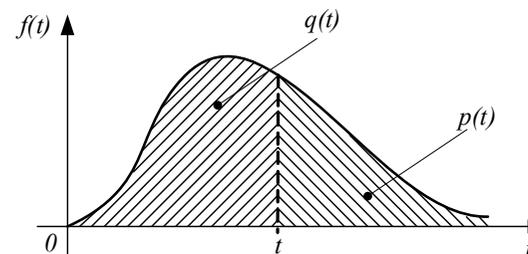


Рис. 2.1. Связь функций надежности и ненадежности с плотностью распределения

Из (2.4) видно (с учетом (2.2)), что функция ненадежности – интегральный закон распределения случайной величины  $T$ , и, значит, можно записать еще одно соотношение, связывающее рассмотренные характеристики:

$$f(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{dp(t)}{dt}. \quad (2.5)$$

Качественный пример того, как могут выглядеть функции  $p(t)$  и  $q(t)$ , показан на рис. 2.2.

*Интенсивность отказов  $\lambda(t)$ .* Под интенсивностью отказов понимается вероятность возникновения отказа элемента в единицу

времени при условии, что до времени  $t$  он был в работоспособном состоянии. Как видно,  $\lambda(t)$  является, по существу, условной вероятностью. Связь интенсивности отказов с  $f(t)$  и  $p(t)$  дается выражением [2]:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{p(t)}. \quad (2.6)$$

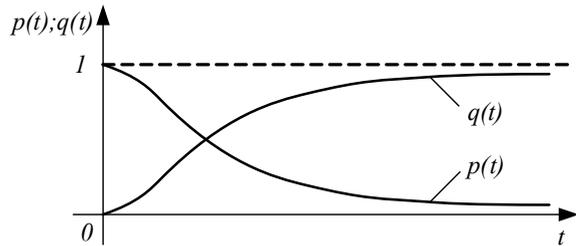


Рис. 2.2. Пример графиков функций надежности и ненадежности

Иногда интенсивность отказов называют функцией риска. Величина  $\lambda(t)dt$  есть вероятность того, что элемент выйдет из строя в интервале времени  $(t; t + dt)$ . Значения  $\lambda(t)dt$  лежат в пределах от 0 до 1.

Через известную интенсивность отказов могут быть выражены  $f(t)$  и  $p(t)$  элемента [2]:

$$f(t) = \lambda(t) \cdot e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}; \quad (2.7)$$

$$p(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}. \quad (2.8)$$

С прикладной точки зрения представляет интерес часто встречающийся на практике случай экспоненциального распределения

времени безотказной работы. При этом интенсивность отказов не зависит от времени и остается постоянной, т. е.  $\lambda(t) = \lambda_0 = \text{const}$ , и рассмотренные выше характеристики надежности приобретают вид:

$$f(t) = \lambda_0 \cdot e^{-\lambda_0 t}; \quad (2.9)$$

$$p(t) = e^{-\lambda_0 t}; \quad (2.10)$$

$$q(t) = 1 - e^{-\lambda_0 t}. \quad (2.11)$$

Еще раз отметим, что все рассмотренные характеристики надежности взаимосвязаны, и, значит, если известна одна из них, другие могут быть выражены через нее по приведенным выше соотношениям.

*Числовые характеристики надежности*

Для решения некоторых практических задач не обязательно знать исчерпывающие временные характеристики надежности (например,  $f(t)$ ). Бывает достаточно, если известны их некоторые так называемые числовые характеристики (обычно – моменты случайной величины  $T$ ). Часто, поскольку время до отказа неопределенно, в качестве такой характеристики используется оценка среднего «времени жизни» элемента (иначе – среднего времени наработки до отказа).

Среднее время наработки до отказа  $t_p$  определяется как математическое ожидание времени безотказной работы. При известной  $f(t)$ , находится  $t_p$  по выражению (2.8), которое, с учетом нового обозначения переменной, приобретает вид

$$t_p = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt, \quad (2.12)$$

и имеет размерность времени.

Укажем еще на одно легко доказываемое соотношение, связывающее среднее «время жизни» элемента с его функцией надежности, если она известна:

$$t_p = \int_0^{\infty} p(t) dt. \quad (2.13)$$

Нетрудно показать, что для экспоненциального распределения среднее время наработки до отказа  $t_p = 1/\lambda_0$ , т. е. численно равно величине, обратной интенсивности отказов.

Другая числовая характеристика надежности элемента – *вероятность безотказной работы за заданное время*  $t_{зад}$ . Это – значение функции надежности при  $t = t_{зад}$ . Как правило, этот показатель используется как количественная оценка надежностных свойств, удовлетворение которых требуется при проектировании вновь создаваемого объекта. При этом типичная постановка задачи выглядит следующим образом: необходимо спроектировать объект, который с заданной вероятностью (например, 0,9) безотказно функционировал бы в течение определенного времени (например,  $t_{зад} = 1$  год).

### 2.3. Показатели надежности восстанавливаемого элемента

Напомним, что к восстанавливаемым элементам относят такие, которые после отказа могут быть отремонтированы и вновь введены в эксплуатацию. В этом случае показателей надежности, характеризующих невосстанавливаемый элемент, оказывается недостаточно, и приходится вводить дополнительные понятия и определения. В частности, рассматривается еще одна непрерывная случайная величина – продолжительность ремонта (восстановления) вышедшего из строя элемента.

Аналогично функции плотности распределения вероятности времени наработки до отказа, плотность распределения вероятности времени восстановления  $g(t)$  описывает вероятностные характеристики продолжительности ремонта отказавшего элемента, если отказ произошел в момент времени, условно принимаемый за нулевой. Вероятность продолжительности ремонта  $G(t)$  есть вероятность события, состоящего в том, что полное восстановление отказавшего элемента заканчивается раньше времени  $t$ . При этом считается, что процесс ремонта (восстановления) начинается непосредственно с момента отказа элемента.

Подобно интенсивности отказов, рассматривается интенсивность восстановлений  $\mu(t)$ , которая определяется как вероятность восстановления элемента в единицу времени, если его отказ произошел в момент  $t = 0$ , а ко времени  $t$  он еще не отремонтирован. Величина  $\mu(t)dt$  показывает вероятность восстановления элемента в течение времени  $(t; t + dt)$ . Зависимость между интенсивностью восстановлений, плотностью распределения времени восстановления и функцией вероятности продолжительности ремонта выглядит так:

$$\mu(t) = \frac{g(t)}{G(t)}. \quad (2.14)$$

Среднее время восстановления  $t_B$  – ожидаемое значение времени продолжительности ремонта отказавшего элемента:

$$t_B = \int_0^{\infty} t \cdot g(t) dt, \quad (2.15)$$

где  $g(t)$  – функция плотности распределения вероятности времени восстановления.

При исследовании надежности некоторых восстанавливаемых объектов в качестве основной переменной иногда рассматривают время  $t_{p+B}$  между двумя последующими отказами (или равное ему время между двумя последующими восстановлениями). Очевидно, что при условии независимости друг от друга продолжительностей безотказной работы  $t_p$  и восстановления  $t_B$ ,  $t_{p+B}$  равно

$$t_{p+B} = t_p + t_B, \quad (2.16)$$

и является случайной величиной.

Интересно выяснить характеристики надежности для этого случая.

Ограничимся рассмотрением часто встречающейся на практике ситуации, когда  $t_p$  и  $t_B$  распределены по экспоненциальному закону:

$$f_p(t) = \lambda_0 e^{-\lambda_0 t}; \quad f_B(t) = \mu_0 e^{-\mu_0 t}, \quad (2.17)$$

где  $f_p(t)$  и  $f_b(t)$  – функции их плотностей распределения с параметрами  $\lambda_0$  и  $\mu_0$ .

В рассматриваемой постановке задачи вначале удобно найти функцию плотности распределения вероятности времени между двумя последующими отказами  $f_{p+b}(t)$ . В силу независимости случайных величин  $t_p$  и  $t_b$ , входящих в (2.16), функция  $f_{p+b}(t)$  находится как свертка их плотностей распределения [3]:

$$f_{p+b}(t) = f_p(t) * f_b(t), \quad (2.18)$$

где \* – символ свертки.

Вычисление этого выражения можно произвести с помощью преобразования Лапласа. Свертке функций во временной области (свертке оригиналов) соответствует произведение их изображений в комплексной плоскости [3]. Изображения  $F_p(p)$  и  $F_b(p)$  оригиналов (см. (2.17)) равны, соответственно:

$$F_p(p) = \frac{\lambda_0}{p + \lambda_0}; \quad F_b(p) = \frac{\mu_0}{p + \mu_0}, \quad (2.19)$$

где  $p$  – комплексная переменная Лапласа и, следовательно, их произведение

$$F_{p+b}(p) = F_p(p) \cdot F_b(p) = \frac{\lambda_0 \mu_0}{(p + \lambda_0)(p + \mu_0)}. \quad (2.20)$$

Обращая это изображение с помощью таблиц взаимно-преобразованных по Лапласу функций, приведенных, например, в [3], для плотности распределения вероятности времени между двумя последующими отказами имеем:

$$f_{p+b}(t) = \frac{\lambda_0 \mu_0}{\mu_0 - \lambda_0} (e^{-\lambda_0 t} - e^{-\mu_0 t}); \quad (t \geq 0). \quad (2.21)$$

Графически эта зависимость качественно выглядит так, как показано на рис. 2.3.

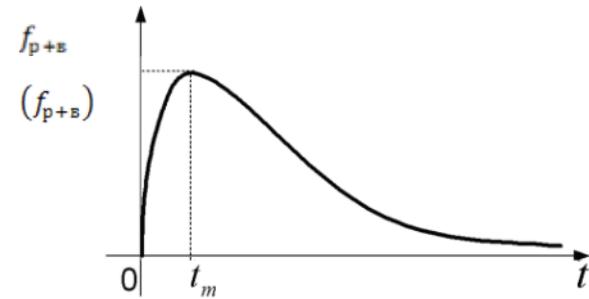


Рис. 2.3. Плотность распределения рассматриваемой случайной величины

Значения координат точки максимума этой кривой равны:

$$t_m = \frac{1}{\mu_0 - \lambda_0} \ln \frac{\mu_0}{\lambda_0}; \quad (f_{p+b})_m = \mu_0 \left( \frac{\mu_0}{\lambda_0} \right)^{-\frac{\mu_0}{\mu_0 - \lambda_0}}. \quad (2.22)$$

По известной  $f_{p+b}(t)$  можно определить важнейшую числовую характеристику надежности – оценку среднего времени между двумя последующими отказами  $T_{p+b}$  – как математическое ожидание случайной величины  $t_{p+b}$ :

$$T_{p+b} = \int_0^{\infty} t \cdot f_{p+b}(t) dt = \frac{1}{\lambda_0} + \frac{1}{\mu_0} = T_p + T_b, \quad (2.23)$$

где  $T_p$  и  $T_b$  – среднее время наработки на отказ и среднее время продолжительности одного ремонта, соответственно; как видим, это время равно сумме средних времен работы и ремонта, что вытекает и из (2.16).

Используя теорему сложения дисперсий [2], получаем оценку другой числовой характеристики случайной величины  $t_{p+b}$  – ее среднеквадратическое отклонение  $\sigma_{p+b}$ :

$$\sigma_{p+v} = \sqrt{\frac{1}{\lambda_0^2} + \frac{1}{\mu_0^2}}. \quad (2.24)$$

Функция надежности  $p(t)$  находится по уравнению:

$$p(t) = \int_t^\infty f_{p+v}(t) dt = \frac{\lambda_0 \mu_0}{\mu_0 - \lambda_0} \left( \frac{1}{\lambda_0} e^{-\lambda_0 t} - \frac{1}{\mu_0} e^{-\mu_0 t} \right), \quad (2.25)$$

и графически имеет вид, показанный на рис. 2.4.

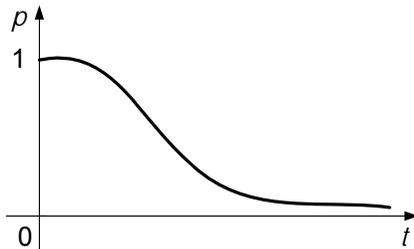


Рис. 2.4. Функция надежности рассматриваемого объекта

Одной из важнейших надежностных характеристик процесса является  $\lambda(t)$ , показывающая, каким образом с течением времени будет изменяться интенсивность наступления рассматриваемых событий. С учетом (2.21) и (2.25) по формуле (2.6) получаем:

$$\lambda(t) = \frac{f_{p+v}(t)}{p(t)} = \frac{\lambda_0 \mu_0 (e^{-\mu_0 t} - e^{-\lambda_0 t})}{\lambda_0 e^{-\mu_0 t} - \mu_0 e^{-\lambda_0 t}}. \quad (2.26)$$

Из (2.26) видно, что интенсивность смены циклов отказ–восстановление зависит от времени, т. е. этот процесс не является стационарным. Вычисляя предел, к которому стремится  $\lambda(t)$  при увеличении  $t$ , получаем:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda(t) = \lambda_0, \quad (2.27)$$

что говорит о «стационаризации» процесса с течением времени.

Графически зависимость  $\lambda(t)$  представлена на рис. 2.5.

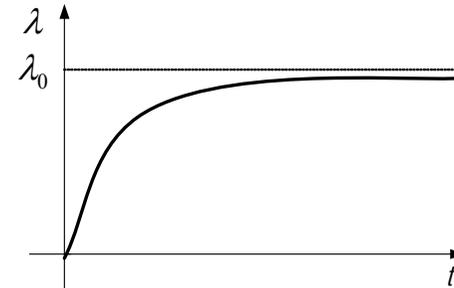


Рис.2.5. Интенсивность отказов рассматриваемого объекта как функция времени

Из рис. 2.5 видно наличие своеобразного «переходного процесса» по интенсивности появления рассматриваемого события, длительность которого определяется параметрами  $\lambda_0$  (величиной, обратной среднему времени безотказной работы) и  $\mu_0$  (величиной, обратной средней продолжительности одного ремонта). Заметим, что реально обычно имеет место неравенство  $\mu_0 \gg \lambda_0$ .

Из проанализированного случая можно сделать следующий важный с практической точки зрения вывод. Строго говоря, рассмотренный случайный процесс смены циклов отказ–восстановление не является стационарным. Однако численные расчеты свидетельствуют о том, что для реальных соотношений между значениями  $\mu_0$  и  $\lambda_0$  с течением времени происходит его быстрая «стационаризация». Следовательно, в практических приложениях этот процесс допустимо считать стационарным с постоянной интенсивностью отказов  $\lambda_0$ .

Выше было введено понятие надежности невосстанавливаемого элемента  $P(t)$ . Однако если элемент ремонтируем, то эта характеристика перестает полностью отражать существо происходящих процессов. Количественная оценка таких ситуаций требует более

широкого смысла, нежели тот, который заложен в  $P(t)$ . В этом случае используют понятия готовности  $A$  и неготовности  $V$ .

*Готовность*  $A(t)$  элемента есть вероятность того, что элемент в момент времени  $t$  находится в работоспособном состоянии при условии, что в нулевой момент времени он характеризовался качествами нового элемента. В общем случае надежность и готовность отличаются друг от друга, поскольку надежность требует непрерывности работоспособного состояния в течение всего интервала  $(0, t)$ . Элемент может обеспечивать готовность  $A(t)$ , но не удовлетворять надежности  $P(t)$ , если он выходил раньше из строя, был отремонтирован и к моменту времени  $t$  опять находится в работоспособном состоянии. Таким образом, готовность  $A(t)$  всегда, по крайней мере, не меньше надежности  $P(t)$ , т. е.  $A(t) \geq P(t)$ . С течением времени готовность восстанавливаемого элемента уменьшается до нуля, тогда как готовность восстанавливаемого элемента стремится к некоторому положительному числу.

*Неготовность*  $V(t)$  можно определить исходя из того, что готовность и неготовность – несовместные события, составляющие полную группу, и, значит, справедливо

$$A(t) + V(t) = 1 . \quad (2.28)$$

Если функции плотности распределения вероятностей  $f(t)$  и  $g(t)$  являются экспоненциальными, то, как уже было показано, интенсивности отказов и восстановлений – постоянные числа  $\lambda_0$  и  $\mu_0$  соответственно. В этом случае анализ процессов надежности существенно упрощается и допускает аналитические решения. В частности, можно определить стационарные (установившиеся) значения готовности  $A(\infty)$  и неготовности  $V(\infty)$ , т. е. значения, которые приобретают эти показатели, если время стремится к бесконечности. Они, соответственно, равны:

$$A(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} A(t) = \frac{\mu_0}{\lambda_0 + \mu_0} ; \quad V(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \mu_0} . \quad (2.29)$$

Иногда  $A(\infty)$  называют *коэффициентом готовности* [4] и обозначают  $k_r$ .

Для возможности дальнейшего анализа вводится понятие потока случайных событий.

*Поток событий* – это последовательность однородных событий, происходящих друг за другом в случайные моменты времени.

Одной из важнейших характеристик потока является его *интенсивность*  $\lambda$  – среднее число событий, происходящих в единицу времени;  $\lambda$  может быть как постоянной величиной, так и изменяющейся с течением времени, т. е., в общем случае,  $\lambda = \lambda(t)$ . Если  $\lambda = \text{const}$ , то поток называется *стационарным*.

Поток называется *ординарным*, если вероятность появления двух и более событий в малом интервале времени  $\Delta t$  незначительна по сравнению с вероятностью появления одного события, и ею, как следствие, можно пренебречь. Иными словами, ординарный поток предполагает появление событий поодиночке, а не группами.

Поток событий является *поток без последействия*, если для любых двух непересекающихся интервалов времени  $\tau_1$  и  $\tau_2$  число событий, случившихся в одном из них, не зависит от того, сколько событий случилось в другом. Это свойство потока поясняется рис. 2.6, где точками на временной оси условно показаны моменты появления событий.

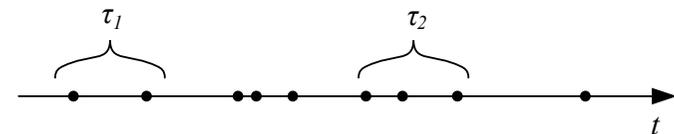


Рис. 2.6. Символическое представление потока событий

Поток событий, одновременно обладающий свойствами стационарности, ординарности и отсутствием последействия называется

простейшим [5]. Простейший поток событий играет очень большую роль в прикладной теории надежности.

Случайный процесс, проявляющийся в виде последовательных выходов из строя и ремонтов элемента, можно рассматривать теперь как результат воздействия на него двух потоков событий: потока отказов и потока восстановлений. Если оба эти потока – простейшие, то каждый из них полностью характеризуется своей постоянной интенсивностью:  $\lambda_0$  – интенсивностью потока отказов и  $\mu_0$  – интенсивностью потока восстановлений. Удобство такого подхода состоит, в частности, в том, что этот случай может быть исследован с помощью достаточно простой математической модели, описывающей процесс функционирования восстанавливаемого элемента. Но прежде чем перейти к ее описанию необходимо сделать еще несколько замечаний. Это удобно сделать в рамках примера, рассмотренного ниже.

#### 2.4. Пример расчета и сравнение показателей надежности невосстанавливаемых и восстанавливаемых элементов

Проведем расчет основных характеристик и показателей надежности для насоса, рассматривая его как элемент канализационной насосной станции.

Предположим, что распределение времени наработки до отказа этого элемента – экспоненциальное с параметром  $\lambda_0 = 9 \cdot 10^{-4}$  (1/ч) (чему соответствует  $\lambda_0 = 8$  (1/год)) и, следовательно, функция плотности распределения вероятности безотказной работы (см. (2.9)) имеет вид:

$$f(t) = 9 \cdot 10^{-4} \cdot e^{-9 \cdot 10^{-4} t}; \quad t \geq 0.$$

Функция надежности (надежность) насоса для некоторого времени  $t > 0$  вычисляется в соответствии с (2.10):

$$p(t) = \int_t^{\infty} f(t) dt = \exp(-9 \cdot 10^{-4} t).$$

Вероятность безотказной работы, например в течение 100 ч, равняется  $p(t=100) = \exp(-9 \cdot 10^{-2}) = 0,9139$ , а ненадежность за это же время (см. (2.11)) есть  $q(t=100) = 1 - p(t=100) = 0,0861$ .

Среднее время наработки на отказ для рассматриваемого насоса в соответствии с (2.12) равно:

$$t_p = \int_0^{\infty} p(t) dt = \int_0^{\infty} \exp(-9 \cdot 10^{-4} t) dt = \frac{1}{9 \cdot 10^{-4}} \approx 1111 \text{ ч.}$$

До сих пор насос анализировался как невосстанавливаемый элемент. Ясно, однако, что насос, будучи отремонтированным, может продолжить свою работу, т. е. рассматриваться как восстанавливаемый элемент.

Положим, что случайная продолжительность ремонта насоса также может считаться распределенной по экспоненциальному закону с параметром  $\mu_0 = 0,02$  (1/ч), следовательно

$$g(t) = \mu_0 \cdot e^{-\mu_0 t} = 0,02 \cdot e^{-0,02 t}; \quad t \geq 0.$$

Значит, среднее время ремонта (см. (2.15)) равно:

$$t_b = \frac{1}{0,02} = 50 \text{ ч.}$$

Вычислим теперь стационарные значения готовности и неготовности насоса, рассматриваемого как восстанавливаемый элемент. В соответствии с (2.29) имеем:

$$A(\infty) = \frac{\mu_0}{\lambda_0 + \mu_0} = \frac{0,02}{9 \cdot 10^{-4} + 0,02} = 0,9569;$$

$$V(\infty) = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \mu_0} = 1 - A(\infty) = 0,0431.$$

Обратим внимание на то, что если при рассмотрении насоса как невосстанавливаемого элемента вероятность его безотказной работы при  $t \rightarrow \infty$  стремится к нулю, то при возможности ремонтов коэффициент готовности  $A(\infty)$ , физически имеющий аналогичный

смысл, равен некоторой величине (в нашем случае 0,9569), определяемой значениями параметров  $\mu_0$  и  $\lambda_0$ . В этом проявляется эффект повышения надежности элемента, вследствие его ремонтируемости (восстанавливаемости).

Анализ результатов рассмотренного примера говорит о том, что характеристики и показатели надежности восстанавливаемых и невосстанавливаемых элементов, в общем случае, различаются между собой. Эти различия проявляются, в основном, в количественных оценках, в то время как физический смысл аналогичных показателей остается неизменным. Для большей наглядности основные показатели надежности восстанавливаемых и невосстанавливаемых элементов приведены в табл. 2.1. Эта таблица, по существу, объединяет результаты разделов 2.2 и 2.3.

Таблица 2.1

Сравнение основных показателей надежности

Восстанавливаемый элемент	Невосстанавливаемый элемент
$A(t) + V(t) = 1$	$A(t) + V(t) = 1$
$A(t) > p(t)$	$A(t) = p(t)$
$V(t) < q(t)$	$V(t) = q(t)$
$T = t_p + t_b$	$T = \infty$
$0 < A(\infty) < 1$	$A(\infty) = 0$

Обозначения в табл. 2.1 сохранены такими же, как в тексте разделов 2.2 и 2.3.

## 2.5. Анализ надежности систем

Хотя надежность элементов, рассматриваемых по отдельности, дает некоторые представления о безаварийной работе системы, на практике чаще всего требуется найти обобщенный показатель «надежность системы», отражающий интегральный эффект влияния возможных отказов элементов, составляющих систему, на ее функ-

ционирование как единого целого. Определение такого показателя в общем случае представляет значительные трудности, поскольку он должен зависеть не только от надежностей отдельных элементов, но и от того, как они соединены и взаимодействуют в составе системы, т. е. быть функцией и ее структуры.

Итак, рассматривается система, состоящая из  $n$  некоторым образом соединенных элементов. Каждый элемент может находиться либо в работоспособном, либо в неработоспособном состоянии. Основная задача формулируется следующим образом: как определить показатели надежности системы в целом, если показатели надежности элементов, ее составляющих, известны.

Рассмотрение начнем с простых случаев, когда элементы в системе соединены либо последовательно, либо параллельно.

### Система с последовательным соединением элементов

Структура системы, состоящей из  $n$  последовательно соединенных элементов, представлена на рис. 2.7.

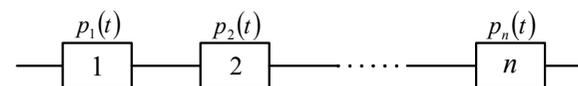


Рис. 2.7. Последовательное соединение элементов

При последовательном соединении элементов система работоспособна, если все элементы находятся в работоспособном состоянии. Если известна функция надежности  $p_i(t)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) для каждого элемента, то функция надежности системы  $p(t)$ , определяемая как вероятность безотказной работы системы в интервале времени  $(0, t)$ , равна

$$p(t) = \prod_{i=1}^n p_i(t) . \tag{2.30}$$

Для систем, каждый элемент которых имеет экспоненциальное время распределения безотказной работы (с постоянной интенсив-

ностью отказов), т. е.  $i$ -й элемент имеет функцию надежности  $e^{-\lambda_i t}$ , выражение (2.30) преобразуется к виду:

$$p(t) = \exp\left(-\sum_{i=1}^n \lambda_i t\right). \quad (2.31)$$

Среднее время наработки на отказ системы в этом случае вычисляется как:

$$t_p = \int_0^{\infty} \exp\left(-\sum_{i=1}^n \lambda_i t\right) dt = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \lambda_i}. \quad (2.32)$$

*Пример.* Система состоит из двух последовательно включенных насосов, каждый из которых должен перекачивать одно и то же количество жидкости. Интенсивности отказов для насосов постоянны и равны  $\lambda_1 = 0,0004$  (1/ч) и  $\lambda_2 = 0,0005$  (1/ч). Найти вероятность безотказной работы системы в течение 1000 часов и определить среднее время наработки системы на отказ.

Вероятность безотказной работы (см. (2.31)):  $p(t = 1000) = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)1000} = 0,4066$ , а среднее время наработки на отказ (см. (2,32)):

$$t_p = \frac{1}{0,0004 + 0,0005} \approx 1110 \text{ ч.}$$

Существуют системы, которые не представляют собой последовательно соединенные элементы, однако в отношении которых заранее известно, что отказ любого из них приводит к выходу из строя системы в целом. В этом случае надежность системы  $p(t)$  определяется надежностью «слабейшего звена», что может быть записано как:

$$p(t) = \min_i \{p_i(t)\}, \quad (2.33)$$

где минимум находится по всем  $n$  элементам системы.

### Система с параллельным соединением элементов

С точки зрения надежности система с параллельным соединением элементов определяется как система, отказ которой наступает

тогда и только тогда, когда все элементы выходят из строя, т. е. в строго параллельной системе каждый из элементов способен поддерживать ее работоспособное состояние (при условии, что в начальный момент времени все элементы функционировали нормально).

Система с параллельным соединением  $n$  элементов показана на рис. 2.8.

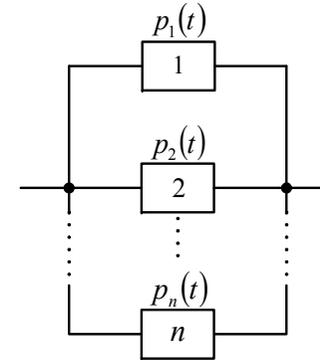


Рис. 2.8. Параллельное соединение элементов

Функция надежности системы в этом случае выражается как:

$$p(t) = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - p_i(t)]. \quad (2.34)$$

Для систем с экспоненциальным временем наработки до отказа (или, что то же – с постоянной интенсивностью отказов  $\lambda_i$ ) для всех элементов надежность системы в целом:

$$p(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - e^{-\lambda_i t}). \quad (2.35)$$

Если при этом интенсивности отказов всех элементов одинаковы и равны  $\lambda_0$ , то среднее время наработки системы на отказ равно:

$$t_p = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=1}^n \frac{1}{i}. \quad (2.36)$$

*Пример.* Анализируется система из двух параллельно включенных идентичных насосов. Если один насос выходит из строя, второй способен перекачивать весь требуемый объем жидкости. Оба насоса характеризуются одинаковой интенсивностью отказов  $\lambda_0 = 0,0004$  (1/ч), и при  $t = 0$  находились в работоспособном состоянии. Определить вероятность безотказной работы системы в течение 1000 ч и найти среднее время наработки на отказ.

Функция надежности системы при  $t = 1000$  ч – вероятность безотказной работы за это время – равна (см. (2.35)):

$$p(t = 1000) = 1 - (1 - e^{-\lambda_0 \cdot 1000})(1 - e^{-\lambda_0 \cdot 1000}) = 1 - (1 - e^{-\lambda_0 \cdot 1000})^2 = 0,8913 .$$

Среднее время наработки на отказ (см. (2.36)):

$$t_p = \frac{1}{\lambda_0} \left( \frac{1}{1} + \frac{1}{2} \right) = 3750 \text{ ч.}$$

### Сложная система

Далее под сложной системой будем понимать такую систему, которая непредставима ни последовательным, ни параллельным соединением составляющих ее элементов. Анализ надежности подобных систем не является таким сравнительно простым, как в рассмотренных ранее случаях, и требует привлечения некоторых новых понятий и своеобразного математического аппарата. В частности, введем понятие состояния системы и охарактеризуем специфический случайный процесс – марковский.

Под *состоянием системы*  $S_i$  в момент времени  $t_0$  будем понимать сочетание работоспособных и неработоспособных элементов в этот момент времени. Таким образом, всего может быть  $2^n$  состояний системы; все их можно заранее перечислить и обозначить, например,  $S_0$  – все элементы системы работоспособны;  $S_1$  – первый (условно) элемент вышел из строя, остальные работоспособны и т. д. Будем считать также, что случайный процесс смены состоя-

ний системы – марковский. Это означает, что для любого момента времени  $t_0$  вероятностные характеристики процесса в будущем зависят только от его состояния в данный момент времени  $t_0$  и не зависят от того, когда и как система пришла в это состояние [5]. Из последнего видно, что марковский случайный процесс – математическая идеализация; однако многие реальные процессы типа последовательности отказов и восстановлений с приемлемой адекватностью могут рассматриваться как марковские. Поскольку число возможных состояний системы конечно, а переход из одного состояния в другое может происходить в любой момент времени, такой процесс с математической точки зрения можно трактовать как марковский случайный процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем.

Для составления математической модели функционирования системы, в которой происходит марковский случайный процесс с дискретными состояниями, удобно пользоваться так называемым графом состояний. *Граф состояний* – ориентированный размеченный граф, вершинам которого соответствуют состояния системы, а направленные дуги показывают возможные переходы системы из одного состояния в другое. Предполагается, что эти переходы происходят скачком под воздействием потоков событий, интенсивности которых указаны около каждой дуги (стрелки). Пример такого графа показан на рис. 2.9.

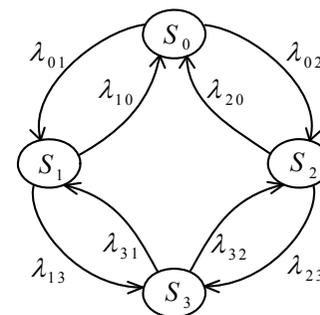


Рис. 2.9. Пример графа состояний системы

Этот рисунок соответствует случаю, когда система может находиться в четырех состояниях ( $S_0, S_1, S_2, S_3$ ). Переход системы в случайный момент времени, например, из состояния  $S_0$  в  $S_1$  происходит под воздействием потока событий с интенсивностью  $\lambda_{01}$ , обратно (из  $S_1$  в  $S_0$ ) – с интенсивностью  $\lambda_{10}$  и т. д.

Вводится понятие вероятности состояния  $p_i(t)$ , означающее, что в момент времени  $t$  система находится в состоянии  $S_i$ . Понятно, что для любого  $t$  должно выполняться равенство

$$\sum_{i=1}^n p_i(t) = 1, \quad (2.37)$$

отражающее факт нахождения системы в одном из  $n$  возможных состояний в любой момент времени.

С течением времени вероятности состояний изменяются. Каким образом это происходит, позволяют выяснить уравнения Колмогорова. Уравнения Колмогорова – это система обыкновенных линейных дифференциальных уравнений, записанных относительно вероятностей состояний  $p_i(t)$ . Если задан граф состояний, то составление каждого уравнения этой системы не вызывает затруднений и производится в соответствии со следующей формальной процедурой [5]:

- в левой части записывается производная по времени от вероятности  $i$ -го состояния;
- справа – сумма произведений вероятностей всех состояний, из которых идут стрелки в данное состояние, на интенсивности соответствующих потоков событий, минус суммарная интенсивность всех потоков, выводящих систему из данного состояния, умноженная на вероятность  $i$ -го состояния.

Например, для графа, изображенного на рис. 2.9, система уравнений Колмогорова, сформированная по вышеуказанному правилу, имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{dp_0(t)}{dt} = \lambda_{10}p_1(t) + \lambda_{20}p_2(t) - (\lambda_{01} + \lambda_{02})p_0(t); \\ \frac{dp_1(t)}{dt} = \lambda_{01}p_0(t) + \lambda_{31}p_3(t) - (\lambda_{10} + \lambda_{13})p_1(t); \\ \frac{dp_2(t)}{dt} = \lambda_{02}p_0(t) + \lambda_{32}p_3(t) - (\lambda_{20} + \lambda_{23})p_2(t); \\ \frac{dp_3(t)}{dt} = \lambda_{13}p_1(t) + \lambda_{23}p_2(t) - (\lambda_{31} + \lambda_{32})p_3(t). \end{cases} \quad (2.38)$$

Решение уравнений Колмогорова производится при конкретных начальных условиях, имеющих вид: вероятность одного состояния, в котором система находится в данный момент времени, равна 1, вероятности всех остальных состояний равны 0. Кроме того, любое из уравнений Колмогорова может быть заменено уравнением (2.37). Результат решения – функции  $p_i(t)$ , показывающие характер их изменения с течением времени. Таким образом, при смене состояния в системе происходит своеобразный переходный процесс по вероятностям состояний.

На практике, однако, чаще всего интересна ситуация, когда эти переходные процессы заканчиваются и в системе устанавливается стационарное состояние. В этом случае все производные по времени в уравнениях Колмогорова равны нулю, а все вероятности состояний перестают быть функциями времени и становятся константами, которые называются *финальными вероятностями состояний*. Для примера, рассмотренного выше, система уравнений для нахождения финальных вероятностей  $p_i$ , с учетом сказанного и (2.38), приобретает вид:

$$\begin{cases} (\lambda_{01} + \lambda_{02})p_0 = \lambda_{10}p_1 + \lambda_{20}p_2; \\ (\lambda_{10} + \lambda_{13})p_1 = \lambda_{01}p_0 + \lambda_{31}p_3; \\ (\lambda_{20} + \lambda_{23})p_2 = \lambda_{02}p_0 + \lambda_{32}p_3; \\ (\lambda_{31} + \lambda_{32})p_3 = \lambda_{13}p_1 + \lambda_{23}p_2. \end{cases} \quad (2.39)$$

Базируясь на рассмотренном примере, легко вывести правило, по которому, при известном графе состояний, можно записать систему уравнений (теперь – линейных алгебраических) для определения значений финальных вероятностей, минуя стадию составления дифференциальных уравнений Колмогорова. Это правило таково: при формировании каждого уравнения слева записывается финальная вероятность состояния, умноженная на суммарную интенсивность всех потоков, исходящих из этого состояния, справа – сумма произведений интенсивностей потоков, входящих в данное состояние, на вероятности тех состояний, откуда они исходят.

Характерной особенностью такой системы уравнений (в частности, (2.39)) является отсутствие свободных членов, т. е. слагаемых, не содержащих какой-либо переменной  $p_i$ . Из математики известно, что в этом случае система имеет бесчисленное множество решений. В этом нетрудно убедиться на примере (2.39). Положим, что четыре числа  $(p_0; p_1; p_2; p_3)$  – есть решение рассматриваемой системы. Умножим каждую из этих вероятностей на произвольное число  $k$ . Легко убедиться, что подстановка значений  $kp_0, kp_1, kp_2$  и  $kp_3$  в систему (2.39) превращает каждое уравнение в тождество, что свидетельствует о том, что четверка чисел  $(kp_0; kp_1; kp_2; kp_3)$  также является решением рассматриваемой системы. Между тем понятно, что физически должно быть всего одно решение. Эта формальная многозначность решения устраняется путем замены любого из уравнений системы для определения финальных вероятностей уже упомянутым ранее нормировочным условием (2.37), которое в этом случае имеет вид:

$$p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1. \quad (2.40)$$

Финальные вероятности состояний важны и интересны с практической точки зрения, поскольку имеют ясный физический смысл: каждая из них показывает относительное среднее время пребывания исследуемой на надежность системы в соответствующем состоянии.

Использование изложенного выше подхода проиллюстрируем на следующем примере.

*Пример.* Анализируется надежность работы некоторого участка подземного трубопровода. Из обработки статистики аварий (отказов) за предшествующее время эксплуатации известно, что среднее время безаварийной работы участка равно  $1/\lambda_0$ . Поток отказов трубы – простейший с параметром  $\lambda_0$ . Если на трубопроводе происходит авария, то он «осушается» и ставится на ремонт. Средняя продолжительность одного ремонта (восстановления) равна  $1/\mu_0$ ; поток восстановлений – также простейший с параметром  $\mu_0$ . Определить вероятность того, что трубопровод в момент времени  $t$  будет в исправном состоянии, если при  $t = 0$  он функционировал нормально.

Из формулировки задачи вытекает, что рассматриваемый трубопровод может находиться всего в двух состояниях: исправен  $S_0$  и неисправен  $S_1$ . Соответствующий размеченный граф состояний имеет вид, показанный на рис. 2.10.

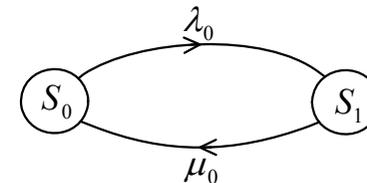


Рис. 2.10. Граф состояний рассматриваемого трубопровода

Обозначим вероятность состояния  $S_0$  в момент времени  $t$  через  $p_0(t)$ , а состояния  $S_1$  в то же время как  $p_1(t)$ .

Следуя изложенной методике, составляем систему дифференциальных уравнений Колмогорова, которая для рассматриваемого случая имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{dp_0(t)}{dt} = -\lambda_0 p_0(t) + \mu_0 p_1(t); \\ \frac{dp_1(t)}{dt} = -\mu_0 p_1(t) + \lambda_0 p_0(t). \end{cases}$$

Решение этой системы находится при начальных условиях:  $p_0(0) = 1; p_1(0) = 0$ .

Простой подстановкой в исходные уравнения нетрудно убедиться, что искомыми функциями являются:

$$p_0(t) = \frac{\mu_0}{\lambda_0 + \mu_0} \left[ 1 + \frac{\lambda_0}{\mu_0} e^{-(\lambda_0 + \mu_0)t} \right];$$

$$p_1(t) = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \mu_0} \left[ 1 - e^{-(\lambda_0 + \mu_0)t} \right].$$

Ответ на вопрос, сформулированный в условиях примера, дается выражением  $p_0(t)$ .

Интересно определить финальные вероятности состояний. Это можно сделать двумя способами. Первый состоит в том, что в выражениях для  $p_0(t)$  и  $p_1(t)$  полагается  $t \rightarrow \infty$ . В результате получается:

$$p_0 = \frac{\mu_0}{\lambda_0 + \mu_0}; \quad p_1 = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \mu_0}.$$

Этот же результат получается как решение системы алгебраических уравнений, записанной относительно финальных вероятностей. Покажем это. Поступая в соответствии с правилами их составления, для графа рис. 2.10 имеем:

$$\begin{cases} \lambda_0 p_0 = \mu_0 p_1; \\ \mu_0 p_1 = \lambda_0 p_0. \end{cases}$$

Видно, что это – система не двух уравнений, а, по существу, одно уравнение с двумя неизвестными, и, следовательно, ему удовлетворяет бесчисленное множество решений. Формально заменим одно из уравнений системы (например, второе) условием нормировки, которое в данном случае имеет вид  $p_1 = 1 - p_0$ . Тогда

$$\begin{cases} \lambda_0 p_0 = \mu_0 p_1; \\ p_1 = 1 - p_0. \end{cases}$$

Решение этой системы дает выражения для  $p_0$  и  $p_1$ , полученные выше иным способом.

Заканчивая рассмотрение этого примера, обратим внимание на то, что выражение для  $p_0$  совпадает с (2.29). Следовательно, финальная вероятность  $p_0$  в данном случае есть не что иное как коэффициент готовности рассмотренного участка трубопровода, а физически – это среднее относительное время нахождения трубопровода в работоспособном состоянии.

## Заключение

Математическим аппаратом исследования надежности является теория вероятностей.

Надежность *элемента* (как восстанавливаемого, так и невозстанавливаемого) характеризуется набором временных и числовых показателей, четко определяемых математически. Эти показатели взаимосвязаны и выражаются один через другой.

Надежность *системы*, при известных характеристиках составляющих ее элементов, просто выражается лишь для случая либо последовательного, либо параллельного их соединения. Для объектов, элементы которых соединены произвольно, расчет некоторых показателей надежности может быть осуществлен с использованием понятия пространства состояний системы. Практическое применение этого метода для реальных многокомпонентных объектов часто оказывается неудобным из-за возникающих при этом вычислительных трудностей.

## Рекомендуемая литература

1. ГОСТ 27.002–89. Надежность в технике. Основные понятия, термины и определения. – М.: Изд-во стандартов, 1990.
2. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М.: Наука, 1969.
3. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1970.
4. Дружинин, Г. В. Надежность автоматизированных производственных систем / Г. В. Дружинин. – М.: Энергоатомиздат, 1986.
5. Вентцель Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология / Е. С. Вентцель. – М.: Наука, 1980.

## Глава 3. СПОСОБЫ ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

### 3.1. Постановка задачи

Любая система эффективна только тогда, когда она выполняет свои функции с заданной степенью надежности. Требуемый уровень надежности, определяемый как некоторое численное значение ее показателя, должен удовлетворяться еще на стадии проектирования системы путем принятия соответствующих технических решений, обеспечивающих его достижение. Такие решения обычно сводятся к анализу и обоснованному выбору возможных структур системы, вариантов технологических схем, номенклатуры элементов и комплектующих изделий, с использованием которых создается система, и тому подобных мероприятий.

Теоретически может быть достигнут любой уровень надежности системы, кроме абсолютного, и вопрос состоит лишь в том, чтобы ограничить этот уровень некоторым приемлемым с практической точки зрения значением. Как правило, такое ограничение определяется соображениями экономической целесообразности.

Некоторые из способов повышения надежности систем достаточно очевидны. Если, например, речь идет о системе трубопроводов, то понятно, что ее надежность, при прочих равных условиях, будет тем больше, чем прочнее материал, из которого изготовлены трубы, и толще их стенки. Подобных умозрительных примеров можно привести много. Однако для всех них характерна одна общая особенность: они слишком дороги при реализации. Поэтому такой подход к повышению надежности практически не применяется (за исключением некоторых сугубо специальных случаев), и при проектировании систем обычно используются выпускаемые промышленностью серийные (и, в силу этого, сравнительно дешевые) элементы и комплектующие изделия. Именно из этого мы и будем исходить в дальнейшем рассмотрении.

Из материалов предыдущей главы следует, что надежность системы может быть оценена, если известны показатели надежности составляющих ее элементов. Для изделий, выпускаемых в промышленном масштабе и на протяжении многих лет, такие показатели обычно бывают известны и указываются предприятием-изготовителем в сертификатах на выпускаемую продукцию. В некоторых отраслях промышленности (например, электротехнической) публикуются периодически обновляемые справочники, в которых указывается номенклатура выпускаемых изделий и интенсивности их отказов при работе в нормальных эксплуатационных режимах. В иных случаях в сертификате готовой продукции обозначается срок службы (срок годности), по значению которого можно определить интенсивность отказов как величину, ему обратную (в предположении простейшего потока отказов). При отсутствии такой информации надежность предполагаемых к использованию элементов оценивают «по аналогу», т. е. по результатам статистических наблюдений за подобными изделиями, достаточно длительное время уже работавшими в аналогичных реальных условиях. Мы будем полагать, что интенсивность отказов всех элементов, используемых в проектируемой системе, известны и постоянны.

Методы повышения надежности, рассматриваемые в этой главе, можно разделить на два вида.

Первый из них связан с введением элементной избыточности и состоит в том, что в систему определенным образом добавляются элементы, не являющиеся, строго говоря, необходимыми с точки зрения ее функционирования, но служащие лишь для повышения надежности системы в целом.

В другом случае система проектируется лишь из функционально необходимых элементов, а желаемый уровень ее надежности достигается разработкой и неукоснительным выполнением специальных организационно-технических мероприятий по эксплуатации системы, уже введенной в действие.

Начнем рассмотрение с первого из упомянутых методов повышения надежности систем.

### 3.2. Повышение надежности введением элементной избыточности

Введение элементной избыточности – один из эффективных способов повышения надежности систем. На практике такой способ называют также *резервированием* [1]. Общая схема  $n$ -кратного резервирования элемента показана на рис. 3.1.

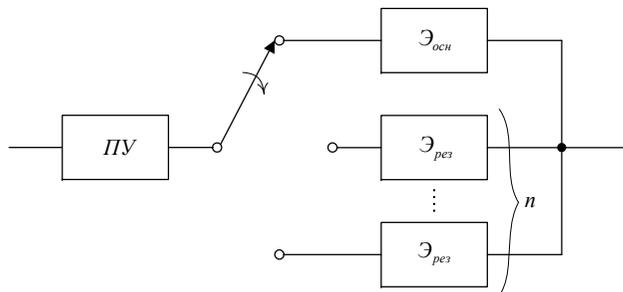


Рис. 3.1. Схема  $n$ -кратного резервирования элемента

Схема, изображенная на этом рисунке, весьма напоминает параллельное соединение элементов (см. рис. 2.5), однако отличается от последнего наличием переключательного устройства ПУ, которое подключает в работу один из  $n$ -резервных элементов  $\mathcal{E}_{рез}$ , если основной  $\mathcal{E}_{осн}$  выходит из строя. Сразу же оговорим принимаемое здесь допущение: ПУ, как любое техническое устройство, также может отказать, но мы будем считать далее, что вероятность этого пренебрежимо мала и переключательное устройство является абсолютно надежным.

В зависимости от того, в каком режиме работы находятся резервные элементы, когда основной функционирует, различают холодный, горячий и облегченный резервы.

#### Холодный резерв

Резервированная система структурно представляет собой параллельное соединение элементов, из которых лишь один функцио-

нирует в нормальном для него режиме, а остальные не нагружены. Если этот элемент выходит из строя, переключательное устройство ПУ мгновенно подключает в работу какой-либо другой из резервных. Отличие такой схемы от параллельного соединения (рис. 2.5) состоит в том, что в последнем случае все элементы функционально необходимы, а резервные элементы вообще отсутствуют. Функция надежности для системы с  $(n + 1)$  элементами, из которых лишь один в работе, а остальные вплоть до выхода из строя работающего находятся в холодном резерве, выражается так [1]:

$$p(t) = e^{-\lambda_0 t} \cdot \sum_{i=0}^n \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}. \quad (3.1)$$

Эта формула справедлива при следующих допущениях: переключательное устройство идеально (в смысле надежности), все элементы идентичны, а их интенсивности отказов постоянны и равны  $\lambda_0$ , резервные элементы ведут себя как новые, отказы элементов статистически независимы.

Для наиболее часто применяемого однократного резервирования ( $n = 1$ ) формула (3.1) преобразуется к виду:

$$p(t) = (1 + \lambda_0 t) e^{-\lambda_0 t}. \quad (3.2)$$

*Пример.* В качестве примера системы, резервированной по схеме холодного резерва, рассмотрим насосную станцию с двумя идентичными насосами. Нормальная работа станции обеспечивается производительностью одного насоса; второй является резервным. Предположим, что потоки отказов насосов – простейшие с параметром  $\lambda_0 = 5,5 \cdot 10^{-4}$  1/ч. Необходимо определить вероятность безотказной работы станции в течение  $t = 1000$  ч и убедиться в эффективности резервирования.

Положим, что в момент  $t = 0$  резервный насос работает как новый и найдем значение функции надежности (равное вероятности безотказной работы) при  $t = 1000$  ч, используя формулу (3.2):

$$p(t = 1000) = (1 + 5,5 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3) e^{-5,5 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3} = 0,8943.$$

Чтобы убедиться в эффективности резервирования, определим вероятность безотказной работы насосной станции за то же время  $p_1$  при отсутствии резервного насоса. Она равна:

$$p_1(t = 1000) = e^{-\lambda_0 t} = e^{-5,5 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3} = 0,5769.$$

Видно, что в первом случае вероятность безотказной работы более чем в полтора раза выше, чем во втором, что подтверждает эффективность резервирования.

Встречаются системы, для нормального функционирования которых необходимо, чтобы в работоспособном состоянии находилось определенное количество  $k$  из  $n$  составляющих элементов. В этом случае функция надежности такой резервированной системы  $p_{k/n}(t)$  при условии независимости и идентичности всех элементов следующая [2]:

$$p_{k/n}(t) = \sum_{i=k}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} p^i(t) [1 - p^{n-i}(t)], \quad (3.3)$$

где  $p(t)$  – функция надежности каждого из составляющих систему элементов.

Если для всех элементов системы интенсивность отказов постоянна  $\lambda_0$ , то (3.3) приобретает вид:

$$p_{k/n}(t) = \sum_{i=k}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} (e^{-\lambda_0 t})^i (1 - e^{-\lambda_0 t})^{n-i}. \quad (3.4)$$

*Пример.* Анализируется надежность насосной станции с тремя насосами, один из которых резервный. Интенсивность отказов каждого насоса  $\lambda_0 = 5,5 \cdot 10^{-4}$  1/ч. Определить вероятность безотказной работы станции при  $t = 1000$  ч.

По формуле (3.4) (при  $n = 3$  и  $k = 2$ ) вычисляем:

$$p_{2/3}(t = 1000) = 3e^{-2,5,5 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3} - 2e^{-3,5,5 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3} = 0,6145.$$

### Горячий резерв

В этом случае система состоит из  $n$  элементов, из которых  $(n - 1)$  резервных элементов подсоединяются параллельно основному и работают в том же нагрузочном режиме, что и основной. Отличие от схемы холодного резерва состоит в том, что в любой момент времени *все* элементы (основной и  $(n - 1)$  резервных) находятся в работе, а необходимые функции в системе выполняет лишь один из них, подключаемый с помощью переключательного устройства. При этом функции надежности всех элементов отсчитываются от одного и того же момента времени.

Принцип горячего резервирования поясняется рис. 3.2, где изображен случай однократного резервирования ( $n = 2$ ), когда параллельно основному элементу подключается один резервный.

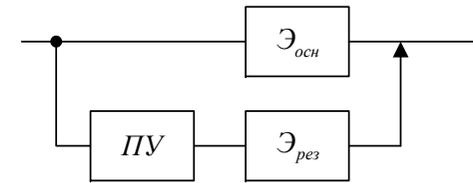


Рис. 3.2. Схема горячего резервирования

Если основной элемент  $\mathcal{E}_{осн}$  функционирует нормально, то резервный элемент  $\mathcal{E}_{рез}$ , работающий в таком же нагрузочном режиме, не подключен к цепи. Как только  $\mathcal{E}_{осн}$  выходит из строя, ПУ (полагаемый, как и ранее, абсолютно надежным) в тот же момент времени подключает  $\mathcal{E}_{рез}$ , который, «подхватывает» функцию основного.

Найдем функцию надежности схемы, показанной на рис. 3.2.

Определим сначала функцию ненадежности системы  $q(t)$ . Система в момент времени  $t$  будет неработоспособна, если основной и резервный элементы в это время будут в нерабочем состоянии. По правилу умножения вероятностей имеем:

$$q(t) = q_{\text{осн}}(t)q_{\text{рез}}(t), \quad (3.5)$$

где  $q_{\text{осн}}(t)$  и  $q_{\text{рез}}(t)$  – функции ненадежности основного и резервного элементов соответственно.

При известной  $q(t)$  функция надежности системы  $p(t)$  находится как:

$$p(t) = 1 - q(t) = 1 - q_{\text{осн}}(t)q_{\text{рез}}(t) = 1 - [1 - p_{\text{осн}}(t)][1 - p_{\text{рез}}(t)], \quad (3.6)$$

где  $p_{\text{осн}}(t)$  и  $p_{\text{рез}}(t)$  – функции надежности основного и резервного элементов.

Формула (3.6) отражает надежность системы с однократным резервированием. В общем случае, при  $n$ -кратном резервировании (один основной и  $(n - 1)$  резервных элементов), функция надежности системы записывается так [1]:

$$p(t) = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - p_i(t)], \quad (3.7)$$

где  $p_i(t)$  – функция надежности  $i$ -го элемента, включая основной.

Если потоки отказов всех элементов простейшие с интенсивностями  $\lambda_i$ , то, как известно, функция надежности  $i$ -го элемента равна

$$p_i(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda_i dt\right) = e^{-\lambda_i t},$$

и функция надежности резервированной системы приобретает вид:

$$p(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - e^{-\lambda_i t}). \quad (3.8)$$

В случае, когда все  $\lambda_i$  одинаковы и равны  $\lambda_0$ , функция надежности системы равна:

$$p(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^n. \quad (3.9)$$

### Облегченный резерв

Облегченное резервирование осуществляется также по схеме рис. 3.2. Резервное устройство включается одновременно с основным, но, в отличие от горячего резерва, в облегченном режиме. Его надежность отсчитывается с момента включения основного устройства, но по закону, отражающему эти облегченные условия работы.

При отказе основного устройства ПУ переключает  $\mathcal{E}_{\text{рез}}$  в режим полной нагрузки, заменяя таким образом вышедший из строя  $\mathcal{E}_{\text{осн}}$ .

При однократном облегченном резервировании, когда в схему, наряду с  $\mathcal{E}_{\text{осн}}$ , включается лишь один  $\mathcal{E}_{\text{рез}}$ , вероятность безотказной работы системы за время  $t$  при простейших потоках отказов подсчитывается по формуле [1]:

$$p(t) = e^{-\lambda_{\text{раб}} t} \left[ 1 + \frac{\lambda_{\text{раб}}}{\lambda_{\text{рез}}} (1 - e^{-\lambda_{\text{рез}} t}) \right], \quad (3.10)$$

где  $\lambda_{\text{раб}}$  – интенсивность отказов элемента в рабочем (номинальном) режиме;  $\lambda_{\text{рез}}$  – интенсивность его отказов в облегченном режиме (в режиме резерва).

### 3.3. Безызбыточные способы повышения надежности

Количественная оценка надежности и способы ее повышения путем резервирования, рассмотренные выше, весьма продуктивны для обеспечения нормального, экономически эффективного функционирования технических систем. Однако в некоторых случаях для проведения сопутствующего математического анализа либо недостаточно исходных данных, либо требуемые для этого вычисления чрезмерно сложны. В этих условиях (или наряду с возможным резервированием элементов) имеют смысл организационно-технические мероприятия, которые, будучи осуществленными в отношении действующей системы, могут значительно увеличить ее надежность, хотя

аналитически заранее рассчитать их эффективность чаще всего бывает весьма затруднительно.

Эксплуатация технических систем должна осуществляться в соответствии с определенными правилами, которые обычно отражаются в различных инструкциях по эксплуатации, правилах технической эксплуатации и т. п. документах. Эти документы разрабатываются на базе научно обоснованных методов эксплуатации, учитывают специфику системы и включают в себя рекомендации по подготовке к работе, проведению профилактики, ремонту и другие мероприятия по обеспечению надежности технических устройств в процессе их эксплуатации. Технологические аспекты подобных мероприятий регламентируются соответствующими руководствами по эксплуатации конкретных устройств. Простые, иногда рутинные операции подчас приводят к существенному повышению надежности систем и увеличению срока их безаварийной работы.

Одним из эффективных способов поддержания надежности технических систем в процессе их эксплуатации является так называемое плановое (профилактическое) обслуживание [3]. Оно, в отличие от непланового обслуживания, которое проводится для восстановления функций системы после случившегося отказа, состоит в регулярном проведении профилактических осмотров, работ и ремонтов и имеет целью предотвращение роста интенсивности отказов.

Эффективность эксплуатационных мероприятий по поддержанию высокой надежности систем во многом зависит от обслуживающего персонала, их осуществляющего. Квалификация работников, их оснащенность техническими средствами контроля и ремонта, оперативность при принятии решений, условия труда – эти и другие факторы, в конечном счете, в значительной степени сказываются на нормальном функционировании обслуживаемой ими системы.

В этом параграфе упомянуты лишь некоторые из способов поддержания требуемого уровня надежности систем, находящихся в эксплуатации. Необходимо, однако, подчеркнуть, что не существует универсальных рекомендаций повышения надежности любых объектов, находящихся в любых условиях работы. Высокую надежность можно обеспечить лишь путем проведения комплекса мероприятий,

соответствующих конкретной системе и условиям, в которых она функционирует.

## Заключение

Существуют способы обеспечения требуемого уровня надежности функционирования технических систем. Эти способы подразделяются на два вида: резервирование, которое «закладывается» в систему еще на стадии ее проектирования, и мероприятия по научно обоснованной эксплуатации уже действующего объекта. Их разумное сочетание определяется, как правило, соображениями экономического характера, и способно весьма существенно повысить надежность системы.

## Рекомендуемая литература

1. *Вентцель, Е. С.* Исследование операций: задачи, принципы, методология / Е. С. вентцель. – М.: Наука, 1980.
2. *Гнеденко, Б. В.* Математические методы в теории надежности / Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. – М.: Наука, 1965.
3. *Дружинин, Г. В.* Надежность автоматизированных производственных систем / Г. В. Дружинин. – М.: Энергоатомиздат, 1986.

## Глава 4. НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМ ВОДООТВЕДЕНИЯ

### 4.1. Краткое описание объекта. Особенности его структуры

Система водоотведения города представляет собой сеть конструктивно и технологически взаимосвязанных сооружений, предназначенных для сбора и отведения сточных вод от мест их образования к устройствам очистки. Как правило, системы водоотведения крупных городов проектируются и сооружаются по напорно-самотечному принципу. Это означает, что по коллекторам и каналам, проложенным под землей с определенными уклонами, вода движется под действием гравитационных сил строго в одном направлении, т. е. самотеком (в нормальных эксплуатационных режимах – без напора), а в местах, где по условиям рельефа местности самотек невозможен, она поднимается на более высокие отметки канализационными насосными станциями (КНС), после чего движение самотеком продолжается. Насосы КНС приводятся в движение электродвигателями. Затраты электроэнергии на перекачку сточных вод для крупного города, занимающего большую территорию с разнообразным рельефом, могут быть весьма велики. По сети каналов и коллекторов (канализационной сети города) вода транспортируется к конечным пунктам – очистным сооружениям, функциональное назначение которых, при имеющихся место различиях в конструктивном исполнении и применяемых технологиях, состоит в обработке сточной воды (механической, биологической очистке, обеззараживании и т. п.) в целях уменьшения компонент загрязнения до значений, регламентируемых нормативными документами по охране окружающей среды и водных бассейнов. После очистки сточная вода сбрасывается в реку или другие естественные водоемы.

При возникновении аварий на канализационной сети сточная вода в исключительных случаях может сбрасываться неочищенной через специально устраиваемые аварийные водовыпуски. Такие сбросы являются контролируруемыми, в отличие от ситуаций, когда авария

приводит к выливаю сточной воды «на рельеф» в произвольном месте сети (неконтролируемый сброс). Это наносит городу экологический и материальный ущерб; поэтому такие ситуации считаются чрезвычайными, и одной из главных задач при эксплуатации городской канализационной сети является предотвращение аварий либо, если они все же случаются, их максимально быстрая локализация и ликвидация.

Таким образом, процесс канализования города обеспечивается функционированием двух подсистем: транспортировки сточных вод и очистки. Эти подсистемы различаются не только территориально, но и особенностями технологических процессов, причем различия настолько велики, что каждая из них может рассматриваться практически независимо от другой. В данной работе главным образом анализируются вопросы надежности функционирования подсистемы, служащей для транспортировки сточных вод. В последующем изложении, если это не оговаривается специально, термины «система водоотведения», «система транспортировки сточных вод» (СТСВ), «канализационная сеть», «канализационная система» употребляются как синонимы. Некоторые вопросы надежности очистных сооружений выделены в отдельную главу.

Система водоотведения города по принципу построения является типичной иерархической структурой. Нижний уровень иерархии – устройства и приборы внутренней канализации, следующий – дворовая сеть и т. д. На некотором (достаточно высоком) уровне иерархии в канализационную сеть могут поступать промышленные сточные воды, прошедшие предварительную обработку в устройствах очистки предприятий. На самом верхнем иерархическом уровне располагаются городские очистные устройства или комплексы. Между сооружениями сети, расположенными на смежных уровнях иерархии, существует «подчиненность» в смысле передачи воды от одного к другому.

Наиболее естественным и удобным для анализа (и, в силу этого, наиболее распространенным) формальным отображением инженерных сетей является их представление с помощью символики теории графов [1]. Городская система водоотведения, как типичная

инженерная сеть, также может быть представлена в виде ориентированного графа, дуги которого – транспортные магистрали (коллектора и каналы), а вершины – места их соединений. Пример такого графа показан на рис 4.1.

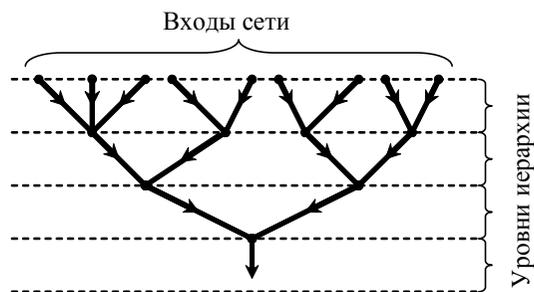


Рис. 4.1. Граф системы водоотведения

Отметим характерные особенности графа, отображающего типичную канализационную сеть. Во-первых, как уже указывалось, в силу однонаправленности движения воды по каждой транспортной магистрали, такой граф является ориентированным. Во-вторых, нетрудно заметить, что от любого входа (нижнего уровня иерархии) сточная вода проходит к выходу (верхнему уровню иерархии) строго через одну последовательность сооружений. Это означает, что в графе не существует так называемых циклов, и путь от каждого входа к выходу всегда является единственным. Такой направленный, не содержащий циклов (ациклический) граф в математике называется деревом. Таким образом, типичная канализационная сеть города – древовидная структура. Эта особенность объекта используется в последующем при постановке и решении задачи оценки надежности городской системы водоотведения.

#### 4.2. Цели, задачи и методология исследования надежности систем водоотведения

Нет необходимости специально доказывать чрезвычайную важность надежного функционирования городских канализационных сетей. В специальной литературе и средствах массовой информации

появляются сообщения о нарушениях нормальной работы систем водоотведения, которые при крупных авариях на сети могут поставить город на грань экологической катастрофы. Добиться абсолютно надежного функционирования городской канализационной сети нельзя, потому что она, являясь структурно сложной и территориально рассредоточенной системой, находится в процессе эксплуатации под воздействием множества неблагоприятных факторов, подавляющее большинство которых носит случайный, практически неконтролируемый характер. Поэтому точно предсказать, а тем более полностью исключить их отрицательное влияние невозможно.

Тем не менее осуществление на действующих канализационных сетях определенных организационно-технических мероприятий способно заметно повысить их надежность. Выявить возможный характер таких мероприятий, а также обосновать их экономическую эффективность может математическое моделирование процессов, определяющих надежность канализационных сетей. Математическая модель составляется для решения конкретной задачи и должна быть по возможности простой, но давать результаты расчетов с достаточной для инженерной практики точностью. При составлении модели важна степень ее детализации, а также строгое математическое определение параметров, характеристик и понятий, которыми она оперирует.

Основным в рамках рассматриваемой проблемы является понятие надежности – «свойство объекта ... выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения...» [2]. Как следует из этого определения, надежность – характеристика качественная. Количественная же оценка надежности связана с понятием отказа, под которым понимается случайное событие, переводящее объект в неработоспособное состояние. Если для многих технических объектов отказ однозначно проявляется в физически очевидной потере его работоспособности, то когда речь идет о канализационной сети как единой системе, дело обстоит несколько иначе. Практикам хорошо известны ситуации, когда по каким-либо причинам самотечный канал на некоторое время «становится на подпор», т. е. сточная вода транспортируется по нему полным сечением. С точки

зрения технологии такой режим работы канала не является нормальным, однако система в целом не теряет работоспособности. Другой случай – вышел из строя один из напорных трубопроводов на насосной станции, но его функции тут же принимает на себя резервная «нитка». Приведенные примеры характерны тем, что неблагоприятные технологические ситуации и даже аварии на отдельных элементах сети не приводят к потере способности выполнять ею свою основную функцию – транспортировку сточной воды к очистным сооружениям без выливания ее на поверхность. В упомянутых и аналогичных им случаях реализуется избыточность системы, которая в правильно спроектированной и построенной канализационной сети всегда имеет место в той или иной степени.

Городская канализационная сеть имеет пропускную способность, значение которой определяется как пропускными способностями отдельных сооружений, так и особенностями конфигурации сети. В результате аварии какого-либо сооружения его пропускная способность уменьшается (возможно, до нуля – при полном выходе сооружения из строя), что ведет к уменьшению пропускной способности сети в целом. Если при этом резервы пропускной способности системы оказываются исчерпанными, происходит сброс неочищенной сточной воды через аварийные водовыпуски, либо ее выливание на поверхность, т. е. система теряет способность выполнять свои функции.

В данной работе предлагается под отказом понимать ситуацию, когда по каким-либо причинам (например, в результате аварии) пропускная способность канализационной сети становится меньше поступающих в нее объемов сточных вод. Физически отказ проявляется в вылинии неочищенной воды на поверхность или через аварийные водовыпуски. Отказ может возникнуть в любой момент времени, что повлечет за собой необходимость ремонтных мероприятий непосредственно с момента возникновения отказа для восстановления работоспособности системы.

С точки зрения теории надежности [3] приведенные выше рассуждения позволяют рассматривать функционирование городской канализационной сети (как единого объекта) как марковский слу-

чайный процесс с непрерывным временем и двумя состояниями:  $S_0$  – когда система работает нормально и  $S_1$  – когда на сети производятся ремонтные мероприятия. Переход из  $S_0$  в  $S_1$  происходит под воздействием потока отказов, а обратный переход из  $S_1$  в  $S_0$  – под воздействием потока восстановлений. Под потоком понимается последовательность соответствующих однородных событий (отказов или восстановлений), происходящих в произвольные моменты времени.

Рассмотрим более подробно поток отказов. Время между двумя последующими отказами системы  $t$  есть непрерывная случайная величина, которая может быть описана некоторой плотностью распределения вероятностей (дифференциальным законом распределения)  $f(t)$ . Функция  $f(t)$ , получаемая на практике путем обработки статистических данных наблюдений о состояниях объекта, полностью определяет все параметры потока и, в частности, его важнейшую характеристику – интенсивность  $\lambda$ , которая в общем случае зависит от времени, т. е.  $\lambda = \lambda(t)$ . Связь между  $f(t)$  и  $\lambda(t)$  определяется соотношением:

$$\int_t^{\infty} f(t) dt = \exp \left[ - \int_0^t \lambda(t) dt \right]. \quad (4.1)$$

Как указывалось в предшествующей главе, знание функции  $f(t)$  (либо  $\lambda(t)$ ) позволяет ввести в рассмотрение и другие показатели надежности, которые подразделяются на временные и числовые. Чаще всего в качестве временного показателя используют функцию надежности  $p(t)$ , определяемую выражением:

$$p(t) = \int_t^{\infty} f(t) dt, \quad (4.2)$$

а числового – математическое ожидание  $T_0$  случайной величины  $t$ :

$$T_0 = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} p(t) dt. \quad (4.3)$$

Физический смысл этих показателей состоит в следующем: функция надежности численно равна вероятности безотказной работы системы в фиксированный момент времени  $t$ , отсчитываемый от предшествующего отказа, а  $T_0$  – среднее время работы системы между двумя последующими отказами. Выбор того или иного показателя для количественной оценки надежности конкретной системы зависит от ее назначения. При анализе надежности городской канализационной сети физически оправданным представляется показатель в виде среднего времени безотказной работы, т. е.  $T_0$ .

Как следует из выражений (4.1)–(4.3), величина  $T_0$  полностью определяется видом закона распределения  $f(t)$ , который для конкретной системы зависит от множества факторов: количества элементов, составляющих систему, их «возраста», внешних условий, в которых она работает, качества эксплуатации и обслуживания и т. п., формирующих поток отказов. Мировая практика показывает, что для инженерных расчетов надежности сложных, многокомпонентных систем чаще всего адекватной оказывается модель простейшего (или стационарного пуассоновского) потока отказов, для которого функция  $f(t)$  имеет вид:

$$f(t) = \lambda_0 e^{-\lambda_0 t}; (t \geq 0), \quad (4.4)$$

где  $\lambda_0$  – интенсивность потока, являющаяся для этого случая величиной постоянной и связанная со средним временем безотказной работы  $T_0$  соотношением:

$$T_0 = \frac{1}{\lambda_0}. \quad (4.5)$$

В качестве математического описания потока отказов канализационной сети выглядит обоснованным, по крайней мере, на начальной стадии исследования; в качестве математического описания потока отказов канализационной сети принимать простейший поток. При этом, однако, следует иметь в виду, что факт широко используемого представления о потоке отказов сложных технических систем

как о пуассоновском сам по себе не может рассматриваться как определяющий аргумент при выборе математической модели конкретного процесса. Но фактом является и то, что адекватность простейшего потока процессам, определяющим надежность сложных систем, во многих случаях подтверждается наблюдениями над действующими объектами.

В литературе по надежности часто приводится кривая, показывающая, как изменяется интенсивность потока отказов реальных объектов с течением времени. Ее качественный вид показан на рис. 4.2.

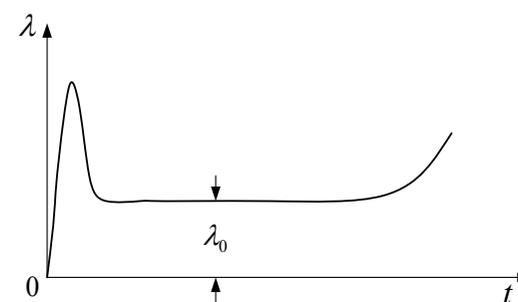


Рис. 4.2. Типичный вид зависимости интенсивности отказов от времени

На этой кривой может быть выделен временной интервал, на протяжении которого интенсивность отказов остается практически постоянной, что характерно для стационарного потока. Продолжительность этого интервала зависит от многих факторов и может составлять величину до нескольких десятков лет. Постоянство  $\lambda$  на этом интервале отражает глубинные механизмы формирования потока отказов, подтверждаемые в том числе и теоретически. В математике доказано [3]: если какой-либо поток есть результат суперпозиции (наложения) других потоков, каждый из которых характеризуется своим (не обязательно показательным) законом распределения, то результирующий поток стремится к простейшему при увеличении числа потоков, его образующих (если среди них нет доминирующего). Это условие соблюдается, когда речь идет о потоке

отказов сложной, состоящей из многих элементов системы, рассматриваемой как единый технический объект. К канализационной сети крупного города, содержащей десятки и даже сотни отдельных взаимосвязанных и взаимодействующих элементов и устройств (участки каналов и коллекторов, насосные станции и т. п.), это положение применимо в полной мере. Таким образом, изначально физических предпосылок в пользу гипотезы о стационарности потока отказов канализационной сети больше, чем в отношении какого-либо другого предположения. Отметим также немаловажное обстоятельство, состоящее в том, что большинство существующих методик расчета надежности, удобных для использования в инженерной практике, разработано именно для простейшего потока отказов [4].

Возврат канализационной сети в работоспособное состояние (в терминах теории надежности) происходит под воздействием потока восстановлений. Аргументы, аналогичные приведенным выше, дают основание предполагать, что поток восстановлений системы также простейший, характеризуемый интенсивностью  $\mu_0$ . Если это так, то интенсивность потока восстановлений  $\mu_0$  есть величина, обратная среднему времени одного ремонта системы по ликвидации отказа,  $T_p$ , и, следовательно, связана с ним выражением, аналогичным (4.5), а именно:

$$T_p = \frac{1}{\mu_0}. \quad (4.6)$$

Экспериментальное определение значений  $\lambda_0$  и  $\mu_0$  сводится к нахождению по изложенной в главе 1 (см. параграф 1.2) методике величин  $T_0$  и  $T_p$  путем обработки данных наблюдений за состояниями канализационной сети за длительное время. Отметим однако, что такой подход приемлем лишь в случае, если оба потока (отказов и восстановлений) – простейшие (стационарные пуассоновские). Если же результаты наблюдений дают основания предполагать существенную нестационарность системы, то средние значения  $T_0$  и  $T_p$  недостаточны для математического описания процессов, и тре-

буется выявление соответствующих дифференциальных законов распределения. Такая процедура принципиальных трудностей не вызывает [5], но требует большего объема данных наблюдений. Однако при практических расчетах предпочтительным и в этом случае является определение временных интервалов, на которых интенсивности потоков различны, но постоянны в пределах каждого интервала, если таковые наблюдаются (например, посезонная стационарность). При этом математическое описание процессов заведомо «огрубляется», однако появляется возможность использовать хорошо разработанные инженерные методики оценки надежности.

При известных значениях  $\lambda_0$  и  $\mu_0$  нетрудно найти финальную вероятность  $p(S_0)$  функционирования канализационной сети в безаварийном режиме (см. раздел 2.5):

$$p(S_0) = \frac{\mu_0}{\lambda_0 + \mu_0}. \quad (4.7)$$

Напомним, что  $p(S_0)$  физически показывает относительное время пребывания сети в работоспособном состоянии.

Вероятность нахождения канализационной сети в ремонте  $p(S_1)$  находится по формуле

$$p(S_1) = 1 - p(S_0) = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \mu_0} \quad (4.8)$$

и показывает относительное время ее пребывания в неработоспособном состоянии.

### 4.3. Составляющие надежности водоотводящих сетей и пути их повышения

Большинство проблем в городских системах водоотведения вызываются такими явлениями, как выход из строя водопроводящих магистралей или внезапные отключения напряжения, питающего электрические устройства сети. В подобных ситуациях основным средством обеспечения надежности служит определенный уровень компонентной избыточности, намеренно вводимый в систему таким

образом, чтобы вся сточная вода (либо максимально возможная ее часть) была доставлена к очистным сооружениям. При этом все аварийное оборудование, такое как, например, запорно-регулирующая арматура или резервные насосные агрегаты, должно быть в исправном (работоспособном) состоянии, а обслуживающий персонал обладать практическими навыками в его применении. Таким образом, повышение надежности системы водоотведения необходимо рассматривать как комплексную проблему, решаемую как на этапе ее проектирования, так и при эксплуатации, когда системой приходится управлять и поддерживать ее в требуемом техническом состоянии.

В зависимости от содержания комплекса потенциально возможных мер удобно представить надежность канализационной сети города в виде трех составляющих: структурной, конструкционной и эксплуатационной, на каждую из которых можно влиять, добиваясь ее повышения.

**Структурная надежность** зависит от конфигурации канализационной сети и, следовательно, «закладывается» на этапе ее проектирования.

Как уже указывалось в разделе 4.1, большинство городских систем водоотведения как в России, так и за рубежом построены в виде древовидных структур, в которых транспортировка сточной воды от одной точки сети к другой возможна лишь по единственному пути, т. е. через одну строго определенную последовательность каналов, коллекторов и насосных станций в одном направлении. Сооружение канализационной сети по такой схеме имеет ряд достоинств (например, стоимость строительства), однако с точки зрения надежности функционирования такая система не лишена существенных недостатков. Например, при выходе из строя какого-либо сооружения путь для всей сточной воды, поступающей на него сверху по течению, перекрывается, и происходит ее вынужденный выброс на поверхность все время, пока не будет восстановлена работоспособность поврежденного участка.

Существуют крупные города (например, Москва), в канализационных сетях которых имеются гидравлические каналы-связки как в пределах одного, так и между отдельными бассейнами канализо-

вания. Благодаря таким связкам происходит своеобразное резервирование некоторых путей транспортировки сточных вод, что повышает надежность функционирования канализационной сети в целом, поскольку в ряде случаев дает возможность осушить поврежденное сооружение, локализовав его путем перераспределения потоков сточных вод по неповрежденной части сети [6]. Степень эффективности конкретного канала-связки с точки зрения надежности зависит от его месторасположения и структуры сети в целом.

Исторически складывалось так, что сооружение каналов-связок в системах водоотведения городов вызывалось многими причинами: ростом канализуемой территории, необходимостью повышения пропускной способности некоторых участков сети и т. п., среди которых такой фактор, как надежность чаще всего не осознавался определяющим. Анализ, проведенный в [6], позволяет рекомендовать сооружение каналов-связок как целенаправленную меру по повышению надежности городской системы водоотведения в целом. Решение о строительстве таких связок должно приниматься после оценки технико-экономической эффективности различных вариантов их расположения при разработке генеральных схем реконструкции, либо при проектировании вновь создаваемых канализационных сетей.

Следует, кстати, отметить, что наличие каналов-связок придает канализационной сети свойство управляемости, и при напорно-самотечной схеме водоотведения может привести к заметному сокращению удельных затрат электроэнергии на транспортировку сточных вод [7].

**Конструкционная надежность** определяется конструктивными решениями сети, которые должны закладываться еще на стадии ее проектирования.

Сделать канализационную сеть надежной – значит увеличить вероятность  $p(S_0)$  ее работоспособного состояния в течение некоторого заданного времени. Из формулы (4.7) следует, что этого можно добиться как уменьшением значения  $\lambda_0$ , так и увеличением  $\mu_0$ .

В соответствии с широко принятой последовательной схемой расчета надежности [4] значение интенсивности потока отказов  $\lambda_0$  многокомпонентной системы трактуется как сумма интенсивностей

отказов ее элементов. Следовательно, повышение конструкционной надежности обеспечивается использованием в системе элементов, имеющих меньшие значения интенсивностей отказов.

Когда задача обеспечения необходимого уровня конструкционной надежности ставится на этапе проектирования канализационной системы, то ее решение сводится к выбору конструктивных элементов, обеспечивающих требуемое суммарное значение  $\lambda_0$ . Реально это делается с помощью справочной литературы. Однако следует учитывать, что значения интенсивностей отказов, приводимые в справочниках, могут рассматриваться лишь как приближенные, поскольку они получены при испытаниях изделий на предприятиях-изготовителях и не учитывают особенностей их функционирования в условиях конкретного города. Один и тот же конструктивный элемент (например, коллектор) в зависимости от гидрогеологических, сейсмических условий, глубины заложения ведет себя по-разному. При наличии данных наблюдений по действующим аналогам современный аппарат математической статистики [5] дает возможность выявить не только качественное, но и количественное влияние на интенсивность потока отказов как отдельных факторов, так и их сочетаний, и учесть их еще на этапе проектирования.

Некоторые технические решения, рекомендуемые для повышения конструкционной надежности канализационных систем, перечислены ниже. Они и сегодня применяются в практике проектирования; однако их важность должна быть особо подчеркнута и дополнительно переосмыслена, когда речь идет об обеспечении надежности процесса водоотведения.

*Трубы больших диаметров.* Установка труб обоснованно больших диаметров обеспечивает добавочную пропускную способность в случае возможного приема сточных вод из рядом расположенных магистралей, если последние выходят из строя. К тому же трубы большего диаметра, как правило, являются более прочными сами по себе, а интенсивность их отказов, как показывают многочисленные наблюдения, ниже, чем у труб меньшего диаметра. Следует иметь в виду, однако, что на сегодняшний день, в соответствии со строительными нормами, диаметры трубопроводов традиционно выбира-

ются под заданный расход воды через них, и их увеличение по соображениям повышения надежности, в силу отсутствия методик оценки потенциального ущерба от аварий на сети, психологически может восприниматься как экономически неэффективное, неоправданно расточительное техническое решение.

*Запорно-регулирующая арматура.* Запорно-регулирующие устройства дают возможность обслуживающему персоналу, например, при авариях, изолировать некоторые участки канализационной сети. Вентили и задвижки должны располагаться таким образом, чтобы доступ к ним был свободным и не требовал предварительного перекрытия водопроводящих магистралей для манипуляций с ними.

*Резервирование насосов.* Подавляющее большинство насосов водоотводящих систем приводится в движение двигателями, получающими энергию от централизованной электрической сети, напряжение в которой может иногда пропадать. Поэтому все крупные насосные станции должны иметь резервные перекачивающие мощности, питающиеся от альтернативных источников энергии. Обычно в качестве таких источников энергии используются дизель-генераторные установки, хотя в некоторых случаях могут применяться насосы, вращающиеся непосредственно от двигателей внутреннего сгорания. Если подачу электроэнергии можно считать высоконадежной, то имеет смысл предусмотреть возможность подвода энергии от двух или более точек электрической системы, предпочтительно максимально независимых друг от друга.

*Аварийное управление.* На КНС должна быть предусмотрена возможность управления насосами в аварийных ситуациях (в частности, с помощью ручного манипулирования всем электрическим оборудованием).

В общем потоке отказов системы определенную часть составляют отказы, порожденные ошибками людей при управлении канализационной сетью (нарушения технологической надежности). Путь снижения интенсивности потока отказов, вызываемых этой причиной, состоит в повышении квалификации обслуживающего персонала, оснащение диспетчерских пунктов дистанционной контрольно-измерительной аппаратурой и вычислительной техникой, помогающими принимать правильные решения в сложных ситуациях.

**Эксплуатационная надежность** определяется качеством эксплуатации канализационной сети.

Надежность правильно спроектированной и построенной канализационной сети во многом зависит от того, насколько эффективна система ее обслуживания. Даже для новой недавно введенной в эксплуатацию системы нельзя исключать, например, случайные разрывы труб. При этом поврежденный участок сети должен быть быстро локализован с помощью вентилей и задвижек и незамедлительно поставлен на ремонт. От времени выполнения этой операции зависит, в частности, размер подтапливаемой территории и, как следствие, экономический и экологический ущерб, наносимый городу. Таким образом, запорно-регулирующая арматура, установленная в канализационной системе, в конечном счете влияет на надежность ее функционирования. И вообще, использование потенциальных возможностей хорошо продуманной и отлаженной системы обслуживания канализационной сети может существенно повысить ее надежность. Некоторые соображения по повышению надежности сети, связанные с ее техническим содержанием и эксплуатацией, приведены ниже.

*Реестр запорно-регулирующих устройств сети.* Одна из главных задач по минимизации ущерба от аварий на сети – возможно быстрая изоляция поврежденного участка от остальной части системы, что осуществляется с помощью запорно-регулирующей арматуры. Но чтобы это сделать, необходимо знать, где конкретно эти устройства расположены. С этой целью эксплуатирующие организации должны располагать реестрами (перечнями) вентилей и задвижек, а также подробными планами участков сети с указанием мест, где они установлены. Эта информация должна обновляться всякий раз, когда на сети производятся конструктивные изменения.

*«Тренировка» запорно-регулирующей арматуры.* Знание места расположения вентиля или задвижки еще не гарантирует, что ими в случае необходимости можно воспользоваться. Для этого они должны быть в работоспособном состоянии. Авария на сети – не самое подходящее время, чтобы убедиться в их неисправности. Предотвращению подобных ситуаций может служить специально разрабо-

танная программа «тренировок» запорно-регулирующих устройств, которая должна предусматривать периодические запланированные манипуляции вентилями и задвижками. Это, в определенной мере, гарантирует их работоспособность в аварийной ситуации.

*Мобилизация ремонтных бригад.* Авария на канализационной сети может возникнуть в любой момент времени. Поэтому важно, чтобы организация, эксплуатирующая сеть, без промедления могла бы мобилизовать ремонтные бригады для ее устранения. Должны существовать планы их сбора и доставки к месту аварии вместе с необходимым оборудованием.

*Запасное оборудование.* Необходимо иметь научно обоснованное количество оборудования (труб, вентилей, гидрантов, зажимов, насадок и пр.), которое может потребоваться при ремонте поврежденных элементов канализационной сети.

*Замена и реновация труб.* Эксплуатирующие организации должны осуществлять постоянный сбор и анализ данных наблюдений по отказам на трубопроводах, заранее выявлять наиболее «слабые» участки сети и своевременно перекладывать либо восстанавливать их для предотвращения катастрофических ситуаций.

*Поддержание резервного оборудования в работоспособном состоянии.* Чтобы гарантировать надлежащее функционирование резервного оборудования в случае необходимости его использования, оно периодически должно проверяться на работоспособность в нормальных эксплуатационных режимах.

Таким образом, пути обеспечения требуемого уровня надежности системы водоотведения на стадии проектирования очевидны: необходимо использовать более прочные материалы и современные технологии строительства, а также предусмотреть (путем разработки соответствующих инструкций и правил) организационно-технические мероприятия по ее эксплуатации. Подразделение же надежности на конструкционную и эксплуатационную позволяет определить направления приоритетного инвестирования средств для изменения доли той или другой составляющей в обеспечении требуемого качества функционирования создаваемой водоотводящей сети.

С практической точки зрения не менее важной является задача

повышения надежности действующей системы водоотведения в условиях конкретного города. Представляется, что в основе определения целесообразности и эффективности мероприятий по решению этой задачи должен лежать следующий подход.

Предположим, что значения  $\lambda_0$  и  $\mu_0$  действующей системы водоотведения известны. Следовательно, можно вычислить и вероятность  $p(S_0)$  нахождения системы в работоспособном состоянии, которая физически равна относительному времени пребывания объекта в этом состоянии. Допустим, что по каким-либо причинам вероятность  $p(S_0)$  не может быть признана удовлетворительной и требуется повысить ее значение. Поставим вопрос: какие изменения в значениях  $\lambda_0$  и  $\mu_0$  ( $\Delta\lambda < 0$  и  $\Delta\mu > 0$ ) для увеличения относительного времени пребывания системы в работоспособном состоянии в стационарном режиме  $\Delta p(S_0)$  являются экономически оправданными? В предположении, что  $\Delta\lambda$  и  $\Delta\mu$  сравнительно невелики, линеаризация формулы (4.7) в окрестности точки 0 ( $\lambda_0; \mu_0$ ) дает:

$$\Delta p(S_0) = \left( \frac{\partial p}{\partial \mu_0} \right)_0 \Delta\mu + \left( \frac{\partial p}{\partial \lambda_0} \right)_0 \Delta\lambda = \frac{\lambda_0 \mu_0}{(\lambda_0 + \mu_0)^2} \left( \frac{\Delta\mu}{\mu_0} - \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \right). \quad (4.9)$$

Но численное значение  $\Delta p(S_0)$  равно приращению времени  $\Delta T$  относительно некоторого расчетного срока  $T$  (например, в один год), в течение которого канализационная сеть функционирует в безаварийном режиме. Если обозначить через  $Q_{cp}$  средний объем сточных вод, сбрасываемых в единицу времени «на рельеф» при отказе сети (т. е. при аварии), то  $\Delta T \cdot Q_{cp} = \Delta p(S_0) \cdot T \cdot Q_{cp}$  – есть общий объем сброса за время  $T$ , который удалось предотвратить за счет увеличения вероятности  $p(S_0)$ . Это приводит к уменьшению материального и экономического ущерба, наносимого городу, в размере  $k_1 \cdot \Delta p(S_0) \cdot T \cdot Q_{cp}$ , где  $k_1$  – оценка общих потерь от сброса единицы объема неочищенных сточных вод в стоимостном выражении.

С другой стороны, затраты на повышение конструкционной составляющей надежности за то же время  $T$  составят  $k_2 (\Delta\lambda / \lambda_0)$ , а совершенствование ремонтных операций обойдется в  $k_3 (\Delta\mu / \mu_0)$ , где  $k_2$  и  $k_3$  – удельные стоимости проводимых мероприятий. Следовательно, комплекс мер по совершенствованию надежности канализационной сети экономически оправдан, если эти затраты будут меньше оценки стоимости предотвращенного ущерба за время  $T$ , т. е.:

$$\left( k_3 \frac{\Delta\mu}{\mu_0} - k_2 \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \right) < k_1 \cdot \Delta p(S_0) \cdot T \cdot Q_{cp}. \quad (4.10)$$

Из соотношения (4.10) видно, что одного и того же значения левой части неравенства можно добиться различными способами, варьируя слагаемыми в скобках. При этом многое зависит от коэффициентов  $k_2$  и  $k_3$ , которые, в общем случае, не являются постоянными величинами. Значение  $k_2$  есть функция таких факторов, как техническое состояние системы ( $\lambda_0$ ); стоимость проектирования технических решений, направленных на повышение конструкционной надежности; стоимость материалов и элементов для реализации разработанных проектов; стоимость строительных работ; стоимость эксплуатации реконструированных сооружений в течение расчетного времени  $T$ ; затраты на повышение квалификации обслуживающего персонала; возможно и другие. Коэффициент  $k_3$  зависит от числа и квалификации рабочих, занятых ликвидацией аварий; оснащенности ремонтных бригад необходимым техническим оборудованием, автотранспортом; телекоммуникационных средств скорейшего оповещения диспетчерского пункта о возникновении отказов на сети и т. п. Эти два коэффициента ( $k_2$  и  $k_3$ ) объединяет то, что они поддаются представлению в аналитической форме в виде функций перечисленных аргументов и, следовательно, левая часть неравенства (4.10) может быть заранее рассчитана для любых оправданных практикой значений  $(\Delta\mu / \mu_0)$  и  $(\Delta\lambda / \lambda_0)$ .

Принципиально иначе обстоит дело с коэффициентом  $k_1$ . Этот коэффициент также зависит от многих факторов, в том числе – от места аварии на канализационной сети. С сожалением приходится констатировать, что сейчас не существует общепринятых методик расчета материального и особенно экологического ущерба от сброса неочищенных сточных вод, который может проявляться не сразу и на протяжении весьма длительного времени. Поэтому в настоящее время численное значение  $k_1$  может определяться лишь по экспертным оценкам со всеми недостатками, вытекающими из их субъективности.

Таким образом, повышение надежности действующей канализационной сети города – комплексная проблема, решение которой должно осуществляться в соответствии с предварительно разработанной долгосрочной программой, включающей в себя:

1. Сбор объективных данных о состоянии объекта. Это достигается путем систематического документирования обстоятельств, сопутствующих отказам системы (время возникновения аварии, конструктивные параметры аварийного элемента, его «возраст» и условия, в которых он функционировал; объемы сточных вод, сброшенных «на рельеф» в результате этой аварии и т. п.), и параметров процесса восстановления (время начала и продолжительности ремонта; силы и средства, привлеченные для ликвидации аварии и т. п.).

2. Неоднократный последовательно уточняющий анализ статистических данных по мере их накопления для выявления наиболее слабых мест объекта и определения тенденций развития процессов, определяющих его надежность.

3. Обобщение и анализ данных по ущербам, наносимым городу и окружающей среде в результате отказов канализационной сети, для разработки приемлемых прогнозных оценок, необходимых при выборе стратегии повышения ее надежности.

4. Разработку долгосрочной инвестиционной политики (как правило, в условиях ограниченных финансовых ресурсов), учитывающей возможность повышения общей надежности сети путем воздействия на конструкционную и/или эксплуатационную ее составляющие.

5. Разработку и осуществление конкретных плановых технических мероприятий по реализации выбранной стратегии повышения надежности объекта.

В общем потоке отказов системы водоотведения определенную часть составляют отказы, порождаемые ошибками людей при управлении канализационной сетью. Такие ошибки можно трактовать как нарушение технологической надежности. Путь снижения интенсивности отказов, вызываемых этой причиной, состоит в повышении квалификации обслуживающего персонала, оснащении диспетчерских пунктов дистанционной контрольно-измерительной аппаратурой и вычислительной техникой, помогающими принимать быстрые и правильные решения в сложных ситуациях.

#### 4.4. Специфика показателей надежности водоотводящих сетей

В последнее время все чаще стали появляться публикации, посвященные различным аспектам надежности городских систем водоотведения. И этому есть объяснение: общее экономическое положение в стране в ряде случаев привело к снижению муниципальных бюджетов, а следовательно, к уменьшению инвестиций, направляемых на развитие, модернизацию и поддержание в необходимом техническом состоянии всей городской водохозяйственной инфраструктуры. Фактом является и то, что основная часть коммуникаций и сооружений старая и находится на грани выработки своего ресурса. Это заставляет по новому, с большей степенью озабоченности, взглянуть на ближайшую перспективу и попытаться в этих условиях разработать стратегию управления водохозяйственным комплексом города, исключающую катастрофические варианты развития ситуации.

В этих условиях для интеграции и координации усилий исследователей и практиков немаловажную роль играет строгость и определенность терминологии и вводимых понятий и допущений, используемых при анализе.

Терминология не является сугубо академическим вопросом; наряду с качественным определением того или иного понятия научный (и инженерный) подход всегда предполагает указание на то, ка-

ким образом феномен (явление, ситуация), отражаемый вводимым термином, может быть «измерен», т. е. однозначно определен количественно. Отсутствие такой меры либо нечеткое указание на способ ее получения подчас может привести к нелепостям, описанным, например в [8]. Можно было бы сожалеть о том, что такие ситуации еще случаются, ратовать за соблюдение традиций классической науки и неспешно обсуждать проблему среди специалистов и ученых, если бы не одно обстоятельство. Иногда недостаточно четко сформулированные, казалось бы сугубо научные понятия и определения, «перекожевывая» в инженерные рекомендации, методики расчета и проектирования, СНИП и ОСТ, могут существенно (и не в лучшую сторону) влиять на техническую политику в той или иной отрасли. Происходит неадекватная реальности расстановка приоритетов возникающих проблем, распределение усилий, материальных и финансовых ресурсов, направляемых на их разрешение, что в конечном счете может значительно снизить эффективность принимаемых решений. Не является в этом смысле исключением и водохозяйственная инфраструктура крупного города (и канализационная система, как ее часть) и, в частности, ее надежность, в определении которой существует еще много неясностей. Поэтому подобные вопросы (в том числе терминологические) следует обсуждать, дискутировать и находить на них ответы, и академическая неспешность в данной ситуации недопустима, поскольку техническое состояние систем водоотведения многих городов, ограниченность финансирования по их реконструкции и развитию практически уже не оставляют ни времени, ни средств на возможные неэффективные, а уж тем более ошибочные решения возникающих проблем.

Когда речь идет о качественном понятии «надежность системы водоотведения», то общее определение термина «надежность», даваемое ГОСТ [2], вполне применимо и к этому объекту. Однако попытки количественно измерить степень надежности системы водоотведения как единого целого с помощью традиционно применяемых в теории показателей, таких как вероятность безотказной работы за некоторое время, средняя наработка на отказ и т. п., часто приводят к неоднозначности и нелепостям, аналогичным описанным в [8].

Действительно, что означает, например, фраза: «вероятность безотказной работы системы водоотведения в течение года равна 0,95»? Что при этом подразумевается под отказом системы? Что она 5 % времени вообще не работала? Но это абсурд! Другие трактовки цифры 0,95 возможно не лишены смысла, но требуют специальных пояснений и оговорок, что свидетельствует о необъективности и неоднозначности такой оценки. Представляется, что причина подобных несуразностей кроется в том, что показатель «вероятность безотказной работы», вполне применимый к оценке надежности отдельного элемента (например, участка коллектора), формально переносится на характеристику надежности *системы в целом*.

Известно, что определяющим в теории надежности является понятие отказа. В разделе 4.2 предложено под отказом элемента понимать событие, приводящее к сбросу из него неочищенной сточной воды на рельеф или через аварийные водовыпуски. Очевидно, такое определение специфично для сооружений канализационных сетей и, может быть, требует специального термина, например гидравлический (в отличие от механического) отказ. Имея это в виду, становится понятным, что потеря системой надежности всегда является следствием гидравлического отказа какого-либо ее элемента, но обратное утверждение, строго говоря, было бы неправильным: отказ (механический) не всякого сооружения приводит к отказу системы водоотведения в целом. Но что тогда понимать под потерей системой надежности? Разумеется, это не означает, что канализационная сеть перестала функционировать вообще; просто из-за уменьшения ее пропускной способности часть стоков не поступит на очистку, т. е. будет сброшена из системы неочищенной. Эта часть является следствием отказа какого-то конкретного элемента (сооружения, трубы), его места в сети и специфики повреждения, но в то же время некоторым образом характеризует способность системы водоотведения выполнять свои функции по транспортировке сточной воды к устройствам очистки, т. е. определяет степень надежности системы в целом. Иными словами, в данном случае под надежностью канализационной сети понимается степень эффективности ее функционирования по транспортировке сточных вод.

В данной работе надежность городской системы водоотведения в целом предлагается измерять отношением  $\gamma$  объема сточных вод  $\Delta Q$ , сбрасываемых из сети без очистки вследствие отказов сооружений, к общему (интегральному) прогнозируемому объему стоков  $Q$ , поступающих на входы канализационной сети за некоторое заданное время:

$$\gamma = \frac{\Delta Q}{Q}. \quad (4.11)$$

Из этого определения следует, что  $\gamma$  имеет численное значение, заключенное между нулем (абсолютно надежная система) и единицей (полностью неработоспособная система), т. е.  $0 \leq \gamma \leq 1$ , а любое число, лежащее между ними, характеризует степень надежности канализационной сети как единого объекта в оговоренном выше смысле. Необходимо отметить, что этот показатель, будучи объективным и однозначным, имеет «прозрачный» физический смысл и психологически более «осязаем» для специалистов, эксплуатирующих сеть служб, в отличие, например, от таких достаточно абстрактных понятий надежности, как «вероятность безотказной работы» или «наработка на отказ».

Рассматривая  $\gamma$  как комплексный показатель надежности системы водоотведения в целом, можно определить количественно состояния объекта, регламентируемые ГОСТ: исправное, неисправное, работоспособное, неработоспособное и предельное [2]. В этом случае идентификационным признаком принадлежности системы к тому или иному состоянию может служить численное значение  $\gamma$ . Интервал от нуля до единицы разбивается на количество подынтервалов, равное числу возможных состояний, а факт нахождения системы в определенном из них отражается значением показателя  $\gamma$ , принадлежащим подынтервалу, соответствующему этому состоянию:

$$0 \leq \gamma < \gamma_1 - \text{исправное};$$

$$\gamma_1 \leq \gamma < \gamma_2 - \text{неисправное};$$

$$\gamma_2 \leq \gamma < \gamma_3 - \text{работоспособное};$$

$$\gamma_3 \leq \gamma < \gamma_4 - \text{неработоспособное};$$

$$\gamma_4 \leq \gamma \leq 1 - \text{предельное}.$$

Численные значения границ подынтервалов  $\gamma_1, \gamma_2, \dots$  должны быть специфичны для конкретных условий. Они зависят от наличия в черте города или ближайших пригородов потенциальных приемников неочищенных сточных вод (река, водоем), их естественной способности перерабатывать стоки, начальной и предельно допустимой концентрации загрязняющих веществ в них и т. п., т. е. в конечном счете определяются регламентированными требованиями по охране окружающей среды данного региона.

Как видно из определения введенного комплексного показателя надежности городской канализационной сети  $\gamma$ , его расчет сводится к оценке прогнозируемого объема неочищенных сточных вод, сбрасываемых из системы за некоторое время вследствие отказов ее элементов. Устоявшаяся методика такой оценки на сегодняшний день отсутствует. Одному из возможных подходов к решению этой задачи в рамках гипотезы о стационарном характере потоков отказов и восстановлений элементов и сооружений канализационной сети, разработанному авторами и названному методом декомпозиции и эквивалентирования, а также некоторым практическим приложениям предлагаемой методики посвящен материал следующих разделов.

#### 4.5. Анализ Y-образного фрагмента канализационной сети

Обратимся снова к структуре канализационной сети (изображенной на рис. 4.1). Как видим, каналы, расположенные на любых двух смежных уровнях иерархии, находятся между собой в следующем отношении: два канала низкого уровня иерархии (или их большее число, что не принципиально) подают воду на один канал более высокого уровня иерархии. Назовем систему из таких трех каналов Y-образным фрагментом канализационной сети (рис. 4.3) и проанализируем ее с точки зрения надежности транспортировки сточной воды через нее.

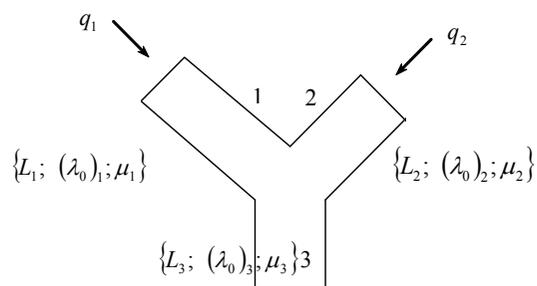


Рис. 4.3. Y-образный фрагмент канализационной сети

Каждый из трех пронумерованных каналов этого фрагмента характеризуется своей длиной  $(L_1; L_2; L_3)$ ; будем считать, что расходы сточной воды на входах каналов 1 и 2 ( $q_1$  и  $q_2$ ) известны, постоянны и равны средним значениям, вычисленным по наблюдениям в течение длительного времени. Положим, что каждый из каналов представленного фрагмента время от времени выходит из строя, ремонтируется, после чего снова включается в работу. В терминах теории надежности это означает, что любой из каналов находится под воздействием потоков отказов и восстановлений (ремонтов). Напомним, что под отказом понимается событие, состоящее в том, что пропускная способность канала становится равной нулю и, следовательно, весь расход воды, поступающей на него, сбрасывается на рельеф (на практике этот расход обычно перекачивается аварийными мобильными насосными установками в близлежащие канализационные колодцы); под восстановлением – включение канала в работу после ремонта. Как поток отказов, так и поток восстановлений характеризуются своими интенсивностями, которые, если следовать принятому допущению о стационарности потоков, физически равны средним количествам отказов и восстановлений в единицу времени. Из этого вытекает, что удельные интенсивности отказов каждого из каналов – интенсивности отказов на единицу длины  $(\lambda_0)_1, (\lambda_0)_2, (\lambda_0)_3$  – величины постоянные. Стационарный (простей-

ший) характер потока ремонтов означает, что интенсивности восстановлений каналов 1, 2 и 3 ( $\mu_1, \mu_2$  и  $\mu_3$ ) также постоянны. Полагая, что все эти величины известны.

Задача ставится таким образом: при заданных значениях всех величин, перечисленных выше, необходимо оценить объем неочищенных сточных вод, сбрасываемых из сети в течение некоторого времени (для конкретности положим, что это год).

Для решения поставленной задачи прежде всего определим, в каких состояниях может находиться рассматриваемая система трех каналов в целом. Эти состояния перечислены ниже; каждое из них пронумеровано, в скобках расшифровано, какой ситуации оно соответствует, а далее указана приписываемая этому состоянию (пока неизвестная) вероятность:

- 0: (все три канала в работе) –  $p_0$ ;
- 1: (отказ 1-го канала, остальные в работе) –  $p_1$ ;
- 2: (отказ 2-го канала, остальные в работе) –  $p_2$ ;
- 3: (отказ 3-го канала, остальные в работе) –  $p_3$ ;
- 4: (отказ 1-го и 2-го каналов, 3-й в работе) –  $p_4$ ;
- 5: (отказ 1-го и 3-го каналов, 2-й в работе) –  $p_5$ ;
- 6: (отказ 2-го и 3-го каналов, 1-й в работе) –  $p_6$ ;
- 7: (отказ всех трех каналов) –  $p_7$ .

С течением времени система случайным образом переходит из одного состояния в другое под воздействием потоков отказов и восстановлений. Этот процесс удобно отобразить с помощью графа состояний (рис. 4.4).

Пронумерованные вершины графа соответствуют возможным состояниям системы, а стрелки указывают направления ее переходов из одного состояния в другое. Около каждой стрелки указана интенсивность соответствующего потока событий (отказов или восстановлений), который она отражает, причем  $\lambda_1 = (\lambda_0)_1 L_1$ ;  $\lambda_2 = (\lambda_0)_2 L_2$ ;  $\lambda_3 = (\lambda_0)_3 L_3$ . Такой граф дает наглядное представление

о смене состояний системы. Рассмотрим, например, состояние 4 (1-й и 2-й каналы отказали, 3-й исправен (см. рис. 4.3)). Из него система может перейти в состояние 1 при окончании ремонта 2-го канала (интенсивность восстановления которого  $\mu_2$ ), в состояние 2 – при введении в работу 1-го канала ( $\mu_1$ ), в состояние 7 – если и 3-й канал выйдет из строя ( $\lambda_3$ ). Аналогично – для всех других вершин графа. Заметим, что одновременный переход системы, например, из состояния 4 в 0 невозможен, что следует из ординарности пуассоновского потока.

Определим финальные вероятности нахождения системы в каждом из состояний. С этой целью, следуя известной процедуре (см. раздел 2.5.3), составим систему линейных алгебраических уравнений относительно искомых вероятностей  $p_i (i = 0, 1, \dots, 7)$ :

$$\begin{cases} p_0(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) = \mu_1 p_1 + \mu_2 p_2 + \mu_3 p_3; \\ p_1(\lambda_2 + \lambda_3 + \mu_1) = \lambda_1 p_0 + \mu_2 p_4 + \mu_3 p_5; \\ p_2(\lambda_1 + \lambda_3 + \mu_2) = \lambda_2 p_0 + \mu_1 p_4 + \mu_3 p_6; \\ p_3(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_3) = \lambda_3 p_0 + \mu_1 p_5 + \mu_2 p_6; \\ p_4(\lambda_3 + \mu_1 + \mu_2) = \lambda_2 p_1 + \lambda_1 p_2 + \mu_3 p_7; \\ p_5(\lambda_2 + \mu_1 + \mu_3) = \lambda_3 p_1 + \lambda_1 p_3 + \mu_2 p_7; \\ p_6(\lambda_1 + \mu_2 + \mu_3) = \lambda_3 p_2 + \lambda_2 p_3 + \mu_1 p_7; \\ p_7(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) = \lambda_3 p_4 + \lambda_2 p_5 + \lambda_1 p_6. \end{cases} \quad (4.12)$$

Видно, что система уравнений (4.12) не содержит свободных членов. В силу этого она имеет бесчисленное множество решений. Для того чтобы выбрать из них единственное, необходимо заменить в (4.12) одно из уравнений (любое) условием нормировки

$$p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 = 1, \quad (4.13)$$

отражающим факт нахождения рассматриваемого объекта в одном из состояний в любой момент времени.

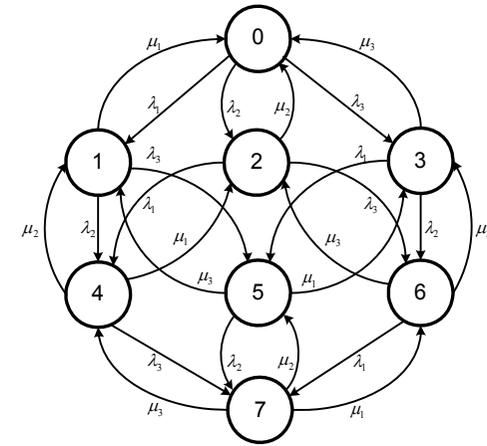


Рис. 4.4. Граф состояний Y-образного фрагмента канализационной сети

Обратим внимание на то, что система (4.12) содержит восемь уравнений, так как рассматриваемый фрагмент сети (см. рис. 4.3) состоит из трех элементов ( $n = 3$ ). Поскольку число возможных состояний, как указывалось ранее, равно  $2^n$ , то становится понятным, что количество уравнений в системе быстро нарастает с увеличением числа  $n$  элементов в объекте. Например, уже при  $n = 7$  количество уравнений в системе будет 128. Для современных компьютеров решение системы из нескольких сотен линейных алгебраических уравнений не является неразрешимой задачей, однако при ее решении необходимо использовать вычислительные методы, исключающие накопление ошибок в процессе счета.

Таким образом, решение системы уравнений (4.12) дает значения всех финальных вероятностей. Напомним, что физически найденные значения  $p_i (0 \leq p_i \leq 1)$  показывают относительные времена пребывания системы в соответствующих состояниях. Для того чтобы оценить соотношения между финальными вероятностями состояний, решим систему (4.12) для некоторых гипотетических исход-

ных данных. Зададимся:  $L_1 = 1$  км;  $L_2 = 1,5$  км;  $L_3 = 2$  км. Положим, что  $(\lambda_0)_1 = 0,42$  1/(год·км);  $(\lambda_0)_2 = 0,37$  1/(год·км);  $(\lambda_0)_3 = 0,3$  1/(год·км). Тогда  $\lambda_1 = (\lambda_0)_1 L_1 = 0,42$  1/год;  $\lambda_2 = (\lambda_0)_2 L_2 = 0,56$  1/год;  $\lambda_3 = (\lambda_0)_3 L_3 = 0,6$  1/год. Примем также  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$ . Последнее предполагает, что мощности ремонтных подразделений достаточны, чтобы считать продолжительности работ по устранению аварий независимыми друг от друга, а среднее время одного ремонта – величиной постоянной. Выберем  $\mu = 0,02$  1/ч = 175,2 1/год. Подстановка этих значений в систему уравнений (4.12) (с заменой одного из уравнений соотношением (4.13)) и решение полученной системы дают:  $p_0 = 0,991$ ;  $p_1 = 2,376 \cdot 10^{-3}$ ;  $p_2 = 3,186 \cdot 10^{-3}$ ;  $p_3 = 3,394 \cdot 10^{-3}$ ;  $p_4 = 7,594 \cdot 10^{-6}$ ;  $p_5 = 8,136 \cdot 10^{-6}$ ;  $p_6 = 1,085 \cdot 10^{-5}$ ;  $p_7 = 2,596 \cdot 10^{-8}$ .

Каждое из состояний системы характеризуется определенным объемом сброса неочищенных сточных вод  $\Delta Q_i$ , что можно отразить в виде следующей таблицы соответствия:

- $0 \rightarrow \Delta Q_0 = 0$ ;
- $1 \rightarrow \Delta Q_1 = q_1 T$ ;
- $2 \rightarrow \Delta Q_2 = q_2 T$ ;
- $3 \rightarrow \Delta Q_3 = (q_1 + q_2) T$ ;
- $4 \rightarrow \Delta Q_4 = (q_1 + q_2) T$ ;
- $5 \rightarrow \Delta Q_5 = (q_1 + q_2) T$ ;
- $6 \rightarrow \Delta Q_6 = (q_1 + q_2) T$ ;
- $7 \rightarrow \Delta Q_7 = (q_1 + q_2) T$ ,

где  $T$  – интервал времени, для которого вычисляется оценка неочищенного сброса.

Для определенности положим, что  $q_1 = 0,4$  м<sup>3</sup>/с;  $q_2 = 0,6$  м<sup>3</sup>/с, а  $T = 1$  год =  $31,536 \cdot 10^6$  с. Тогда  $\Delta Q_0 = 0$ ;  $\Delta Q_1 = 126,144 \cdot 10^5$  м<sup>3</sup>;  $\Delta Q_2 = 189,216 \cdot 10^5$  м<sup>3</sup>;  $\Delta Q_3 = \Delta Q_4 = \Delta Q_5 = \Delta Q_6 = \Delta Q_7 = 315,36 \cdot 10^5$  м<sup>3</sup>.

Оценка сброса неочищенных сточных вод за год  $\Delta Q$  рассчитывается как математическое ожидание дискретной случайной величины:

$$\Delta Q = \sum_{i=0}^7 p_i \cdot \Delta Q_i = 1,978 \cdot 10^5 \text{ м}^3, \quad (4.14)$$

что составляет 0,63 % общего объема воды  $Q = (q_1 + q_2) T = 31536 \cdot 10^3$  м<sup>3</sup>, поступившей на входы рассматриваемой системы в течение года.

Более реалистичный и, вследствие этого, чаще используемый подход исходит из того, что вероятности одновременных аварий более чем на одном из каналов рассматриваемого фрагмента очень малы. В этом нетрудно убедиться, анализируя результат расчета, приведенный чуть выше. Если положить, что эти вероятности равны нулю, то можно видеть, что система каналов, изображенная на рис. 4.3, будет иметь теперь только четыре возможных состояния, а именно:

- 0: (все три канала в работе) –  $p_0$ ;
- 1: (отказ 1-го канала, остальные в работе) –  $p_1$ ;
- 2: (отказ 2-го канала, остальные в работе) –  $p_2$ ;
- 3: (отказ 3-го канала, остальные в работе) –  $p_3$ .

Граф состояний, соответствующий этому случаю, показан на рис. 4.5.

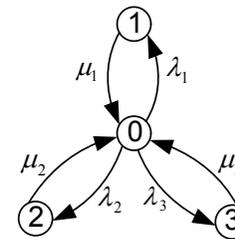


Рис. 4.5. Упрощенный граф Y-образного фрагмента сети

Тогда система уравнений для нахождения финальных вероятностей приобретает вид:

$$\begin{cases} p_0(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) = p_1\mu_1 + p_2\mu_2 + p_3\mu_3; \\ p_1\mu_1 = p_0\lambda_1; \\ p_2\mu_2 = p_0\lambda_2; \\ p_3\mu_3 = p_0\lambda_3. \end{cases} \quad (4.15)$$

Система уравнений (4.15) легко решается аналитически. Полагая, как и прежде,  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$ , и имея в виду, что  $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1$ , получаем для финальных вероятностей:

$$\begin{aligned} p_0 &= \frac{\mu}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \mu}; \\ p_1 &= \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \mu}; \\ p_2 &= \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \mu}; \\ p_3 &= \frac{\lambda_3}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \mu}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Так же, как это делалось выше, можно записать таблицу соответствия возможных состояний и сбросов неочищенных сточных вод и для этого случая:

$$\begin{aligned} 0 &\rightarrow \Delta Q_0 = 0; \\ 1 &\rightarrow \Delta Q_1 = q_1 T; \\ 2 &\rightarrow \Delta Q_2 = q_2 T; \\ 3 &\rightarrow \Delta Q_3 = (q_1 + q_2) T \end{aligned}$$

и получить оценку объема неочищенных сточных вод, сбрасываемых из сети на рельеф вследствие отказов каналов (как математическое ожидание случайной величины):

$$\Delta Q = \sum_{i=0}^3 p_i \cdot \Delta Q_i = \frac{(\lambda_1 + \lambda_3)q_1 + (\lambda_2 + \lambda_3)q_2}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \mu} T. \quad (4.17)$$

При данных, приведенных выше, вычисление по формуле (4.17) дает:

$$\Delta Q = 1,969 \cdot 10^5 \text{ м}^3, \quad (4.18)$$

что практически совпадает с ранее полученной оценкой (см. (4.14)).

#### 4.6. Замена Y-образного фрагмента сети

При оценке объема неочищенного сброса из реальной существенно разветвленной, многоэлементной канализационной сети с использованием метода пространства состояний возникают определенные трудности. Они связаны с тем, что, как уже указывалось, число возможных состояний с увеличением количества элементов (участков каналов) резко возрастает. Высокий порядок задачи обуславливает вычислительные сложности при решении соответствующей системы уравнений, записанной относительно финальных вероятностей состояний системы. Ниже предлагается подход, который позволяет значительно упростить процедуру оценки объема неочищенного сброса из древовидной, разветвленной канализационной сети города, определяемого случайным выходом из строя отдельных ее элементов.

Вначале напомним, что среднее относительное время нахождения системы, которая может иметь лишь два состояния – работоспособное и неработоспособное, в неработоспособном состоянии равно (см. (4.8)):  $\lambda / (\lambda + \mu)$ .

Вернемся к рис. 4.3 и представим себе некий фиктивный канал 1–2–3 с неизвестной пока интенсивностью отказов  $\lambda_{\text{ЭКВ}}$ , на вход которого поступает расход сточной воды равный  $(q_1 + q_2)$ . Тогда объем неочищенного сброса из такого канала  $\Delta Q_{123}$  за время  $T$  составит:

$$\Delta Q_{123} = \frac{\lambda_{\text{ЭКВ}}}{\lambda_{\text{ЭКВ}} + \mu} (q_1 + q_2) T. \quad (4.19)$$

Определим теперь  $\lambda_{\text{экв}}$  из условия, что объем сброса для Y-образной системы и из фиктивного канала, ее заменяющего, один и тот же. С этой целью приравняем выражения (4.19) и (4.17) и решим полученное уравнение относительно  $\lambda_{\text{экв}}$ . В результате имеем:

$$\lambda_{\text{экв}} = \frac{\mu(\lambda_1 + \lambda_3)q_1 + \mu(\lambda_2 + \lambda_3)q_2}{(\lambda_2 + \mu)q_1 + (\lambda_1 + \mu)q_2}. \quad (4.20)$$

Обычно на практике среднее время между отказами намного превышает среднее время одного ремонта, так что  $\mu \gg \lambda$ , и, следовательно, можно считать:

$$\lambda + \mu \approx \mu. \quad (4.21)$$

С учетом (4.21) выражение (4.20) приобретает вид:

$$\lambda_{\text{экв}} \approx \frac{(\lambda_1 + \lambda_3)q_1 + (\lambda_2 + \lambda_3)q_2}{q_1 + q_2}. \quad (4.22)$$

Таким образом, Y-образный фрагмент сети, показанный на рис. 4.3, формально может быть заменен одним эквивалентным фиктивным каналом с интенсивностью отказов  $\lambda_{\text{экв}}$  и расходом сточной воды на его входе  $(q_1 + q_2)$ , что поясняется рис. 4.6.

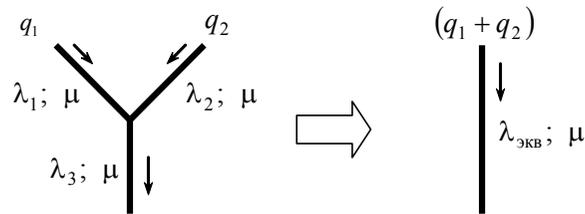


Рис. 4.6. К процедуре эквивалентирования Y-образного фрагмента сети

Такая замена оказывается весьма продуктивной при оценке прогнозируемого неочищенного сброса из древовидной многоэлементной канализационной сети в целом с помощью предложенного авторами метода, излагаемого ниже.

### 4.7. Метод декомпозиции и эквивалентирования

Идея, лежащая в основе предлагаемого метода оценки надежности канализационной сети, названного нами методом декомпозиции и эквивалентирования, заключается в последовательных заменах Y-образных подсистем фиктивными (эквивалентными) элементами, значения интенсивностей отказов которых рассчитывается по формуле (4.22).

Использование метода декомпозиции и эквивалентирования для расчета прогнозируемого сброса неочищенной сточной воды применительно к древовидной канализационной сети удобно показать на следующем примере.

Рассмотрим сеть (рис. 4.7), содержащую семь элементов (участков каналов), для каждого из которых заданы  $\lambda_i$  ( $i=1-7$ ) и  $\mu$ .

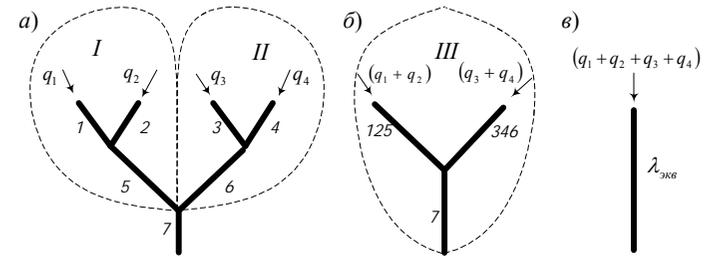


Рис. 4.7. Последовательное преобразование 7-элементной канализационной сети

Положим, что расходы сточной воды на входах сети  $(q_1, q_2, q_3, q_4)$  постоянны и известны. Необходимо оценить объем неочищенного сброса из этой сети, вызываемый выходом из строя отдельных каналов, за некоторое время прогноза  $T$ .

Рассмотрим сначала контуры I и II, показанные на рис. 4.7, а. Каждый из них включает в себя три канала, представляющих Y-образную подсистему, и, следовательно, может быть заменен одним эквивалентным элементом с соответствующим значением интенсивности отказов  $\lambda_{\text{экв}}$ , вычисляемым по формуле (4.22). В результате

такой замены исходная сеть представляется в виде, показанном на рис. 4.7, б). Теперь замечаем, что получившаяся структура опять представляет собой Y-образную подсистему (контур III) и, значит, в отношении нее также может быть проведена процедура эквивалентирования (с учетом исходных данных, полученных на предыдущем этапе). Осуществляя ее, приходим к единственному фиктивному каналу (рис. 4.7, в), объем сброса из которого определяется по выражению, аналогичному (4.19). Поставленная задача решена.

Как можно видеть, решение задачи не потребовало ни графа состояний объекта, ни составления системы уравнений по нему, а свелось к поэтапному выделению Y-образных подсистем (декомпозиция сети) с последующим их эквивалентированием. При этом на каждом этапе в качестве исходных данных используются результаты, полученные на предшествующем шаге.

Несмотря на то что процедура декомпозиции и эквивалентирования продемонстрирована на сравнительно простом примере, Эона легко распространяется на случай расчета неочищенного сброса из многокомпонентной древовидной канализационной сети. Числовой пример такого расчета приведен в следующем параграфе.

#### 4.8. Пример расчета оценки надежности канализационной сети

Рассчитаем надежность канализационной сети, содержащей 15 элементов.

Напомним, что в качестве числового показателя надежности здесь понимается относительный объем неочищенных сточных вод, сбрасываемых из сети вследствие отказов отдельных ее участков, в течение некоторого времени прогноза  $T$ .

Будем считать, что интенсивности отказов всех элементов сети  $\lambda_i$  ( $i = 1-15$ ), равно как и  $\mu$ , известны, а расходы воды на входах сети – постоянные величины.

Для проведения числовых расчетов необходимо иметь исходные данные. Положим, что они таковы:  $\lambda_1 = 0,52$  1/год;  $\lambda_2 = 0,68$  1/год;  $\lambda_3 = 0,792$  1/год;  $\lambda_4 = 0,91$  1/год;  $\lambda_5 = 1,344$  1/год;  $\lambda_6 = 0,83$  1/год;

$\lambda_7 = 0,75$  1/год;  $\lambda_8 = 0,025$  1/год;  $\lambda_9 = 0,852$  1/год;  $\lambda_{10} = 0,62$  1/год;  $\lambda_{11} = 0,837$  1/год;  $\lambda_{12} = 1,1$  1/год;  $\lambda_{13} = 0,025$  1/год;  $\lambda_{14} = 0,5$  1/год;  $\lambda_{15} = 0,025$  1/год; а  $\mu = 365$  1/год для всех участков. Зададимся также расходами воды на входах сети:  $q_1 = 0,3$  м<sup>3</sup>/с;  $q_2 = 0,9$  м<sup>3</sup>/с;  $q_3 = 0,6$  м<sup>3</sup>/с;  $q_4 = 0,4$  м<sup>3</sup>/с;  $q_5 = 0,5$  м<sup>3</sup>/с;  $q_6 = 0,1$  м<sup>3</sup>/с;  $q_7 = 0,5$  м<sup>3</sup>/с;  $q_8 = 0,7$  м<sup>3</sup>/с. Кроме того, предположим, что  $T = 1$  год =  $31,536 \cdot 10^6$  с. Для сокращения вычислений, но без потери общности, будем считать, что каждый участок сети (элемент) имеет длину, равную 1 км. Отметим, что все данные гипотетические и выбраны из соображений удобства расчетов.

Сначала рассмотрим контуры I, II и III (на рис. 4.8, а) они выделены штриховыми линиями). Каждый из них – Y-образная система, и, следовательно, может быть заменена одним эквивалентным каналом с соответствующим значением интенсивности отказов, вычисляемым по предложенной в разделе 4.6 методике. Используя выражение (4.22), с учетом новых обозначений для контура I имеем:

$$\lambda_I = \lambda_{2-3-9} = \frac{(\lambda_2 + \lambda_9)q_2 + (\lambda_3 + \lambda_9)q_3}{q_2 + q_3} = 1,577 \text{ 1/год.}$$

Аналогично для контура II:

$$\lambda_{II} = \lambda_{5-6-11} = \frac{(\lambda_5 + \lambda_{11})q_5 + (\lambda_6 + \lambda_{11})q_6}{q_5 + q_6} = 2,095 \text{ 1/год}$$

и для контура III:

$$\lambda_{III} = \lambda_{7-8-12} = \frac{(\lambda_7 + \lambda_{12})q_7 + (\lambda_8 + \lambda_{12})q_8}{q_7 + q_8} = 1,427 \text{ 1/год.}$$

Полученные результаты позволяют представить исходную сеть в виде, показанном на рис. 4.8, б). Но теперь видно, что на этой структуре опять можно выделить Y-образные трехэлементные подсистемы (контуры IV и V), и по формуле (4.22) рассчитать интенсивности отказов заменяющих их фиктивных элементов. Так, для контура IV имеем:

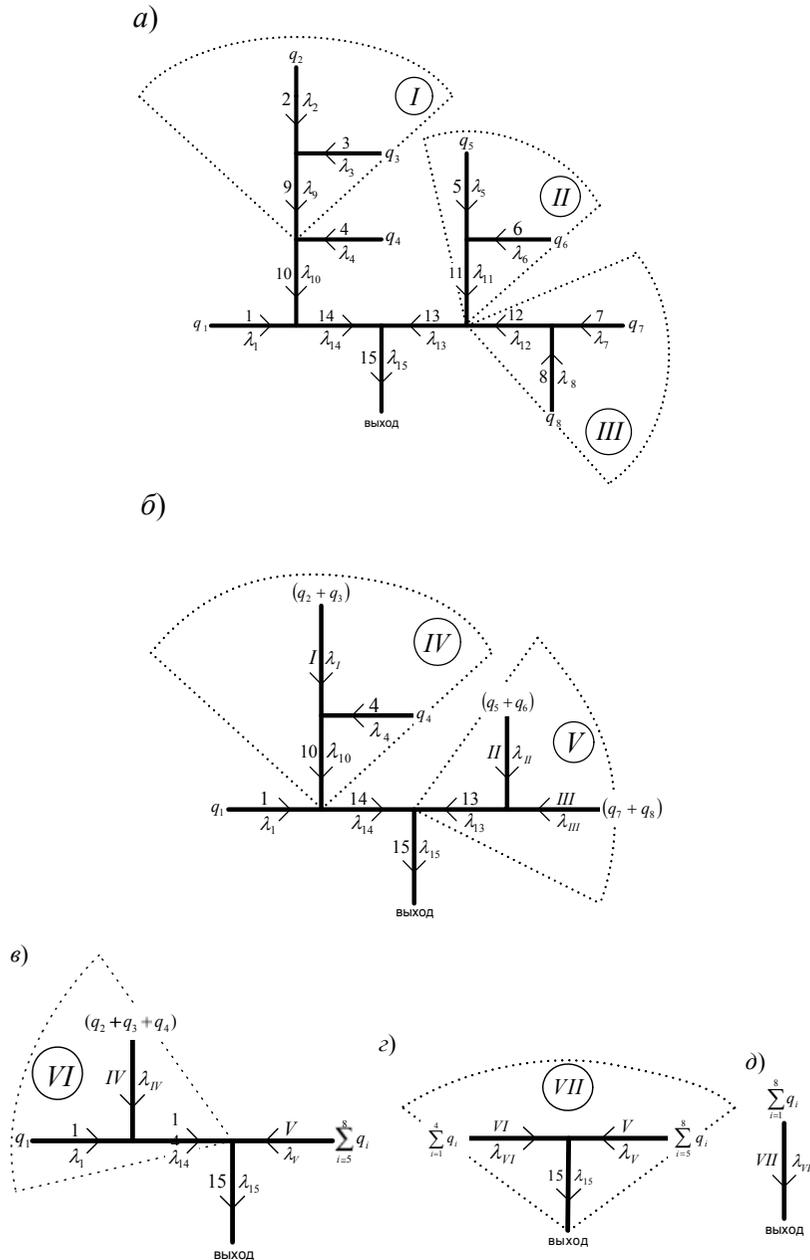


Рис. 4.8. Структурная схема рассматриваемой канализационной сети

$$\lambda_{IV} = \lambda_{I-4-10} = \frac{(\lambda_1 + \lambda_{10})(q_2 + q_3) + (\lambda_4 + \lambda_{10})q_4}{q_2 + q_3 + q_4} = 2,057 \text{ 1/год},$$

а для контура V:

$$\lambda_V = \lambda_{II-13-III} = \frac{(\lambda_{II} + \lambda_{13})(q_5 + q_6) + (\lambda_{III} + \lambda_{13})(q_7 + q_8)}{q_5 + q_6 + q_7 + q_8} = 1,675 \text{ 1/год}.$$

Далее структура, показанная на рис. 4.8, б, может быть заменена сетью, изображенной на рис. 4.8, в, где снова выделяется Y-образный фрагмент (контур VI). Эквивалентируя этот контур снова одним фиктивным каналом с интенсивностью отказов

$$\lambda_{VI} = \lambda_{I-IV-14} = \frac{(\lambda_1 + \lambda_{14})q_1 + (\lambda_{IV} + \lambda_{14})(q_2 + q_3 + q_4)}{q_1 + q_2 + q_3 + q_4} = 2,347 \text{ 1/год},$$

приходим к структуре рис. 4.8, г.

Но сеть на этом рисунке сама по себе представляет Y-образную подсистему (контур VII) и может быть, как и в предыдущих случаях, заменена одним каналом (см. рис. 4.8, д). Таким образом, исходную сеть (рис. 4.8, а) можно представить в виде одного фиктивного канала, интенсивность отказов которого равна:

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{ЭКВ}} = \lambda_{VII} = \lambda_{VI-15-V} = & \\ = \frac{(\lambda_{VI} + \lambda_{15})(q_1 + q_2 + q_3 + q_4) + (\lambda_V + \lambda_{15})(q_5 + q_6 + q_7 + q_8)}{q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6 + q_7 + q_8} = & \\ = 2,07 \text{ 1/год}. & \end{aligned}$$

Теперь можно вычислить объем неочищенного сброса  $\Delta Q$  из этого канала в течение года. Имея в виду формулу (4.8) и ее физический смысл, получаем:

$$\Delta Q = \frac{\lambda_{\text{ЭКВ}}}{\lambda_{\text{ЭКВ}} + \mu} (q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6 + q_7 + q_8) T = 0,711 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

Общий объем сточной воды  $Q$ , принимаемый сетью в течение года, равен:

$$Q = \left( \sum_{i=1}^8 q_i \right) T = 126,144 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

Имея эти данные, в соответствии с (4.11) вычисляем показатель надежности  $\gamma$  рассматриваемой канализационной сети:

$$\gamma = \frac{\Delta Q}{Q} = \frac{0,711 \cdot 10^6}{126,144 \cdot 10^6} = 0,0056.$$

Это означает, что в течение следующего года из сети вследствие выхода из строя отдельных каналов на поверхность выльется 0,56 % от общего объема сточных вод, поступивших в систему.

Как видно из этого примера, применение метода декомпозиции и эквивалентирования не требует решения системы уравнений большой размерности, что совершенно необходимо при использовании графа состояний. Задача сводится к поэтапной последовательности простых вычислений с использованием на каждом этапе результатов расчета, полученных на предшествующем шаге.

#### 4.9. Пример практического использования предлагаемого метода

Одной из важных задач прикладной теории надежности является определение своевременности и очередности мероприятий по модернизации систем и объектов водопроводно-канализационного хозяйства города. Разработка стратегии перспективной реконструкции объекта осуществляется в два этапа: на первом выявляется его техническое состояние (в смысле надежности) на данный момент; на втором – выбираются элементы и сооружения, в отношении которых необходимо проведение капитального ремонта или их замена, чтобы объект удовлетворял требованиям по надежности функционирования в течение некоторого прогнозируемого срока.

В зависимости от цели исследования и специфики объекта надежность его состояния может оцениваться, как уже неоднократно говорилось, различными показателями: средним временем наработ-

ки до следующего отказа, вероятностью безотказной работы в течение определенного времени и др. Напомним, что нами принят показатель в виде объема неочищенных сточных вод, сбрасываемых из сети за некоторое время. Отметим, что любой показатель, используемый в качестве меры надежности объекта *в данный момент времени* по существу отражает его способность выполнять свои функции *в будущем*, что является характерной и физически объяснимой особенностью надежностных расчетов вообще.

Использование метода декомпозиции и эквивалентирования в качестве подсистемы поддержки принятия решений при разработке плана реконструкции канализационной сети покажем на примере идеализированной, но достаточно близкой к практике постановке задачи на примере системы водоотведения, изображенной на рис. 4.8, а). Допустим, что вычисленное в предыдущем параграфе значение показателя надежности сети, отражающее ее текущее техническое состояние, приводит к выводу о необходимости повышения надежности путем замены (или капитального ремонта) отдельных каналов сети. Положим также, что объем средств, выделяемых для этой цели, ограничен и позволяет произвести реконструкцию лишь одного из них. Необходимо определить, замена какого из каналов на новый является предпочтительной по критерию минимума потенциального сброса неочищенных сточных вод из сети в течение некоторого предстоящего периода времени (например, одного года).

С точки зрения математики, ремонт или замена канала новым – это уменьшение интенсивности его отказов. Будем считать, что новая труба характеризуется постоянной интенсивностью отказов  $\lambda_n$ , обычно указываемой предприятием-изготовителем в технической документации на изделие. Следовательно, анализ эффективности принимаемых решений сводится к выполнению расчетов, аналогичных вышеприведенным при формальной замене интенсивности отказов канала, соответствующего рассматриваемому варианту, значением  $\lambda_n$ , и сравнению получающихся результатов. Предпочтительным будет тот вариант, при котором объем прогнозируемого неочищенного сброса окажется наименьшим.

Вычислим показатель надежности рассматриваемой канализационной сети, предположив, что в ней уже произведена замена участка 1 (см. рис. 4.8, а)). Заменяв в исходных данных примера интенсивность отказов 1-го канала ( $\lambda_1 = 0,52$  1/год) на  $\lambda_1 = \lambda_n = 0,025$  1/год, где  $\lambda_n$  – интенсивность отказов новой трубы, заменившей 1-й канал. Выполняя вычисления, аналогичные произведенным в предыдущем параграфе, получим объем прогнозируемого сброса  $\gamma_1$ , выраженный в процентах от общего объема сточных вод, принятых сетью; он будет равен  $\gamma_1 = 0,55$  %. Повторяя аналогичные расчеты в отношении каждого канала исходной сети, получим результаты, показанные в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Номер заменяемого участка	1	2	3	4	5	6
Значение $\gamma_i$	0,55	0,52	0,53	0,54	0,52	0,56
Номер заменяемого участка	7	9	10	11	<b>12</b>	14
Значение $\gamma_i$	0,54	0,48	0,49	0,53	<b>0,47</b>	0,49

Обратим внимание на то, что таблица не содержит данных относительно каналов 8, 13 и 15. Это объясняется тем, что интенсивности отказов этих каналов (см. исходные данные) изначально равны интенсивности отказов новых труб (0,025 1/год), и, значит, их замена не имеет смысла в контексте решаемой задачи.

Анализируя данные табл. 4.1, приходим к выводу, что наибольший эффект дает замена канала 12 (в таблице выделено жирным шрифтом), поскольку в этом случае из сети будет сброшен неочищенным наименьший объем сточных вод. Однако подобный анализ учитывает, возможно, главный – экологический, но не единственный

аспект задачи. В реальных условиях решение о реконструкции конкуретного канала должно приниматься после всестороннего технико-экономического обоснования всех конкурирующих вариантов.

#### 4.10. Учет старения элементов сети

Необходимый статистический материал для совершенствования методик оценки технического состояния исследуемых объектов и разработки мероприятий по повышению их надежности дают реальные данные по интенсивности отказов. Вместе с тем корректность их теоретической обработки для получения обобщающих математических моделей и показателей надежности в ряде случаев требует критического анализа и обсуждения.

Публикуемые данные об отказах, отражая реальность, все чаще свидетельствуют о нестационарности надежностных процессов в системах и элементах водопроводно-канализационного хозяйства. Такие элементы в теории надежности принято называть стареющими [4.9]. Характерным для стареющих элементов является возрастание интенсивности отказов  $\lambda$  с течением времени, т. е.  $\lambda = \lambda(t)$ . Однако широко используемая инженерная методика расчета показателей надежности исходит из предположения, что  $\lambda = \text{const}$ , т. е. из гипотезы о стационарности процессов. Следовательно, применение расчетных формул для оценки таких показателей надежности, как средняя продолжительность жизни объекта или вероятность его безотказной работы за некоторое время, справедливых лишь для стационарного случая, для стареющих элементов с математической точки зрения оказывается некорректным. Таким образом, замена нестационарного потока отказов стационарным приводит к погрешности. Насколько велика эта погрешность? От чего она зависит? При каких условиях нестационарностью потока отказов можно пренебречь? Вот вопросы, которые приобретают особую практическую значимость при анализе надежности стареющих элементов.

Напомним, что все характеристики надежности взаимосвязаны. Так, вероятность безотказной работы (функция надежности)  $i$ -го

элемента  $p_i(t)$  выражается через интенсивность его отказов  $\lambda_i(t)$  с помощью следующего общего соотношения:

$$p_i(t) = \exp\left\{-\int_0^t \lambda_i(t) dt\right\}. \quad (4.23)$$

В частном случае стационарного потока отказов, когда  $\lambda_i(t) = \text{const} = (\lambda_i)_c$ , подстановка этого значения в выражение (4.23) дает для функции надежности  $(p_i)_c(t)$ :

$$(p_i)_c(t) = \exp\{-(\lambda_i)_c t\}. \quad (4.24)$$

Произведем замену реального нестационарного потока отказов с интенсивностью  $\lambda_i(t)$  эквивалентным фиктивным стационарным потоком с пока неизвестной постоянной интенсивностью  $(\lambda_i)_c$ , привлекая дополнительные условия. Такие условия могут быть разными. Потребуем, например, чтобы к некоторому прогнозируемому времени  $T_{пр}$  функции надежности элемента, находящегося под воздействием реального и фиктивного (стационарного) потоков отказов, имели бы одинаковые значения, т. е.

$$p_i(t = T_{пр}) = (p_i)_c(t = T_{пр}). \quad (4.25)$$

С учетом (4.24) и (4.25) имеем:

$$\int_0^{T_{пр}} \lambda_i(t) dt = (\lambda_i)_c T_{пр} \quad (4.26)$$

и, разрешая это уравнение относительно искомой  $(\lambda_i)_c$ , получаем:

$$(\lambda_i)_c = \frac{1}{T_{пр}} \int_0^{T_{пр}} \lambda_i(t) dt. \quad (4.27)$$

Таким образом, получено значение интенсивности отказов фиктивного стационарного процесса, выраженное через параметры зависимости  $\lambda_i(t)$  стареющего элемента, наилучшее в смысле принятого критерия подбора  $(\lambda_i)_c$ .

Часто хорошее приближение математического описания процесса старения  $i$ -го элемента дается возрастающей экспоненциальной функцией вида:

$$\lambda_i(t) = (\lambda_i)_0 e^{\alpha_i t}, \quad (\alpha_i \geq 0), \quad (4.28)$$

где  $(\lambda_i)_0$  – значение интенсивности отказов  $i$ -го элемента в настоящий момент времени ( $t = 0$ ), а  $\alpha_i$  – коэффициент его старения.

Подставляя (4.28) в (4.27) и выполняя необходимое интегрирование, получаем:

$$(\lambda_i)_c = (\lambda_i)_0 \frac{e^{\alpha_i T_{пр}} - 1}{\alpha_i T_{пр}}, \quad (4.29)$$

что дает возможность «стационаризовать» исходный нестационарный поток отказов в пределах времени прогноза  $T_{пр}$ .

График зависимости  $(\lambda_i)_c / (\lambda_i)_0 = f(\alpha_i T_{пр})$  показан на рис. 4.9.

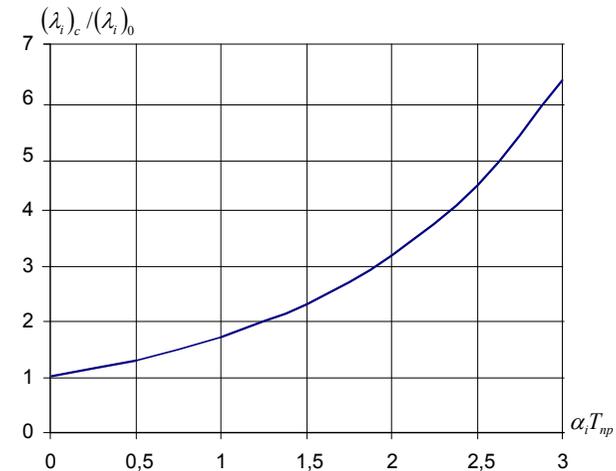


Рис. 4.9. Зависимость относительной интенсивности отказов от времени

Важность учета старения элементов системы покажем, продолжая пример, начатый в разделе 4.9.

Положим, что постановка задачи (определение наиболее выгодной замены одного канала сети, изображенной на рис. 4.8, а)) и исходные условия остаются такими же, как в разобранным примере. Примем однако, что обработка статистики отказов за существенно большее предшествующее время показала, что все каналы, за исключением новых 8, 13 и 15, «стареют», т. е. интенсивности их отказов возрастают с течением времени и адекватно описываются зависимостями вида (4.29) с коэффициентами старения, имеющими значения:  $\alpha_1 = 0,1$  1/год;  $\alpha_2 = 0,5$  1/год;  $\alpha_3 = 0,6$  1/год;  $\alpha_4 = 0,5$  1/год;  $\alpha_5 = 0,7$  1/год;  $\alpha_6 = 0,9$  1/год;  $\alpha_7 = 0,2$  1/год;  $\alpha_8 = 0$ ;  $\alpha_9 = 1,5$  1/год;  $\alpha_{10} = 0,4$  1/год;  $\alpha_{11} = 1,5$  1/год;  $\alpha_{12} = 0,2$  1/год;  $\alpha_{13} = 0$ ;  $\alpha_{14} = 0,27$  1/год;  $\alpha_{15} = 0$ . Стационаризуем потоки отказов, определяя соответствующие значения  $(\lambda_i)_c$  по формуле (4.29) при  $T_{пр} = 1$  год. Так, для канала 1 получим:

$$(\lambda_1)_c = \lambda_1 \frac{e^{\alpha_1 T_{пр}} - 1}{\alpha_1 T_{пр}} = 0,52 \cdot \frac{e^{0,1 \cdot 1} - 1}{0,1 \cdot 1} = 0,547 \text{ 1/год.}$$

Поступая аналогичным образом в отношении и других каналов, окончательно имеем:  $(\lambda_1)_c = 0,547$  1/год;  $(\lambda_2)_c = 0,882$  1/год;  $(\lambda_3)_c = 1,085$  1/год;  $(\lambda_4)_c = 1,181$  1/год;  $(\lambda_5)_c = 1,946$  1/год;  $(\lambda_6)_c = 1,346$  1/год;  $(\lambda_7)_c = 0,830$  1/год;  $(\lambda_8)_c = 0,025$  1/год;  $(\lambda_9)_c = 1,978$  1/год;  $(\lambda_{10})_c = 0,762$  1/год;  $(\lambda_{11})_c = 1,943$  1/год;  $(\lambda_{12})_c = 1,218$  1/год;  $(\lambda_{13})_c = 0,025$  1/год;  $(\lambda_{14})_c = 0,574$  1/год;  $(\lambda_{15})_c = 0,025$  1/год.

Теперь проведем расчеты, аналогичные тем, которые были сделаны в разделе 4.8, заменяя в формулах  $\lambda_i$  на  $(\lambda_i)_c$ . Результаты этих расчетов сведены в табл. 4.2. Для удобства анализа в этой таблице, наряду с рассчитанными значениями относительного прогнозируемого сброса  $\gamma_i^{стар}$ , воспроизведены также данные из табл. 4.1 (строка, содержащая значения  $\gamma_i$ ).

Таблица 4.2

Номер заменяемого участка	1	2	3	4	5	6
Значение $\gamma_i$	0,55	0,52	0,53	0,54	0,52	0,56
Значение $\gamma_i^{стар}$	0,81	0,77	0,78	0,79	0,76	0,81
Номер заменяемого участка	7	9	10	11	12	14
Значение $\gamma_i$	0,54	0,48	0,49	0,53	<b>0,47</b>	0,49
Значение $\gamma_i^{стар}$	0,79	<b>0,62</b>	0,72	0,74	0,72	0,74

Данные этой таблицы позволяют сделать следующие выводы:

- прогнозируемые сбросы неочищенных сточных вод при учете старения каналов всегда больше чем в случае, когда старение не принимается во внимание;
- из последней строки табл. 4.2 видно, что наибольший эффект дает замена 9-го канала (без учета старения предпочтительней оказалась перекладка 12-го канала!).

Отсюда следует, что неучет процессов старения элементов канализационной сети может привести к не самому рациональному варианту (в смысле принятого здесь критерия надежности) при принятии решения по реновации системы.

#### 4.11. Стационаризация потока при сезонно изменяющейся интенсивности отказов

Имеются наблюдения, показывающие, что для некоторых элементов систем водоснабжения и канализации (например, уложенных под землей труб, особенно в регионах с влажным климатом) число аварий в единицу времени проявляет тенденцию к колебаниям с периодичностью в один год. Существуют объяснения, связывающие

этот феномен с сезонными изменениями условий окружающей среды, что влияет на скорость протекания процессов (коррозия металла, подземные блуждающие токи и т. п.), приводящих к отказам. Таким образом, исследование надежности объектов, находящихся под воздействием нестационарного потока отказов (и восстановлений) с интенсивностью, изменяющейся от сезона к сезону, представляет как теоретический, так и практический интерес.

При инженерных расчетах такой поток отказов, действующий на объект, полагают обычно стационарным с некоторой постоянной интенсивностью  $\lambda_c$ . При этом, однако, выбор численного значения этой интенсивности чаще всего не имеет теоретического обоснования и остается субъективным. Обычно  $\lambda_c$  считают численно равной, например, среднему значению по отношению к наблюдаемым данным, что, как показано ниже, может привести к погрешностям в оценке показателей надежности.

Здесь предлагается более строгий подход к определению параметра эквивалентного стационарного потока, заменяющего реальный, когда интенсивность отказов – периодическая кусочно-постоянная функция времени. При этом значение интенсивности эквивалентного стационарного потока отказов  $\lambda_c$  определяется теперь из условия, что при такой замене среднее время жизни исследуемого элемента остается неизменным.

Положим, что интенсивность отказов  $\lambda$  изменяется с течением времени так, как это показано на рис. 4.10.

Выразим  $\lambda(t)$  в аналитической форме:

$$\lambda(t) = \begin{cases} \lambda_n; & (k-1)\tau \leq t < (k-1)\tau + \beta\tau; \\ \lambda_b; & (k-1)\tau + \beta\tau \leq t < k\tau, \end{cases} \quad (4.30)$$

где  $\lambda_n$  и  $\lambda_b$  – нижнее и верхнее значения интенсивности отказов, соответственно;  $\tau$  – период;  $\beta$  – относительная часть периода, в которой интенсивность отказов равна  $\lambda_n$  ( $0 \leq \beta \leq 1$ );  $k$  – номер периода ( $k = 1, 2, 3, \dots$ );  $t$  – текущее время. Выразим  $\lambda(t)$  в аналитической форме:

$$\lambda(t) = \begin{cases} \lambda_n; & (k-1)\tau \leq t < (k-1)\tau + \beta\tau; \\ \lambda_b; & (k-1)\tau + \beta\tau \leq t < k\tau, \end{cases} \quad (4.30)$$

где  $\lambda_n$  и  $\lambda_b$  – нижнее и верхнее значения интенсивности отказов, соответственно;  $\tau$  – период;  $\beta$  – относительная часть периода, в которой интенсивность отказов равна  $\lambda_n$  ( $0 \leq \beta \leq 1$ );  $k$  – номер периода ( $k = 1, 2, 3, \dots$ );  $t$  – текущее время.

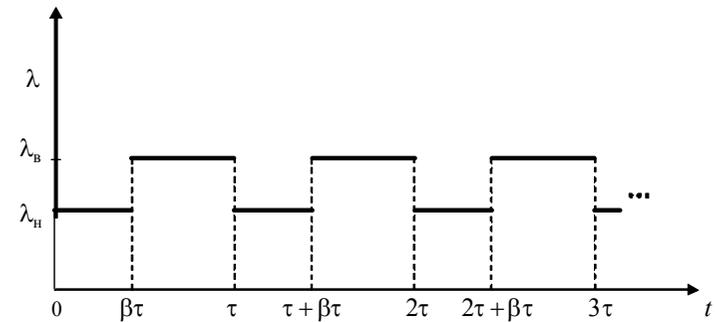


Рис. 4.10. Периодическая кусочно-постоянная функция интенсивности отказов

Зависимость (4.30) есть математическая модель рассматриваемого нестационарного потока отказов.

С учетом связи между функцией надежности  $p(t)$  и интенсивностью отказов  $\lambda(t)$  среднее время жизни объекта  $T$  (среднее время его наработки на отказ) вычисляется как:

$$T = \int_0^{\infty} p(t) dt = \int_0^{\infty} \exp \left[ - \int_0^t \lambda(t) dt \right] dt. \quad (4.31)$$

Определим  $T$  для случая, когда  $\lambda(t)$  изменяется в соответствии с зависимостью (4.30). Обозначим:

$$\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(t) dt, \quad (4.32)$$

и, следовательно:

$$T = \int_0^{\infty} e^{-\Lambda(t)} dt. \quad (4.33)$$

Интегрируя (4.30) в соответствии с выражением (4.32), для рассматриваемого случая  $\Lambda(t)$  можно записать по интервалам:

$$\Lambda(t) = \begin{cases} \lambda_n t; 0 \leq t < \beta\tau; \\ \beta\tau(\lambda_n - \lambda_b) + \lambda_b t; \beta\tau \leq t < \tau; \\ (\beta\tau - \tau)(\lambda_n - \lambda_b) + \lambda_n t; \tau \leq t < (\tau + \beta\tau); \\ 2\beta\tau(\lambda_n - \lambda_b) + \lambda_b t; (\tau + \beta\tau) \leq t < 2\tau; \\ \dots \dots \dots \end{cases} \quad (4.34)$$

График, соответствующий этой функции, показан на рис. 4.11.

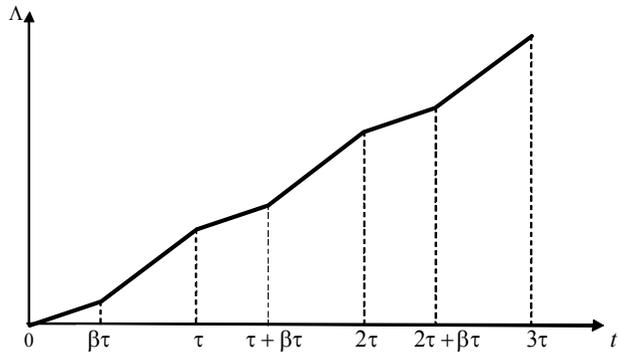


Рис. 4.11. Графическое представление результатов интегрирования

Подстановка соотношения (4.34) в выражение (4.33) и последующее интегрирование дают:

$$T = \left\{ \frac{1}{\lambda_n} (1 - e^{-\lambda_n \beta \tau}) + \frac{1}{\lambda_b} e^{-\lambda_b \beta \tau} [1 - e^{-\lambda_b \tau (1 - \beta)}] \right\} \sum_{k=0}^{\infty} e^{-k\tau[\lambda_b + \beta(\lambda_n - \lambda_b)]}. \quad (4.35)$$

Рассмотрим сумму, входящую в формулу (4.35). Представим ее в виде:

$$\sum_{k=0}^{\infty} e^{-k\tau[\lambda_b + \beta(\lambda_n - \lambda_b)]} = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} e^{-k\tau[\lambda_b + \beta(\lambda_n - \lambda_b)]}. \quad (4.36)$$

Поскольку  $(\lambda_n - \lambda_b) \leq 0$  и  $0 \leq \beta \leq 1$ , показатель экспоненты здесь всегда отрицателен и, следовательно, второе слагаемое в правой части выражения (4.36) – сумма членов бесконечной убывающей геометрической прогрессии, которая может быть записана в замкнутом виде. Известно [10], что эта сумма  $S$  равна:

$$S = \frac{a_1}{1 - q}, \quad (4.37)$$

где  $a_1$  – первый член;  $q$  – знаменатель геометрической прогрессии.

В рассматриваемом случае

$$a_1 = q = e^{-\tau[\lambda_b + \beta(\lambda_n - \lambda_b)]}.$$

Следовательно

$$\sum_{k=1}^{\infty} e^{-k\tau[\lambda_b + \beta(\lambda_n - \lambda_b)]} = \frac{e^{-\tau[\lambda_b + \beta(\lambda_n - \lambda_b)]}}{1 - e^{-\tau[\lambda_b + \beta(\lambda_n - \lambda_b)]}}$$

и, значит:

$$\sum_{k=0}^{\infty} e^{-k\tau[\lambda_b + \beta(\lambda_n - \lambda_b)]} = \frac{1}{1 - e^{-\tau[\lambda_b + \beta(\lambda_n - \lambda_b)]}}.$$

Подставляя это выражение в (4.35) с учетом того, что обычно периодичность повторения рассматриваемого эффекта равна одному году, т. е.  $\tau = 1$ , после некоторых преобразований, которые здесь опущены, окончательно имеем:

$$T = \frac{1}{1 - R} \left[ \frac{1}{\lambda_n} (1 - e^{-\lambda_n \beta}) - \frac{1}{\lambda_b} (R - e^{-\lambda_b \beta}) \right], \quad (4.38)$$

где введено обозначение:

$$R = e^{-[\lambda_b + \beta(\lambda_n - \lambda_b)]}. \quad (4.39)$$

Таким образом, при известных значениях  $\lambda_n$ ,  $\lambda_b$  и  $\beta$  теоретически точная оценка времени жизни объекта  $T$  рассчитывается по выражению (4.38).

Рассмотрим теперь некий стационарный поток с постоянной интенсивностью  $\lambda_0$ . Среднее время жизни  $T_0$  объекта, находящегося под воздействием такого потока отказов, равно:

$$T_0 = \frac{1}{\lambda_0}. \quad (4.40)$$

Подберем  $\lambda_0$  так, чтобы выполнялось условие  $T_0 = T$ . Из выражений (4.38) и (4.40) после преобразований получаем:

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_n \lambda_b (1 - R)}{\lambda_b - \lambda_n R - (\lambda_b - \lambda_n) e^{-\lambda_n \beta}}. \quad (4.41)$$

Следовательно, нестационарный поток отказов может быть заменен эквивалентным стационарным потоком, если его интенсивность  $\lambda_0$  вычисляется по формуле (4.41). Из этого выражения следует, что значение  $\lambda_0$  зависит не только от величин  $\lambda_n$  и  $\lambda_b$ , но и от доли периода  $\beta$  воздействия на объект потока отказов с меньшей интенсивностью. На рис. 4.12 в качестве примера показана эта зависимость при  $\lambda_n = 1/\text{км}\cdot\text{год}$  для различных значений  $\lambda_b$ .

Предлагаемый подход может быть использован при решении многих практических задач, связанных с надежностью. Одна из них рассматривается ниже в упрощенной, но близкой к реальности постановке.

Допустим, что решается вопрос о целесообразности замены некоторой трубы длиной 1 км на новую. Решение о перекладке трубы принимается на основе анализа ситуации по многим критериям [11], одним из которых является оценка прогнозируемого срока ее полезной службы. Для решения этой задачи используются данные по отказам, полученные и задокументированные в течение достаточно длительного предшествующего времени. Положим, что интенсивность потока отказов на этом участке трубы, приводивших к не-

обходимости ремонтно-восстановительных работ, варьировалась от сезона к сезону. Обработанная статистика отказов позволила заключить, что их интенсивность изменяется с течением времени в соответствии с функцией, показанной на рис. 4.10, со следующими параметрами:  $\lambda_n = 0,5$  1/км·год;  $\lambda_b = 1$  1/км·год;  $\tau = 1$  год и  $\beta = 0,5$  (все значения гипотетические, лишь удобные для расчета). Кроме того, предположим, что из материально-технических соображений и финансовых возможностей организации, эксплуатирующей трубу, рассматривается ситуация на ближайшие полтора года. Поэтому в качестве критерия при принятии решения выбрана разница между рассчитываемым ожидаемым временем жизни трубы и полутора годами. Правило принятия решения состоит в следующем: если вычисленное ожидаемое время жизни трубы меньше, чем 1,5 года, то труба должна быть заменена новой; в противном случае перекладки трубы не требуется.

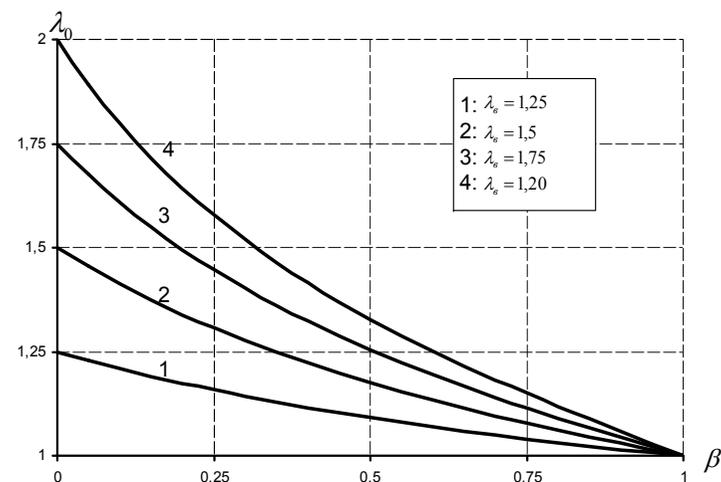


Рис. 4.12. К процедуре стационаризации потока отказов

Сначала оценим истинное значение ожидаемого времени жизни  $T$ , используя полученные результаты в отношении приведенных выше данных. Вычисляя  $R$  по формуле (4.39) и подставляя это зна-

чение в выражение (4.41), имеем  $\lambda_0 = 0,705$  1/год и, следовательно,  $T_0 = 1/\lambda_0 = 1,418$  года, что совпадает с теоретически истинным значением ожидаемого времени жизни  $T$ . Соответствующее заключение выглядит так: поскольку  $T_0 < 1,5$  года, **труба должна быть заменена**.

Теперь проанализируем, каким образом значение  $\lambda_0$ , выбранное при расчетах иначе, чем определяемое по формуле (4.41), сказывается на точности определения ожидаемого времени жизни трубы и, в силу этого, на принятое решение относительно необходимости ее замены. С этой целью проанализируем три варианта: *А*, *Б* и *В*.

*Вариант А.* Положим, что  $\lambda_0$  была выбрана равной меньшему значению интенсивности отказов, т. е.  $\lambda_0 = \lambda_n = 0,5$  1/год. Тогда для математического ожидания времени жизни трубы  $T_n$  имеем:  $T_n = 1/\lambda_n = 2$  года. Решение, соответствующее этой оценке, следующее: *труба не нуждается в замене*.

*Вариант Б.* Предположим, что  $\lambda_0 = \lambda_b = 1$  1/год. Имеем:  $T_b = 1/\lambda_b = 1$  год. Отсюда следует заключение: *труба должна быть заменена новой*.

*Вариант В.* Пусть  $\lambda_0$  равна среднему значению между  $\lambda_n$  и  $\lambda_b$ , т. е.  $\lambda_0 = \lambda_m = (\lambda_n + \lambda_b)/2$ . Тогда  $T_m = 1/\lambda_m = 1,5$  года. Соответствующее решение: *труба не требует замены*.

Таким образом, значение эквивалентной интенсивности отказов при замене нестационарного потока стационарным, выбираемое иначе, чем рекомендуется формулой (4.41), может приводить к ошибочной оценке ожидаемого времени жизни трубы и, как следствие, к ошибочному решению относительно необходимости ее перекладки (из трех рассмотренных вариантов правильным оказался лишь вариант *Б*). На практике применение аналитических решений, пусть и приближенных, которые проще и удобнее для анализа, часто оказывается предпочтительнее. В частности, такой подход может оказаться эффективным в одной из подсистем автоматизированной сис-

темы поддержки принятия решений по планированию восстановления и реновации городских трубопроводных сетей.

## Заключение

Для количественной оценки надежности канализационной сети должны быть введены некоторые числовые показатели. При исследовании надежности технических систем в качестве подобных показателей чаще всего используются время безотказной работы и вероятность безотказного функционирования объекта за некоторое время (или другие, из них вытекающие). При некоторых допущениях методики определения этих показателей известны. Однако в применении к анализу надежности городской системы водоотведения эти показатели оказываются малоинформативными, поскольку весьма затруднительна и неоднозначна их физическая интерпретация. Поэтому представляется целесообразным в качестве оценки надежности канализационной сети использовать показатели, в числовом виде характеризующие степень эффективности ее функционирования, т. е. на самом деле экономические показатели, которые были бы «осязаемы» для обслуживающего персонала и легко интерпретируемы в рамках привычных терминов и представлений, принятых в практике эксплуатации систем водоотведения.

В данной главе предлагается оценивать степень надежности канализационной сети города относительным объемом неочищенных сточных вод, сбрасываемых на рельеф вследствие аварий на элементах сети, за некоторое время прогноза.

Расчет оценки объема неочищенного сброса производится предложенным авторами методом декомпозиции и эквивалентирования. Метод «обьгрывает» характерную особенность структуры городской канализационной сети – древовидность, и предполагает стационарность потоков отказов и восстановлений ее элементов. На такой структуре можно выделить «структурообразующий» трехкомпонентный Y-образный фрагмент, оценка надежности которого (в принятом смысле) легко осуществляется аналитически с использованием понятия пространства состояний. Каждый из Y-образных фрагмен-

тов заменяется одним фиктивным эквивалентным каналом, постоянная интенсивность отказов которого вычисляется исходя из условия равенства сбрасываемых объемов воды при такой замене. Оценка надежности канализационной сети сводится к ее пошаговому разбиению («декомпозиции») на Y-образные фрагменты с последующей заменой каждого из них фиктивным каналом (эквивалентирование). Последовательное применение такой процедуры с использованием результатов, полученных на каждом предшествующем шаге, приводит к простым выражениям для оценки прогнозируемого сброса сточной воды из сети в целом за некоторое время прогноза, удобным для инженерных расчетов.

Для важного практического случая нестационарного потока отказов элементов канализационной сети предложен метод стационаризации потока. При этом постоянная величина интенсивности отказов определяется из условия равенства значений функций надежности при заданном времени прогноза. Эффективность метода продемонстрирована на примере оценки надежности «старееющего» элемента канализационной сети, а также для случая, когда канал находится под воздействием сезонно изменяющейся интенсивности отказов.

#### Рекомендуемая литература

1. *Евдокимов, А. Г.* Потокораспределение в инженерных сетях / А. Г. Евдокимов, В. В. Дубровский, А. Д. Тевяшев. – М.: Стройиздат, 1979.
2. *ГОСТ 27.002–89.* Надежность в технике. Основные понятия, термины и определения. – М.: Изд-во стандартов, 1990.
3. *Вентцель, Е. С.* Исследование операций: задачи, принципы, методология / Е. С. Вентцель. – М.: Наука, 1980.
4. *Дружинин, Г. В.* Надежность автоматизированных производственных систем / Г. В. Дружинин. – М.: Энергоатомиздат, 1986.
5. *Статистические методы в инженерных исследованиях:* под ред. Г. К. Круга. – М.: Высшая школа, 1983
6. *Ермолин, Ю. А.* Алгоритм локализации мест повреждений канализационной сети / Ю. А. Ермолин, Н. В. Пальгунов, Л. Ф. Скрябин. Водоснабжение и сан. техника, 1989. – № 3.
7. *Ермолин, Ю. А.* Оптимизация транспортировки сточных вод / Ю. А. Ермолин, Л. Ф. Скрябин. – М.: Стройиздат, 1990.

8. *Гальперин, Е. М.* О терминах и определениях в водоснабжении / Е. М. Гальперин. Водоснабжение и сан. техника, 1999. – № 12.
9. *Гнеденко, Б. В.* Математические методы в теории надежности / Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. – М.: Наука, 1965.
10. *Корн, Г.* Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1970.
11. *Храменков, С. В.* Стратегия модернизации водопроводной сети / С. В. Храменков. – М.: Стройиздат, 2005.

## Глава 5. ЭКСПЛУАТАЦИОННАЯ НАДЕЖНОСТЬ КАНАЛИЗАЦИОННОЙ НАСОСНОЙ СТАНЦИИ

### 5.1. Особенности функционирования канализационной насосной станции

Канализационная насосная станция (КНС) является одним из важнейших сооружений городских напорно-самотечных систем водоотведения. Бесперебойная работа КНС обеспечивает нормальное функционирование канализационной сети, а выход из строя либо существенное снижение производительности КНС может привести к значительному материальному и экологическому ущербу, наносимому городу. Поэтому анализ надежности КНС, результаты которого должны использоваться при разработке и реализации мероприятий по ее повышению, имеет важное практическое значение для организаций, занимающихся эксплуатацией систем водоотведения.

Большинство моделей для исследования надежности насосных станций разработано для сооружений, используемых в системах водоснабжения, ирригации и т. п. [1; 2], и хорошо известны инженерам-практикам. Между тем режимы работы КНС отличаются от режимов функционирования подобных сооружений в упомянутых системах, для которых важнейшими контролируемыми переменными являются напор и/или расход воды на выходе объекта. Для КНС, однако, выходные параметры не контролируются. Главная цель станции состоит в том, чтобы *вся* сточная вода, поступающая на ее вход, была перекачана. Эта особенность обязательно должна отражаться в методологии исследования КНС, в том числе при анализе ее надежности. Модели надежности КНС, учитывающие эту особенность, на сегодняшний день практически отсутствуют.

Предваряя дальнейшее изложение, мы еще раз отметим, что оценка надежности КНС имеет смысл только тогда, когда она, используя информацию о состоянии насосной станции в настоящий момент времени, позволяет предсказать условия, в которых она бу-

дет работать в будущем. Разумеется, эти предсказания следует понимать в вероятностном смысле.

Проанализируем эксплуатационную надежность КНС.

Под эксплуатационной надежностью канализационной насосной станции будем понимать ее способность перекачивать всю сточную воду (СВ), поступающую на вход. При безаварийной работе для правильно спроектированной и построенной КНС это требование выполняется всегда, но при возможных выходах из строя насосного оборудования могут возникнуть ситуации, когда производительность станции становится меньше объемов СВ, поступающих на ее вход, и часть сточной воды останется неперекачанной, т. е. вынужденно будет сброшена «на рельеф». Как и для случая трубопроводной сети, рассмотренного в предыдущей главе, количественно эксплуатационную надежность КНС будем оценивать отношением  $\gamma$  потенциально сбрасываемого объема к общему объему сточных вод, поступившему на вход КНС за некоторое время прогноза  $T_{пр}$ . Численное значение  $\gamma$  лежит в пределах от 0 (абсолютно надежная КНС) до 1 (полностью неработающая КНС) и, будучи умноженным на 100, имеет физический смысл процентного объема СВ, не перекачанного КНС. В основе расчета  $\gamma$  лежит представление о стохастическом характере процесса функционирования станции, поэтому получаемые результаты тем точнее, чем больше время  $T_{пр}$ , а ограничение на  $T_{пр}$  «снизу» определяется его значением, при котором числовые оценки вероятностных величин, используемых в предлагаемой методике, имеют малую дисперсию, т. е. проявляют статистическую устойчивость.

Поскольку расчет  $\gamma$  базируется на определении прогнозируемого объема сбрасываемых СВ, то ясно, что оценка этого объема является основной задачей в рамках рассматриваемой проблемы. В соответствии с предлагаемой методикой ее решение предполагает наличие математической модели канализационной насосной станции.

## 5.2. Математическая модель КНС

На канализационных насосных станциях, как правило, устанавливают две группы насосных агрегатов (НА):  $N$  основных (больших) и  $M$  «разменных» (малых) нерегулируемых НА. Чаще всего производительности основных и «разменных» насосов связаны соотношением:

$$q_N(H) = \beta \cdot q_M(H), \quad (5.1)$$

где  $q_N$  и  $q_M$  – расход основного и разменного насоса, соответственно;  $H$  напор;  $\beta$  – целочисленный коэффициент (чаще всего  $\beta = 2 - 4$ ).

Все насосные агрегаты работают в параллельном режиме и качают сточную воду на общий напорный водовод. Полагается также, что все НА каждой группы идентичны как по производительности, так и с точки зрения надежностных характеристик.

Определим производительность КНС.

Вначале рассмотрим один насос, работающий на напорный водовод. Типичная зависимость напора  $H_n$  от расхода  $q$  кривая, убывающая по мере увеличения расхода. Обычно эта кривая хорошо аппроксимируется выражением [1; 2]:

$$H_n = H_{n0} - a_N q - b_N q^2, \quad (5.2)$$

где  $a_N$  и  $b_N$  – постоянные коэффициенты;  $H_{n0}$  – максимальный напор, развиваемый насосом (индекс  $N$  отражает тот факт, что рассматривается, например, насосный агрегат из основной группы).

Характеристика напорного водовода  $H_b$  обычно выражается как:

$$H_b = H_{b0} + \alpha q^2, \quad (5.3)$$

где  $H_{b0}$  – разность между верхней и нижней отметками водовода;  $\alpha$  – постоянный коэффициент.

Устойчивая работа системы «насосный агрегат–водовод» имеет место при условии:

$$H_n = H_b. \quad (5.4)$$

Подставляя в это равенство выражения (5.2) и (5.3) и разрешая его относительно значения подачи, для одного (основного) насоса получим:

$$q_1 = \frac{1}{2(b_N + \alpha)} \left[ \sqrt{a_N^2 + 4(b_N + \alpha)(H_{n0} - H_{b0})} - a_N \right]. \quad (5.5)$$

Можно показать, что для работающих  $n$  ( $n \leq N$ ) основных и  $m$  ( $m \leq M$ ) вспомогательных (разменных) насосных агрегатов их общая подача  $q_{n+m}$  составит:

$$q_{n+m} = \frac{n + (m/\beta)}{2[b_N + \alpha(n + (m/\beta))^2]} \times \left\{ \sqrt{a_N^2 + 4[b_N + \alpha(n + (m/\beta))^2](H_{n0} - H_{b0})} - a_N \right\}. \quad (5.6)$$

При выводе выражения (5.6) использовано соотношение (5.1).

Таким образом, если известно, сколько насосов какой группы находится в работе, то общая подача КНС может быть рассчитана по (5.6). Графически это поясняется рис. 5.1.

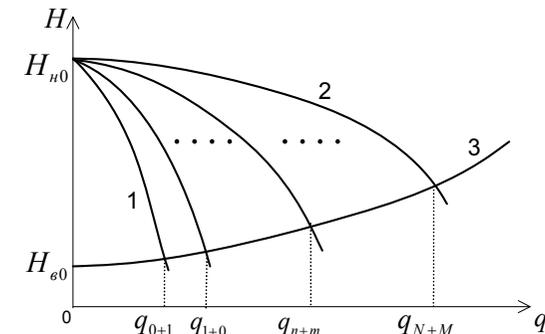


Рис. 5.1. Типичный вид характеристик КНС:  
1 – работает один вспомогательный насос; 2 – работают все основные и все вспомогательные насосы;  
3 – характеристика водовода

Максимально возможная подача  $q = q_{N+M}$ , достигаемая при работе всех основных и разменных насосов, есть пропускная способность КНС.

Заметим, что в реальных условиях подчас нет необходимости производить расчет подачи КНС по выражению (5.6), поскольку, как правило, на насосных станциях имеются экспериментально полученные характеристики совместной работы насосных агрегатов на общий водовод, по которым легко определяются устойчивые подачи КНС при любом сочетании работающих НА.

### 5.3. Показатель эксплуатационной надежности КНС

Время от времени насосные агрегаты станции выходят из строя и после ремонта вновь возвращаются в работу.

Любому сочетанию работающих и неработающих насосных агрегатов соответствует определенная производительность КНС  $q_{n+m}$ . Если полагать, что приток воды на входе станции  $q_{вх}(t)$ , то для некоторых сочетаний работоспособных и неработоспособных НА подача КНС будет меньше  $q_{n+m}$ , т. е. имеет место дефицит производительности  $\Delta q$ :

$$\Delta q(t) = q_{вх}(t) - q_{n+m}(t), \quad (5.7)$$

где, в общем случае, все переменные случайные функции времени.

Как следствие, за время прогноза  $T_{пр}$  объем сточной воды  $\Delta Q$ , равный

$$\Delta Q = \int_0^{T_{пр}} \Delta q(t) dt, \quad (5.8)$$

не может быть перекачан насосной станцией, т. е., условно говоря, потенциально подлежит сбросу «на рельеф». Интегрирование в (5.8) при этом должно осуществляться только по интервалам времени, для которых  $\Delta q > 0$ .

Объем  $Q$  сточных вод, поступающих на вход КНС за то же время  $T_{пр}$ , составит:

$$Q = \int_0^{T_{пр}} q_{вх}(t) dt. \quad (5.9)$$

Выражения (5.8) и (5.9) позволяют вычислить  $\gamma$  – показатель эксплуатационной надежности КНС как отношение:

$$\gamma = \frac{\Delta Q}{Q} = \frac{\int_0^{T_{пр}} \Delta q(t) dt}{\int_0^{T_{пр}} q_{вх}(t) dt}. \quad (5.10)$$

Чтобы определить  $\gamma$ , необходимо найти оценки величин, стоящих в числителе и знаменателе выражения (5.10).

#### Оценка $Q$

Строго говоря, приток сточной воды на вход станции, как функция времени, – стохастический процесс. Однако при оценке значения знаменателя в выражении (5.10) представляется допустимым (по крайней мере, для отдельной канализационной сети крупного города) считать его постоянным, равным среднему значению расхода  $(q_{вх})_{ср}$ , вычисляемому по наблюдаемым данным за достаточно длительное предшествующее время. Тогда объем сточных вод  $Q$ , поступающий на вход КНС за время прогноза  $T_{пр}$ , может быть оценен как:

$$Q = \int_0^{T_{пр}} (q_{вх})_{ср} dt = (q_{вх})_{ср} T_{пр}. \quad (5.11)$$

#### Оценка $\Delta Q$

Назовем любую комбинацию работающих и неработающих насосов состоянием КНС. Всего количество различных состояний равно  $2^{N+M}$ . Каждое  $i$ -е состояние насосной станции, в предположении, что насосные агрегаты выходят из строя независимо друг от друга, имеет место с вероятностью  $p_i$ , которая равна:

$$p_i = p_N^n (1 - p_N)^{N-n} p_M^m (1 - p_M)^{M-m}, \quad (5.12)$$

где  $p_N$  и  $p_M$  – вероятности безотказной работы основного и разменного НА, соответственно, к рассматриваемому моменту времени.

Поскольку все состояния КНС составляют полную группу событий, то выполняется нормировочное соотношение [3]:

$$\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M C_N^n C_M^m p_N^n p_M^m (1 - p_N)^{N-n} (1 - p_M)^{M-m} = 1, \quad (5.13)$$

отражающее факт нахождения КНС в одном из возможных состояний в любой момент времени. В выражении (5.13)  $C_N^n$  и  $C_M^m$  – биномиальные коэффициенты:

$$C_N^n = \frac{N!}{n!(N-n)!}; \quad C_M^m = \frac{M!}{m!(M-m)!}, \quad (5.14)$$

учитывающие, что все НА каждой группы (основные и «разменные») имеют одинаковые характеристики надежности.

Насосные агрегаты станции случайным образом выходят из строя. Как показано выше, любому  $i$ -му состоянию КНС соответствует определенная производительность  $q_i = q_{n+m}$ . Из всего множества возможных состояний КНС выделим  $k$  состояний, для которых имеет место положительный дефицит производительности станции (см. выражение (5.7)), т. е.  $\Delta q > 0$ . Ясно, что при этом  $\Delta q$  потенциально должно будет сбрасываться в водоем или на рельеф (иными словами, не может быть перекачан КНС). Если оценивать  $q_{\text{вх}}(t)$  постоянным средним значением  $(q_{\text{вх}})_{\text{ср}}$ , то эквивалентный расход  $q_{\text{сб}}$  сбрасываемых сточных вод может быть определен как математическое ожидание дискретной случайной величины  $q_i$ :

$$q_{\text{сб}} = \sum_{i \in k} [(q_{\text{вх}})_{\text{ср}} - q_i] p_i, \quad (5.15)$$

где суммирование производится только по  $k$  состояниям.

Поскольку прогнозирование надежности имеет смысл для достаточно больших  $T_{\text{пр}}$ , вероятность любого состояния необходимо

рассматривать в зависимости от текущего времени  $t$ . Из (5.12) видно, что эти вероятности определяются функциями надежности насосных агрегатов  $p_N$  и  $p_M$ , которые в рамках хорошо подтвержденной практикой гипотезы о стационарном характере потока отказов [1; 4] имеют вид экспонент с показателем степени  $(-\lambda t)$ , где  $\lambda$  – интенсивность потока отказов.

Фактически насосный агрегат является восстанавливаемым элементом КНС. Однако формально оказывается удобным рассматривать каждый НА как невосстанавливаемый объект, а перерывы в работе, вызванные оперативной ситуацией либо необходимостью ремонта, отражать фактическим временем работы  $\theta$ , отсчитываемым от момента его установки на КНС, что позволяет учитывать степень выработанности ресурса каждого насосного агрегата в процессе функционирования в составе насосной станции. Тогда функции надежности, входящие в (5.12), приобретают вид:

$$p_N(t) = \exp[-\lambda_N(t + \theta_N)]; \quad (5.16)$$

$$p_M(t) = \exp[-\lambda_M(t + \theta_M)], \quad (5.17)$$

где  $\theta_N$  и  $\theta_M$  – суммарное время наработки каждого основного (индекс  $N$ ) и «разменного» (индекс  $M$ ) НА за время, предшествующее моменту  $t = 0$  на начало прогноза, соответственно;  $\lambda_N$  и  $\lambda_M$  интенсивности потоков их отказов.

Следовательно, появляется возможность с помощью (5.15) оценить общий объем сбрасываемых сточных вод  $\Delta Q$  как функцию времени:

$$\Delta Q(t) = \sum_{i \in k} \int_0^t [(q_{\text{вх}})_{\text{ср}} - q_i] p_i(t) dt, \quad (5.18)$$

что с учетом (5.12), (5.16) и (5.17) сводится к интегрированию выражения

$$\Delta Q(t) = \sum_{i \in k} [(q_{\text{вх}})_{\text{ср}} - q_i] \cdot \int_0^t \exp[-n\lambda_N(t + \theta_N) - m\lambda_M(t + \theta_M)] \times \\ \times \{1 - \exp[-\lambda_N(t + \theta_N)]\}^{N-n} \{1 - \exp[-\lambda_M(t + \theta_M)]\}^{M-m} dt. \quad (5.19)$$

Таким образом, вычисление показателя эксплуатационной надежности КНС  $\gamma$  состоит в следующем:

1. Для известных состава и характеристик насосного оборудования станции путем расчета по формуле (5.6) или по наблюдаемым данным определяются расходы сточной воды  $q_i$ , соответствующие каждому из возможных состояний КНС (т. е. каждому сочетанию работающих и неработающих НА).

2. Статистической обработкой эксплуатационных данных за достаточно длительное предшествующее время, находится оценка  $(q_{вх})_{ср}$  среднего расхода СВ, поступающего на вход насосной станции.

3. Выполнением интегрирования и суммирования в соответствии с выражением (5.19) находится объем сточных вод, потенциально сбрасываемых на рельеф, как функция времени (при этом параметры  $\lambda_N, \lambda_M, \theta_N$  и  $\theta_M$ , входящие в (5.19), считаются известными). Полагая в полученной формуле  $t = T_{пр}$ , определяется объем сброса  $\Delta Q$ , потенциально неперекачиваемый КНС за время прогноза  $T_{пр}$ .

4. По формуле (5.11) рассчитывается общий объем  $Q$  сточных вод, поступающих на вход КНС за время  $T_{пр}$ .

5. Показатель эксплуатационной надежности станции  $\gamma$  вычисляется по выражению (5.10).

### 5.4. Пример

Применение предлагаемой методики рассмотрим на примере. Чтобы не усложнять материал громоздкими расчетами, исходные данные для примера намеренно выбраны упрощенными.

Положим, что КНС имеет три насосных агрегата, работающих в параллель: один основной и два «разменных» ( $N = 1; M = 2$ ). Параметры зависимости (5.2) между напором  $H_n$ , м, основного насоса и его подачей  $q$ , м<sup>3</sup>/с, таковы:  $H_{н0} = 71,7; a_N = -3,6; b_N = 0,8,$

а производительность каждого разменного НА в два раза меньше производительности основного, т. е.  $\beta = 2$ . Характеристика  $H_n$ , м, описывается выражением (5.3) с коэффициентами  $H_{н0} = 10; \alpha = 1$ . Допустим, что интенсивность потока отказов основного НА равна  $\lambda_N = 0,5 \cdot 10^{-4}$  1/ч, а разменного –  $\lambda_M = 1 \cdot 10^{-4}$  1/ч. Все новые насосные агрегаты были установлены на КНС за полгода до настоящего момента времени ( $t = 0$ ); при этом основной НА непрерывно находился в работе все время ( $\theta_N = 0,5$  года), а каждый разменный – лишь половину этого срока ( $\theta_M = 0,25$  года). Известно также, что средний расход сточной воды, поступающий на вход КНС, равен  $(q_{вх})_{ср} = 6,94$  м<sup>3</sup>/с. Необходимо рассчитать, каким образом с течением времени будет изменяться потенциально неперекачиваемый объем СВ, и вычислить показатель эксплуатационной надежности насосной станции  $\gamma$  для  $T_{пр} = 1$  год = 12 мес.

Все промежуточные расчеты сведены в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Номер состояния КНС $i$	Состояния НА		Вероятность состояния, $p_i$	Подача КНС $q_i$ , м <sup>3</sup> /с	Дефицит производительности КНС $\Delta q_i$ , м <sup>3</sup> /с	
	Основной	Разменные № 1    № 2				
1	2	3	4	5	6	7
0	+	+	+	$p_N p_M^2$	7,96	-1,02
1	+	+	-	$p_N p_M (1 - p_M)$	7,69	-0,75
2	+	-	+	$p_N p_M (1 - p_M)$	7,69	-0,75
3	+	-	-	$p_N (1 - p_M)^2$	6,94	0
4	-	+	+	$(1 - p_N) p_M^2$	6,94	0
5	-	+	-	$(1 - p_N)(1 - p_M) p_M$	4,78	+2,16
6	-	-	+	$(1 - p_N)(1 - p_M) p_M$	4,78	+2,16
7	-	-	-	$(1 - p_N)(1 - p_M)^2$	0	+6,94

В табл. 5.1 (стб 1) перечислены все возможные состояния КНС. Каждое состояние – это определенное сочетание работоспособных (символ «+») и неработоспособных (символ «-») насосных агрегатов (стб 2, 3 и 4 таблицы). Вероятность  $i$ -го состояния КНС (стб 5) получена по формуле (5.12), а значение подачи, ей соответствующее (стб 6), вычислено по (5.6) с учетом выражений (5.16) и (5.17). В столбце 7 указан дефицит производительности КНС в каждом из состояний, рассчитанный по формуле (5.7).

Из табл. 5.1 видно, что положительный дефицит (недостаток) производительности станции  $\Delta q_i$  имеет место только в трех состояниях: стб 5, 6 и 7, и, таким образом,  $k = 3$ . Подстановка данных, соответствующих этим состояниям, в (5.16) и (5.17) и последующее интегрирование (5.19) приводит к выражению

$$\Delta Q(t) = \{0,025 \cdot t - 19,56[20,52(1-z) + 14,14(1-z^2) - 7,57(1-z^3) - 1,56(1-z^4) + (1-z^5)]\}10^6, \text{ м}^3, \quad (5.20)$$

где введено обозначение

$$z = z(t) = \exp(-0,5 \cdot 10^{-4} \cdot t), \quad (5.21)$$

а время  $t$  измеряется в часах.

График функции  $\Delta Q(t)$  для данных рассматриваемого примера показан на рис. 5.2 (кривая 1). Видно, что объем сточных вод, потенциально сбрасываемых на рельеф, возрастает с течением времени.

Более показательным, однако, является график, представленный на рис. 5.3 (кривая 1).

Эта кривая вычислена по выражению (5.10) и показывает, каким образом показатель эксплуатационной надежности  $\gamma$  изменяется с увеличением времени прогноза. По кривой 1 можно определить, что при  $t = T_{\text{пр}} = 1 \text{ год} = 12 \text{ месяцев} = 8760 \text{ ч}$  значение  $\gamma \approx 0,143$ . Это означает, что примерно 14 % объема сточных вод, поступивших на вход станции в течение последующего года, останется неперекачанным, т. е. будет сброшено на рельеф вследствие выхода из строя насосных агрегатов.

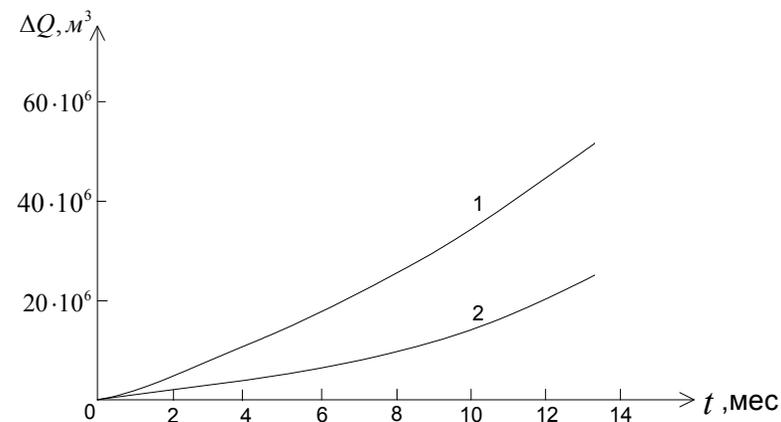


Рис. 5.2. Зависимость неперекачанного объема воды от времени

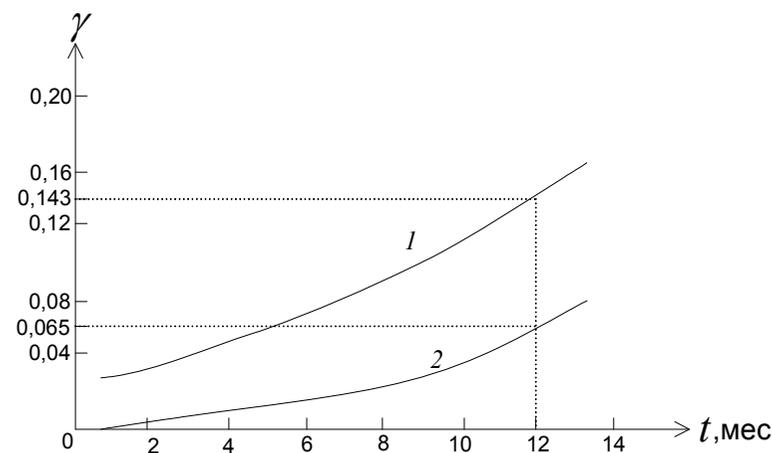


Рис. 5.3. Изменение показателя эксплуатационной надежности КНС с течением времени

Интересно отметить, что аналогичные вычисления, проведенные для  $T_{\text{пр}} = 12 \text{ месяцев}$ , но при  $\theta_N = \theta_M = 0$ , т. е. для КНС, только что пущенной в эксплуатацию (см. кривые 2 на рис. 5.2 и 5.3), приводят к значению  $\gamma \approx 0,065 \approx 6,5 \%$ , что почти в два раза меньше предшествующего случая. Это объяснимо физически, поскольку с течением времени технический ресурс насосных агрегатов выра-

батывается и, следовательно, увеличивается вероятность тех состояний КНС (в рассмотренном примере состояний 5, 6 и 7), при которых имеет место положительный дефицит ее производительности.

### Заключение

Предлагаемый подход по оценке показателя эксплуатационной надежности КНС позволяет учитывать временную выработку технического ресурса каждого насосного агрегата. Вычисление этого показателя базируется на предположении, что процессы отказов НА являются стохастическими и не зависят друг от друга. В силу этого получаемые результаты можно рассматривать как статистические оценки, выявляющие основные тенденции развития ситуации при эксплуатации КНС в будущем.

Предлагаемая методика может быть использована при принятии решений по повышению эффективности функционирования КНС. Одним из таких решений является выяснение, когда и какие насосные агрегаты КНС следует (или не следует) заменить или капитально отремонтировать. Другая важная задача (если решение о необходимости реконструкции станции принято) – задача максимизации экономического эффекта от такой реконструкции. Последовательное вычисление значения  $\gamma$  для конкурирующих альтернативных вариантов, как правило, предлагаемых эвристически, дает возможность выбрать наилучший из них, например, по стоимости реализации.

### Рекомендуемая литература

1. Mays, L. W., ed. Reliability Analysis of Water Distribution Systems. New York: American Society of Civil Engineers, 1989.
2. Лезнов, Б. С. Энергосбережение и регулируемый привод в насосных и воздушных установках / Б. С. Лезнов. – М.: Энергоатомиздат, 2006.
3. Гнеденко, Б. В. Математические методы в теории надежности / Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. – М.: Наука, 1965.
4. Обеспечение надежности работы главных насосных станций / Ф. В. Кармазинов и др. // Водоснабжение и сан. техника, 1998. – № 10.

## Глава 6. НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ НАДЕЖНОСТИ ВОДООЧИСТНЫХ КОМПЛЕКСОВ

### 6.1. Влияние надежности сооружений на эффективность очистки сточных вод

В настоящее время требования к качеству очищенных сточных вод, сбрасываемых в естественные водоемы, все более ужесточаются, что объясняется необходимостью улучшения или, по крайней мере, стабилизации экологических параметров окружающей среды, особенно в регионах, прилегающих к мегаполисам либо крупным промышленным центрам.

В промышленных условиях процесс очистки сточных вод осуществляется комплексом очистных сооружений (КОС) и состоит в том, что вода последовательно пропускается через ряд сооружений, каждое из которых, в силу применяемых технологий, предназначено для удаления определенной группы загрязнителей, например, взвешенных веществ, биологических ингридиентов и т. п., после чего сбрасывается в естественный водоем. Таким образом, если  $C_{\text{вх}}^{(i)}$  – концентрация некоторой  $i$ -й компоненты загрязнения сточной воды на входе КОС, то ее значение на выходе равно

$$C_{\text{вых}}^{(i)} = \frac{C_{\text{вх}}^{(i)}}{\beta^{(i)}}, \quad (6.1)$$

где  $\beta^{(i)}$  – коэффициент, показывающий, во сколько раз уменьшается концентрация по этому параметру в процессе очистки ( $\beta^{(i)} \geq 1$ ).

Из соображений технологического и конструктивного характера, а также для удобства эксплуатации на практике обычно несколько однотипных сооружений работают в параллель и объединяются в блоки. Пример комплекса очистных сооружений показан на рис. 6.1, где обозначены блоки: Р – решетки, П – песколовки, О1 – первичные отстойники, А – аэротенки, О2 – вторичные отстойники.

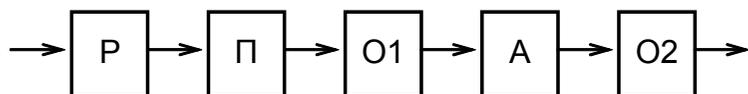
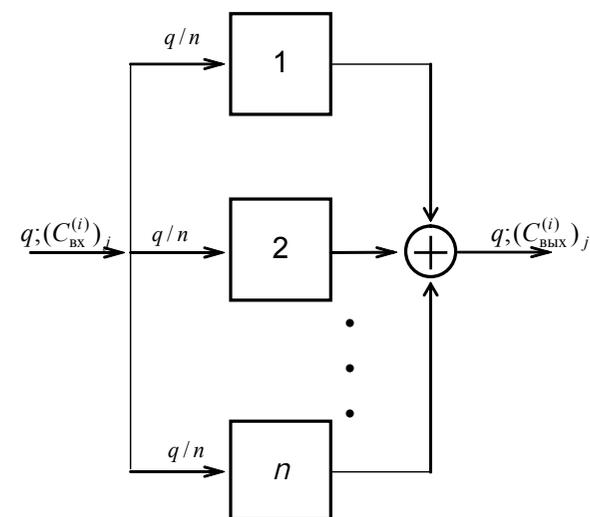


Рис. 6.1. Технологическая цепочка очистки сточных вод

Проектирование комплекса очистных сооружений заключается в выборе экономически обоснованных конструктивных схем и их параметров, обеспечивающих заданную степень очистки сточных вод (т. е., по существу, значение коэффициента  $\beta$ ) по каждой компоненте загрязнения. Работая в условиях воздействия различных неблагоприятных факторов, сооружения или их элементы случайным образом выходят из строя, ремонтируются, после чего вновь вводятся в эксплуатацию. Понятно, что если какое-либо сооружение находится в нерабочем состоянии, то эффективность функционирования всего комплекса в отношении некоторых составляющих загрязнения снижается. Другими словами, физически очевиден факт влияния надежности сооружений на качество очистки сточных вод. Целью настоящего исследования является выявление количественной связи между эффективностью функционирования комплекса очистных сооружений, параметрами, характеризующими применяемые технологии, и показателями надежности отдельных сооружений.

Вначале рассмотрим некоторый  $j$ -й блок технологической цепи, предназначенный для удаления  $i$ -й компоненты загрязнения (рис. 6.2). Положим для общности, что он состоит из  $n_j$  параллельно включенных однотипных сооружений. Общий расход сточной воды  $q$ , имеющей концентрацию  $(C_{\text{вх}}^{(i)})_j$ , «расщепляется» на равные части; таким образом, на вход каждого сооружения поступает  $q/n_j$  часть расхода. Если какое-либо сооружение из рассматриваемого блока находится в нерабочем состоянии, то условно считаем, что вода проходит через него без очистки. На выходе блока расходы воды от всех сооружений суммируются и концентрация загрязнителя усредняется (на рис. 6.2 это отражено знаком плюс, заключенным в окруж-

ность; реально в качестве такого усреднителя может выступать, например, общий водовод). Следовательно,  $(C_{\text{вых}}^{(i)})_j$  – концентрация  $i$ -го загрязнителя в очищенной  $j$ -м блоком воде, усредненная с учетом действия всех (как работающих, так и неработающих) сооружений этого блока.

Рис. 6.2. Условная схема одного ( $j$ -го) блока технологической цепи

Как любой технический объект, каждое сооружение блока не является абсолютно надежным и характеризуется некоторой интенсивностью отказов; в этом исследовании полагается, что интенсивности отказов всех однотипных сооружений одинаковы и равны  $\lambda_j$ . После ремонта, осуществляемого с интенсивностью  $\mu_j$ , вышедшее из строя сооружение снова включается в работу. Анализ проводится при допущении, что потоки отказов и восстановлений – простейшие, т. е. параметры  $\lambda_j$  и  $\mu_j$  постоянны.

В силу малых вероятностей иных ситуаций будем учитывать только случаи, когда из строя выходит лишь одно сооружение, а от-

казы отдельных сооружений независимы друг от друга. При этих условиях система, показанная на рис. 6.2, может иметь всего два состояния:  $(S_j)_0$  – когда все сооружения исправны;  $(S_j)_1$  – когда одно (любое) из  $n_j$  сооружений ремонтируется. Вероятность состояния  $(S_j)_0$  обозначим через  $(p_j)_0$ , а  $(S_j)_1$  – через  $(p_j)_1$ . Установившиеся значения этих вероятностей находятся по выражениям [1]:

$$(p_j)_0 = \frac{1}{1 + n_j \rho_j}; (p_j)_1 = \frac{n_j \rho_j}{1 + n_j \rho_j}, \quad (6.2)$$

где введено обозначение

$$\rho_j = \frac{\lambda_j}{\mu_j}. \quad (6.3)$$

Каждому состоянию соответствует своя концентрация  $i$ -го загрязнителя на выходе блока:

$$(S_j)_0 \Rightarrow (C_{\text{вых}}^{(i)})_0 = C_{\text{вх}}^{(i)} \frac{1}{\beta_j^{(i)}}; \quad (6.4)$$

$$(S_j)_1 \Rightarrow (C_{\text{вых}}^{(i)})_1 = C_{\text{вх}}^{(i)} \left( \frac{n_j - 1}{n_j \beta_j^{(i)}} + \frac{1}{n_j} \right), \quad (6.5)$$

где  $\beta_j^{(i)}$  – коэффициент очистки  $i$ -го загрязнителя  $j$ -м блоком.

Рассматривая эти концентрации как возможные значения дискретной случайной величины с известными вероятностями (6.2), результирующую концентрацию  $i$ -го загрязнителя на выходе  $j$ -го блока определим как ее математическое ожидание:

$$(C_{\text{вых}}^{(i)})_j = (p_j)_0 (C_{\text{вых}}^{(i)})_0 + (p_j)_1 (C_{\text{вых}}^{(i)})_1 = \frac{(C_{\text{вх}}^{(i)})_j}{\beta_j^{(i)}} \left[ 1 + \frac{\rho_j (\beta_j^{(i)} - 1)}{1 + n_j \rho_j} \right]. \quad (6.6)$$

Эффективность работы блока оценивается по формуле:

$$\mathfrak{E}_j^{(i)} = \frac{(C_{\text{вх}}^{(i)})_j - (C_{\text{вых}}^{(i)})_j}{(C_{\text{вх}}^{(i)})_j}. \quad (6.7)$$

Будучи умноженной на 100, эта величина показывает, на сколько процентов уменьшилась концентрация  $i$ -го загрязнителя в сточной воде на выходе  $j$ -го блока по сравнению с концентрацией на его входе. Подставляя в (6.7) выражение (6.6), получим:

$$\mathfrak{E}_j^{(i)} = 1 - \frac{1}{\beta_j^{(i)}} \left[ 1 + \frac{\rho_j (\beta_j^{(i)} - 1)}{1 + n_j \rho_j} \right]. \quad (6.8)$$

Поскольку при последовательном соединении концентрация на выходе каждого предшествующего блока является входной концентрацией для последующего, использование формул (6.7) и (6.8) приводит к выражению для эффективности очистки сточной воды по  $i$ -й компоненте загрязнения всего комплекса  $\mathfrak{E}^{(i)}$  в виде:

$$\mathfrak{E}^{(i)} = 1 - \prod_j \frac{1}{\beta_j^{(i)}} \left[ 1 + \frac{\rho_j (\beta_j^{(i)} - 1)}{1 + n_j \rho_j} \right], \quad (6.9)$$

где произведение вычисляется по всем блокам комплекса.

Заметим, что если некоторое  $j$ -е сооружение не предназначено для очистки воды по  $i$ -й компоненте, то, как это следует из (6.1),  $\beta_j^{(i)} = 1$ , и соответствующий сомножитель в (6.9) равен единице. Таким образом, произведение в выражении (6.9) фактически будет содержать лишь сомножители, соответствующие тем блокам КОС, которые «откликаются» на  $i$ -ю компоненту загрязнения.

Вывод формулы (6.8) (и, как следствие, (6.9)) произведен для произвольных значений  $\rho_j, n_j$  и  $\beta_j^{(i)}$ . Обсудим это соотношение. Второе слагаемое в квадратных скобках отражает снижение эффективности очистки за счет ненадежности сооружений, их числа и применяемой технологии в их взаимосвязи. Оценим величину знаменателя этого слагаемого при некоторых значениях параметров и переменных, близких к реальным. На средних по производительности КОС количество однотипных сооружений в блоке, работающих в параллель ( $n_j$ ), обычно не превышает 3-4, а параметр  $\beta_j^{(i)}$  лежит в пределах 2-20. При оценке возможного значения  $\rho_j$  учтем следую-

щее: если сооружение будет отказывать 1-2 раза в год (т. е.  $\lambda_j$  имеет порядок 1-2, 1/год), а каждая авария устраняется за 3-4 сут (т. е.  $\mu_j$  – величина, обратная средней продолжительности ремонта, примерно равна 100, 1/год), то (см. ф-лу (6.3))  $\rho_j$  имеет порядок  $10^{-2}$ . Следовательно, значение  $n_j\rho_j$  много меньше единицы и этим слагаемым в знаменателе можно пренебречь. Отсюда получаем

$$\frac{\rho_j(\beta_j^{(i)} - 1)}{1 + n_j\rho_j} \approx (\beta_j^{(i)} - 1)\rho_j. \quad (6.10)$$

Погрешность, допускаемая при таком приближении, не превышает 1-2 %. Заметим, что результат (6.10) может быть получен также путем строгого применения процедуры линеаризации [2] левой его части по переменной  $\rho_j$  относительно значения  $\rho_j = 0$ .

С учетом приближенного равенства (6.10) выражение для концентрации  $i$ -й компоненты загрязнения на выходе  $j$ -го блока (6.6) приобретает вид:

$$(C_{\text{вых}}^{(i)})_j \approx \frac{(C_{\text{вх}}^{(i)})_j}{\beta_j^{(i)}} [1 + (\beta_j^{(i)} - 1)\rho_j], \quad (6.11)$$

а эффективность работы  $j$ -го блока можно записать как:

$$\mathfrak{E}_j^{(i)} \approx 1 - \frac{1}{\beta_j^{(i)}} [1 + (\beta_j^{(i)} - 1)\rho_j] = \left(1 - \frac{1}{\beta_j^{(i)}}\right) (1 - \rho_j). \quad (6.12)$$

Отсюда следует вывод, что при небольшой интенсивности отказов эффективность функционирования блока не зависит от количества параллельных сооружений в нем.

На рис. 6.3 и 6.4 качественно показаны зависимости  $\mathfrak{E}_j^{(i)} = \mathfrak{E}_j^{(i)}(\rho_j)$  и  $\mathfrak{E}_j^{(i)} = \mathfrak{E}_j^{(i)}(\beta_j^{(i)})$ . При построении каждого из этих графиков, как функции соответствующей переменной, другая переменная рассматривается как параметр.

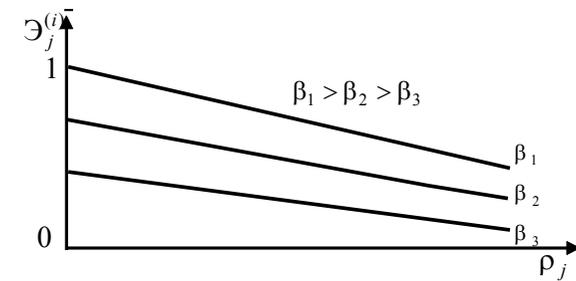


Рис. 6.3. Зависимость эффективности работы  $j$ -го блока по  $i$ -й компоненте загрязнения от параметра надежности сооружения

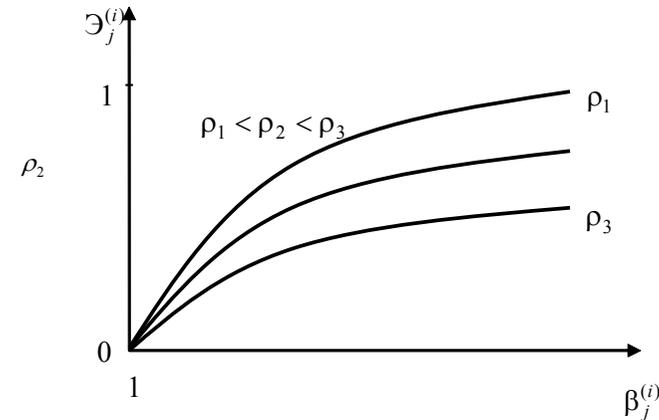


Рис. 6.4. Зависимость эффективности работы  $j$ -го блока по  $i$ -й компоненте загрязнения от характеристики применяемой технологии очистки

Производя в формуле (6.9) замену в соответствии с приближением (6.10), видим, что при малых значениях параметра надежности сооружений  $\rho_j$  (порядка  $10^{-2}$  и ниже, что чаще всего наблюдается в реальных условиях), эффективность очистки воды КОС по  $i$ -й компоненте загрязнения выражается в виде:

$$\mathfrak{E}^{(i)} = 1 - \prod_j \frac{1}{\beta_j^{(i)}} [1 + (\beta_j^{(i)} - 1)\rho_j]. \quad (6.13)$$

Полученные соотношения, подтверждая очевидный факт снижения эффективности работы КОС из-за неидеальной надежности отдельных сооружений, дают возможность оценить степень этого снижения в количественном виде, и, в ряде случаев, на основе их анализа предложить систему технических и организационных мероприятий по его частичной компенсации.

Как следует из проведенного исследования, эти мероприятия сводятся к уменьшению безразмерного параметра  $\rho_j$ , т. е. (см. (6.3)) – к снижению интенсивности отказов  $\lambda_j$  и (или) к увеличению интенсивности восстановлений  $\mu_j$ . На действующих КОС первое достигается путем строгого выполнения инструкций по эксплуатации объекта, своевременного проведения профилактических и регламентных осмотров и ремонтов, сбора и анализа данных наблюдений по отказам сооружений в целях выявления слабых узлов с последующей их заменой более надежными. Если же речь идет о вновь проектируемых КОС, то решение задачи повышения надежности (следовательно, и эффективности их работы) сводится к выбору конструктивных элементов, обеспечивающих требуемое значение средней интенсивности отказов (обычно при этом ориентируются по существующим аналогам [3]). Отметим, что из формул (6.9) и (6.13) вытекает еще одна возможность частичной компенсации негативного влияния ненадежности сооружений на эффективность работы проектируемой КОС: если очистка воды по  $i$ -й компоненте предусматривается более чем одним блоком сооружений (например, первичные и вторичные отстойники), то в проекте, если это допускает технология, следует перераспределить требуемое значение интегрального коэффициента очистки  $\beta^{(i)}$  таким образом, чтобы большая его часть достигалась в более надежном блоке.

Увеличить значение  $\mu_j$  можно уменьшением среднего времени одного ремонта. Это может быть достигнуто интенсификацией восстановительных работ за счет повышения квалификации и численности обслуживающего персонала, оснащения его достаточным количеством оборудования и запасных частей, применения более совершенных технологий ремонта и т. п. мероприятий.

## 6.2. О структурной надежности КОС

Как уже указывалось, промышленные КОС средней и большой производительности представляют собой последовательную цепь блоков, каждый из которых предназначен для удаления из сточной воды некоторой компоненты загрязнения (или группы компонент со сходными физическими или химико-биологическими свойствами). Обычно по соображениям экономического, технологического, эксплуатационного или иного характера каждый блок конструируется в виде параллельного соединения некоторого числа однотипных сооружений. При дальнейшем анализе мы воспользуемся структурой такого блока, показанной на рис. 6.2, но чтобы не загромождать последующих выражений, уберем лишь индексы в обозначениях концентраций, т. е. будем считать, что концентрации загрязнителя на входе и выходе блока равны  $C_{вх}$  и  $C_{вых}$  соответственно.

Среди аргументов в пользу конструктивной схемы блока, предусматривающей равномерное распараллеливание потока между сооружениями блока, иногда называется и повышение надежности его функционирования. Здесь мы попытаемся выяснить обоснованность такой точки зрения.

Надежность систем, подобных рассматриваемой, часто оценивают степенью снижения количества или качества «выходного продукта», вызванного отказами элементов объекта, т. е., по существу, ухудшением эффективности его функционирования по сравнению со случаем безотказной работы. В настоящем исследовании под эффективностью блока очистки  $\gamma$  понимается отношение среднего значения выходной концентрации загрязнителя  $C_{вых.сп}$  за некоторое время  $T$  к его проектному значению  $C_{вых.пр}$ :

$$\gamma = \frac{C_{вых.сп}}{C_{вых.пр}}. \quad (6.14)$$

По своему характеру  $\gamma$  является статистической оценкой; поэтому ее дисперсия уменьшается с увеличением интервала усреднения и, следовательно, точность этой оценки тем выше, чем больше время  $T$ .

Проектное значение концентрации на выходе –

$$C_{\text{вых.пр}} = \frac{C_{\text{вх}}}{\beta}, \quad (6.15)$$

и определяется, как уже отмечалось, принятой технологией очистки (коэффициент  $\beta$ ). Если блок работает безотказно, то  $C_{\text{вых.сп}} = C_{\text{вых.пр}}$ , и  $\gamma = 1$ . При выходах из строя отдельных сооружений концентрация загрязнителя на выходе повышается и показатель  $\gamma$  становится больше единицы. Определение количественной зависимости такого повышения от параметров, характеризующих надежность отдельных сооружений блока очистки, – предмет настоящего рассмотрения.

Анализ проводится при следующих допущениях. Технологическая организация обработки поступающего расхода сточной воды (в терминах теории массового обслуживания – дисциплина обслуживания [1]) состоит в том, что каждое сооружение блока уменьшает концентрацию загрязнителя в  $\beta$  раз; если же сооружение находится в неработоспособном состоянии, то проходящий через него объем воды остается неочищенным ( $\beta = 1$ ). Потоки отказов и восстановлений – простейшие; это означает, что их интенсивности  $\lambda$  и  $\mu$  постоянны во времени и известны.

С точки зрения теории надежности система, изображенная на рис. 6.2, может находиться в  $(n + 1)$  состояниях:  $S_0$  – когда все сооружения в работе;  $S_1$  – выход из строя одного из  $n$  сооружений и т. д. до  $S_n$  – когда все сооружения блока отказали. Переход системы из одного состояния в другое происходит под действием потоков отказов и восстановлений с заданными интенсивностями. Граф состояний, отражающий этот процесс, показан на рис. 6.5.

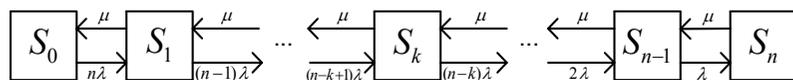


Рис. 6.5. Граф состояний системы, соответствующий «схеме гибели и размножения»

Этот граф соответствует известной «схеме гибели и размножения» [1]. По нему, при заданных  $\lambda$  и  $\mu$ , можно определить вероятность нахождения системы в каждом из возможных состояний по формулам Эрланга. Так, выражение для вероятности  $p_k$  нахождения системы в состоянии  $S_k$  (из  $n$  параллельных сооружений отказали  $k$ ) при принятых обозначениях имеет вид [1]:

$$p_k = \frac{\rho^k}{\sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{(n-k)!}}, \quad (6.16)$$

где введена безразмерная величина

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}, \quad (6.17)$$

которая является параметром, характеризующим ненадежность системы.

Каждому состоянию соответствует своя концентрация загрязнителя на выходе блока. Определим значение  $C_{\text{вых.k}}$  для состояния  $S_k$ . За время  $T$  через  $k$  неработающих сооружений на выход перенесется масса  $k(q/n)C_{\text{вх}}T$ ; а через  $(n - k)$  работающих –  $(n - k)(q/n)(C_{\text{вх}}/\beta)T$  загрязнения. Поделив суммарную массу на общий объем сточной воды  $qT$ , прошедшей за это время через блок, получим:

$$C_{\text{вых.k}} = C_{\text{вх}} \left( \frac{k}{n} + \frac{n-k}{n\beta} \right). \quad (6.18)$$

Среднюю концентрацию  $C_{\text{вых.сп}}$  найдем как математическое ожидание случайной величины  $C_{\text{вых.k}}$  с известными значениями вероятностей (6.16):

$$C_{\text{вых.сп}} = \sum_{k=0}^n p_k C_{\text{вых.k}}. \quad (6.19)$$

Выполняя это суммирование и подставляя полученное выражение в (6.14) (с учетом (6.15)), для эффективности функционирования блока  $\gamma_n$  (при  $n$ -кратном распараллеливании входящего потока) после преобразований окончательно имеем:

$$\gamma_n = 1 + (\beta - 1)F_n(\rho; n), \quad (6.20)$$

где обозначено

$$F_n(\rho; n) = \frac{1}{n} \cdot \frac{\sum_{k=0}^n \frac{k\rho^k}{(n-k)!}}{\sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{(n-k)!}}. \quad (6.21)$$

Физически значение  $\gamma_n$  показывает, во сколько раз концентрация загрязнителя на выходе превышает проектную при заданной степени очистки  $\beta$ , числе параллельных сооружений  $n$  и неидеальной надежности каждого из них (параметр  $\rho$ ).

Можно показать, что функция  $F_n(\rho; n)$  обладает следующими свойствами:

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} F_n(\rho; n) = 0; \quad \lim_{\rho \rightarrow \infty} F_n(\rho; n) = 1. \quad (6.22)$$

Эти соотношения подтверждают очевидный факт: для абсолютно надежной системы ( $\rho = 0$ ) концентрация загрязнителя на выходе блока равна ее проектному значению, а при возрастании параметра  $\rho$  выходная концентрация увеличивается и в пределе становится равной входной, независимо от числа сооружений, включенных в параллель.

Поскольку на практике для КОС средней производительности  $n$  редко превышает 4, имеет смысл привести здесь выражения для  $F_n(\rho; n)$  в более наглядном виде, раскрыв входящие в (6.21) суммы:

$$F_1(\rho; n=1) = \frac{\rho}{1+\rho};$$

$$F_2(\rho; n=2) = \frac{\rho + 2\rho^2}{1 + 2\rho + 2\rho^2};$$

$$F_3(\rho; n=3) = \frac{\rho + 4\rho^2 + 6\rho^3}{1 + 3\rho + 6\rho^2 + 6\rho^3};$$

$$F_4(\rho; n=4) = \frac{\rho + 6\rho^2 + 18\rho^3 + 24\rho^4}{1 + 4\rho + 12\rho^2 + 24\rho^3 + 24\rho^4}.$$

С использованием этих выражений по формуле (6.20) на рис. 6.6 построены графики  $\gamma_n = \gamma_n(\rho)$  для значения технологического параметра  $\beta = 10$ .

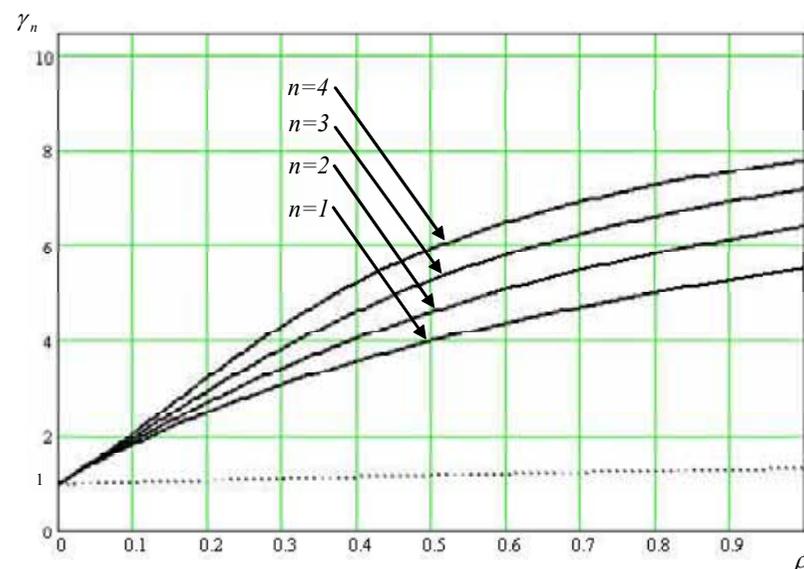


Рис. 6.6. Зависимость эффективности блока очистки от показателя ненадежности при  $n$  входящих в него сооружениях

Анализ полученных выражений и графиков (сплошные линии на рис. 6.6) позволяет сделать вывод о том, что для рассмотренной дисциплины обслуживания входного потока сточной воды и принятых допущениях увеличение количества параллельно работающих сооружений в блоке снижает эффективность его работы. Действительно, все кривые для  $n > 1$  лежат выше кривой, соответствующей  $n = 1$ , что отражает случай, когда весь расход сточной воды обраба-

тывается лишь одним сооружением блока соответствующей производительности. Это говорит о том, что распараллеливание потока не эффективно. Не следует, однако, рассматривать этот вывод как категорический, и вот почему.

В проведенном выше исследовании не учитывалось, что параметр  $\rho$  (см. ф-лу (6.17)) является функцией числа работающих в параллель сооружений блока. Между тем физические представления о характере функционирования очистных сооружений, подтверждаемые наблюдениями на действующих объектах, говорят о том, что, в общем случае, интенсивности отказов сооружений зависят от их проектной производительности. Для оценки влияния этого эффекта на вывод о целесообразности распараллеливания потока сточной воды по сооружениям очистного блока рассмотрим следующий гипотетический пример.

Допустим, сравниваются два варианта структуры блока: в первом весь расход сточной воды поступает на одно сооружение ( $n = 1$ ), параметр надежности которого равен  $\rho$ , во втором – поток поступающей на очистку воды равномерно распределяется по двум сооружениям половинной мощности, включенным в параллель, параметр надежности каждого из которых составляет лишь треть от величины  $\rho$  в первом случае. Зависимость эффективности блока от показателя надежности, рассчитанная для этого случая, показана на рис. 6.6 пунктирной линией. Видно, что эта кривая целиком расположена ниже линии, соответствующей  $n = 1$ , что свидетельствует о повышении качества очистки. В связи с этим результатом возникает вопрос: как быстро должно уменьшаться значение параметра надежности сооружения с уменьшением его проектной производительности, чтобы структура очистного блока с  $n$ -кратным распараллеливанием была бы эффективной? В силу многообразия и случайности причин, приводящих к отказам сооружений, весьма затруднительно нахождение этой зависимости в аналитическом виде, однако статистическая обработка данных по отказам действующих аналогов – сооружений различной производительности (прием, широко используемый в практике оценки надежности вновь проекти-

руемых объектов [3]) – позволяет получить значения искомых интенсивностей, приемлемые по точности для оценочных инженерных расчетов. Для удобства и общности дальнейшего анализа будем представлять интенсивность отказов каждого сооружения не как функцию расхода, поступающего на его вход, а как функцию  $n$  – числа сооружений в блоке  $\lambda_n = \lambda(n)$  (что при заданном расходе, по существу, одно и то же), т. е.  $\lambda_1$  – интенсивность отказов сооружения при  $n = 1$ ,  $\lambda_2$  – при  $n = 2$  и т. д. Полагается, что все эти величины известны.

Как правило, интенсивность потока восстановлений  $\mu$  – величина, обратная средней продолжительности одного ремонта, – также зависит от проектной производительности сооружения. По соображениям, аналогичным приведенным выше в отношении интенсивности отказов, будем считать  $\mu = \mu(n)$  и обозначать эту функцию для краткости через  $\mu_n$ .

При анализе считается также, что все однотипные сооружения блока имеют одинаковые значения  $\lambda_n$  и одинаковые значения  $\mu_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ).

Теперь сравнение вариантов построения блока очистных сооружений в отношении кратности распараллеливания  $n$  сводится к вычислению и анализу выражений

$$\Delta_n = \gamma_1 - \gamma_n \quad (6.23)$$

при различных  $n$ .

Если  $\Delta_n > 0$ , то схема, предусматривающая  $n$  параллельно работающих сооружений, оправдана, поскольку повышает эффективность функционирования блока по сравнению со случаем, когда  $n = 1$ ; если же  $\Delta_n < 0$ , то, наоборот, происходит ухудшение качества очистки.

Для оценки общей закономерности влияния числа параллельно работающих сооружений в блоке на качество его функционирования зададимся некоторой аналитической зависимостью  $\rho_n = \rho_1(n)$ . Предположим, что эта зависимость описывается функцией вида:

$$\rho_n = \frac{\rho_1}{n^\alpha}, \quad (6.24)$$

где  $\alpha$  – положительный коэффициент, подбираемый по результатам обработки статистических данных по отказам и восстановлением на действующих сооружениях различной проектной производительности.

Заменяя в выражении (6.21)  $\rho$  на  $\rho_n$ , получим:

$$F_n(\rho_1; n; \alpha) = \frac{1}{n} \cdot \frac{\sum_{k=0}^n \frac{k \rho_1^k}{n^{\alpha k} (n-k)!}}{\sum_{k=0}^n \frac{\rho_1^k}{n^{\alpha k} (n-k)!}}. \quad (6.25)$$

Для того чтобы оценить знак  $\Delta_n$ , необходимо подставить в (6.23) значение  $\gamma_n$ , рассчитанное по выражению (6.20) с учетом  $F_n$ , вычисленного по формуле (6.25). В зависимости от коэффициента  $\alpha$ ,  $\Delta_n$  может быть как положительным, так и отрицательным; следовательно, его граничное значение находится из условия  $\Delta_n = 0$ .

Если провести указанные действия для  $n = 2$ , то приходим к следующему уравнению:

$$(2^\alpha)^2 + (\rho_1 - 1) \cdot 2^\alpha - 2\rho_1 = 0, \quad (6.26)$$

разрешая которое относительно  $\alpha$ , получим:

$$\alpha_2 = \log_2 [ -(\rho_1 - 1) + \sqrt{(\rho_1 - 1)^2 + 8\rho_1} ] - 1, \quad (6.27)$$

где индекс у  $\alpha$  показывает, что анализируется структура очистного блока с двумя параллельно работающими сооружениями ( $n = 2$ ).

Из (6.27) видно, что значение  $\alpha_2$  зависит от  $\rho_1$  – показателя ненадежности блока, выполненного в виде одного сооружения с производительностью, достаточной для очистки всего поступающего расхода сточной воды (предполагается, что параметры  $\lambda_1$  и  $\mu_1$  такого сооружения известны).

Для наглядности на рис. 6.7 построен график зависимости  $\alpha_2 = f(\rho_1)$ .

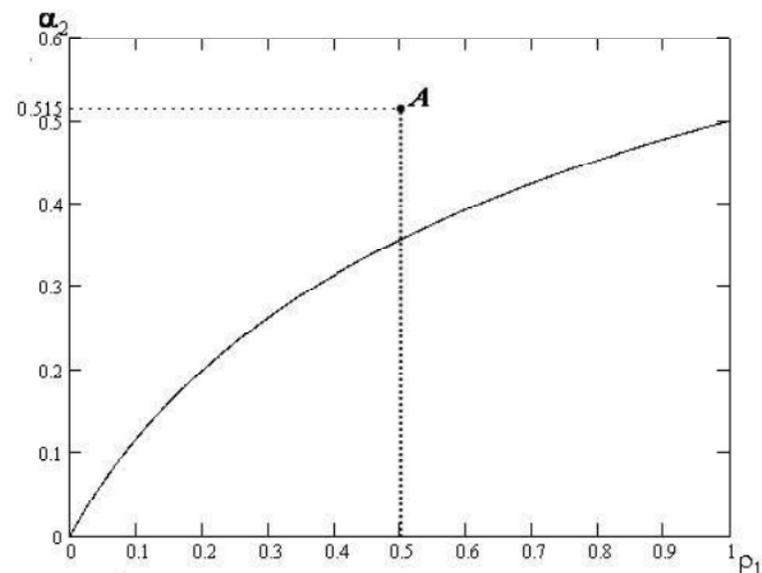


Рис. 6.7. Разбиение плоскости  $(\alpha_2; \rho_1)$  на подобласти

Физическую интерпретацию и методику практического использования полученных результатов удобно пояснить на числовом примере.

Положим, что решается вопрос о структуре блока, предназначенного для очистки воды, поступающей на КОС с расходом  $100 \text{ м}^3/\text{ч}$ . Рассматриваются две возможности: построение блока в виде одного сооружения, либо двух параллельно работающих с проектной производительностью в  $50 \text{ м}^3/\text{ч}$  каждый. Допустим, из обработки статистики наблюдений за действующими объектами известно, что сооружению производительностью  $100 \text{ м}^3/\text{ч}$  соответствует значение показателя ненадежности  $\rho_1 = 0,5$ , а производительностью  $50 \text{ м}^3/\text{ч}$  –  $\rho_2 = 0,35$ . Целесообразна ли, с точки зрения рассматриваемого критерия, структура блока с двукратным ( $n = 2$ ) распараллеливанием потока сточных вод, поступающего на очистку?

Из формулы (6.24) вытекает  $\alpha_2 = \log_2 \frac{\rho_1}{\rho_2} = 0,515$ . С другой стороны, при  $\rho_1 = 0,5$  по выражению (6.27) имеем:  $\alpha_2 = 0,357$ . Поскольку чуть выше полученное значение  $\alpha_2$  больше этого, структура блока в виде двух параллельно работающих сооружений предпочтительнее. График рис. 6.7 позволяет упростить эту процедуру: на плоскости  $(\rho_1; \alpha_2)$  строится точка  $A$  с координатами  $\rho_1 = 0,5$  и  $\alpha_2$ , вычисленным из выражения (6.24) (в рассматриваемом случае это  $\alpha_2 = 0,515$ ). Так как точка  $A$  располагается выше кривой, двукратное распараллеливание в структуре блока оправдано; в противном случае предпочтительнее было бы строить очистной блок в виде одного сооружения.

Для  $n > 2$  получить выражения для  $\alpha_n$  в явном виде не удастся из-за невозможности аналитического определения корней уравнений, подобных (6.26). Однако такие уравнения можно решить с помощью компьютера и получить графические зависимости  $\alpha_n = f(\rho_1)$ , аналогичные приведенной на рис. 6.7, и использовать их для обоснования структуры очистного блока так же, как это сделано для случая  $n = 2$ .

Кроме проанализированной, возможны и другие дисциплины обработки поступающего на вход блока потока сточных вод. Например такая, при которой расход воды, поступавший, как в рассмотренном выше случае, на вышедшие из строя сооружения и остававшийся неочищенным, целиком перераспределяется между сооружениями, находящимися в работоспособном состоянии. Это переводит работу сооружений в режимы, более сложные по гидравлической нагрузке, и, в связи с этим, неизбежно увеличивает интенсивность их отказов, т. е. снижает надежность. Таким образом, блок в целом оказывается под воздействием двух противоборствующих тенденций: с одной стороны, за счет исключения необработанного объема сточной воды эффективность его работы должна повышаться, с другой – более частые отказы отрицательно влияют на качество очистки. Результирующий эффект зависит от количественного соотношения между этими факторами и может быть выявлен путем исследования, аналогичного проведенному в этом разделе.

## Заключение

В этой главе обсуждаются варианты структуры блока очистки КОС с точки зрения надежности его функционирования при возможных выходах из строя отдельных сооружений блока. При этом в качестве меры надежности, как и в предыдущих главах, предлагается рассматривать показатель эффективности его работы, а именно – степень очистки сточных вод. Решается вопрос о целесообразности построения блока в виде параллельного соединения  $n$  однотипных сооружений меньшей мощности. Для возможности проведения теоретического исследования постулируется некоторая аналитическая зависимость показателя ненадежности очистного сооружения от его производительности в виде гиперболической функции. Для рассмотренной дисциплины обслуживания (обработки) поступающего потока сточной воды найдены значения параметра этой функции, при которых структура блока в виде  $n$  параллельных сооружений обоснованна с точки зрения принятого критерия надежности. Разработанная методология исследования может рассматриваться как математический аппарат поддержки принятия решения при выборе структуры очистного блока на стадии его проектирования.

## Рекомендуемая литература

1. *Вентцель, Е. С.* Теория вероятностей / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – М.: Наука, 1969.
2. *Корн, Г.* Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1970.
3. *Дружинин, Г. В.* Надежность автоматизированных производственных систем / Г. В. Дружинин. – М.: Энергоатомиздат, 1986.

## ПОСЛЕСЛОВИЕ

Актуальность вопросов, рассмотренных в этой книге, проявляется, в частности, и в количестве публикаций, все чаще появляющихся в специализированной научно-технической литературе. Критический анализ этих материалов позволил выделить характерные особенности используемых в исследованиях подходов и, как следствие, привел авторов к мысли изложить свою точку зрения по этому вопросу, которая и отражена в данной монографии. В качестве некоторых таких особенностей (и реакции на них авторов книги) можно указать следующие:

1. В исследованиях не всегда оправдано обобщающее определение «объект водопроводно-канализационного хозяйства», часто используемое в стремлении унифицировать подходы к анализу надежности. Иногда, наоборот, оказывается удобным рассматривать объекты водопровода и канализации дифференцированно, что позволяет учитывать специфику применяемых в них технологий (например, напорного режима течения воды в водопроводе и самотечного – в канализации) на методологию исследования.

*В данной монографии в полной мере использована характерная особенность структуры городской системы водоотведения – ее древовидность, что дало возможность предложить метод декомпозиции и эквивалентирования канализационной сети, специально ориентированный на оценку ее надежности (в смысле принятого критерия).*

2. Встречаются публикации, в которых в попытке как можно подробнее рассмотреть проблему надежности реальных систем вводятся многочисленные специфические показатели надежности. Подчас некоторые из этих показателей не определены с математической точки зрения, допускают неоднозначное толкование и, как кажется, имеют целью лишь «онакообразить» представляемый материал. Такой подход вряд ли может считаться продуктивным и, как правило, лишь осложняет и запутывает и без того непростую проблему.

*В данной монографии мы старались использовать лишь показатели надежности, строго определяемые математически и имеющие 'прозрачный' физический смысл.*

3. Довольно часто, оперируя приемлемыми в принципе, но «безликими» с физической точки зрения показателями надежности (например, вероятностью безотказной работы канала за заданное время), исследователи, по-существу, игнорируют, в каком месте системы водоотведения происходит авария. Так, при одинаковой вероятности безотказной работы участка квартальной канализационной сети и главного коллектора последствия их выхода из строя (в смысле материального и экологического ущерба), несопоставимы, что при таком подходе не учитывается.

*Количественное значение показателя надежности системы водоотведения в виде объема неочищенных сточных вод, потенциально сбрасываемых на рельеф вследствие возможных аварий ее элементов, введенный в данной книге, зависит от расходов воды по транспортным магистралям и, таким образом, опосредованно учитывает место аварии на сети.*

4. Желание как можно дальше продвинуться в аналитическом исследовании надежности сложных систем иногда побуждает авторов к введению слишком смелых допущений, мало согласующихся с практикой. Так, в рамках подхода, базирующегося на представлении потоков отказов элементов, составляющих систему, как стационарных, полагают их  $\lambda$ -характеристики одинаковыми, что явно противоречит реальности. Получающиеся при этом результаты могут выглядеть достаточно «красивым», однако мало пригодны для количественной оценки надежности многокомпонентного объекта в силу своей «грубости».

*В методологии исследования, представленного в данной работе, используются индивидуальные значения  $\lambda$  для каждого конкретного элемента (канала, коллектора и т. п.), что, по мнению авторов, является более реалистичным при исследовании надежности канализационной сети.*

5. Практически не встречается работ, в которых учитывалось бы естественное старение элементов системы, – задачи, актуальность которой в настоящее время трудно переоценить.

*В представленной книге предложен метод «стационаризации» потока отказов стареющих элементов, что, по мнению авторов, в определенной мере учитывает этот эффект.*

6. Все множество публикаций по надежности систем водоотведения распадается, в основном, на две категории: работы, обобщающие наблюдения над реальными объектами и носящие сугубо прикладной характер, и теоретические работы, в которых делаются попытки выявить общие закономерности, определяющие надежность функционирования элементов и систем. Причем эти последние исследования, как правило, оперируют достаточно сложным математическим аппаратом и, в силу этого, вызывают своеобразное психологическое «неприятие» при их использовании практиками. Работы, объединяющие эти два направления, появляются очень редко; между тем их продуктивность и полезность очевидны.

*Авторы представленной монографии старались проводить исследования на базе очевидных физических представлений, использовать строгий математический аппарат, но при этом доводить результаты до формул и соотношений, удобных для применения в инженерных расчетах.*

Приведенный выше перечень особенностей, характерных для современного состояния исследований по надежности водоотводящих систем, рассматривался авторами не столько в качестве недостатков, но, скорее, как актуальных направлений работы в этой области, а материал данной монографии – как попытки продвинуться в решении указанных проблем. Насколько эти попытки оказались успешными – судить читателю.

#### Список дополнительной литературы

1. *Абрамов, Н. Н.* Надежность систем водоснабжения / Н. Н. Абрамов. – М.: Стройиздат, 1979.
2. *Алексеев, В. С.* Повышение надежности водоснабжения в чрезвычайных ситуациях / В. С. Алексеев // Водоснабжение и сан. техника. – 2001. – № 5.
3. *Алексеев, М. И.* Надежность канализационных сетей: цели, задачи и методология исследования / М. И. Алексеев, Ю. А. Ермолин // Водоснабжение и сан. техника. – 1996. – № 10
4. *Алексеев М. И.* Метод декомпозиции и эквивалентирования при оценке надежности канализационной сети и объема аварийного сброса сточных вод // Вестник отделения строительных наук РААСН / М. И. Алексеев, Ю. А. Ермолин. – М.: РААСН, 2000. – Вып. 3.
5. *Алексеев, М. И.* Методика оценки гидравлической надежности канализационной насосной станции / М. И. Алексеев, Ю. А. Ермолин // Известия вузов. Строительство. – 2000. – № 7–8.
6. *Алексеев, М. И.* Влияние количества и надежности однотипных сооружений на эффективность очистки сточных вод // Вестник отделения строительных наук РААСН / М. И. Алексеев, Ю. А. Ермолин. – М.: РААСН, 2004. – Вып. 8.
7. *Алексеев, М. И.* Использование оценки надежности стареющих канализационных сетей при их реконструкции / М. И. Алексеев, Ю. А. Ермолин // Водоснабжение и сан. техника. – 2004. – № 6.
8. *Алексеев, М. И.* Теоретическое исследование влияния надежности сооружений на эффективность очистки сточных вод / М. И. Алексеев, Ю. А. Ермолин, М. И. Беспалов // Известия вузов. Строительство. – 2004. – № 11.
9. *Алексеев, М. И.* Определение показателей надежности объекта при сезонно изменяющейся интенсивности отказов / М. И. Алексеев, Ю. А. Ермолин // Водоснабжение и сан. техника. – 2007. – № 5.
10. *Алексеев, М. И.* Вероятностные характеристики времени наработки между отказами восстанавливаемых объектов водопроводно-канализационного хозяйства / М. И. Алексеев, Ю. А. Ермолин // Водоснабжение и сан. техника. – 2009. – № 5.
11. *Базовский, И.* Надежность: теория и практика / И. Базовский. – М.: Мир, 1965.
12. *Гальперин, Е. М.* Надежность систем водоснабжения и водоотделения: учебное пособие / Е. М. Гальперин. – Самара: Самарск. гос. арх.-строит. ун-т, 2006.
13. *Гальперин, Е. М.* Определение надежности функционирования кольцевой водопроводной сети / Е. М. Гальперин // Водоснабжение и сан. техника. – 1989. – № 6.
14. *Дрозд, Г. Я.* Надежность канализационных сетей / Г. Я. Дрозд // Водоснабжение и сан. техника. – 1995. – № 10.

15. Ермолин, Ю. А. Надежность технических систем: учебное пособие / Ю. А. Ермолин. – М.: МИИТ, 2009.

16. Ермолин, Ю. А. Оценка потенциального ущерба, связанного с ненадежностью канализационной сети / Ю. А. Ермолин, М. И. Алексеев // Водоснабжение и сан. техника. – 2000. – № 2.

17. Ермолин, Ю. А. Надежность городской системы водоотделения / Ю. А. Ермолин, М. И. Алексеев // Водоснабжение и сан. техника. – 2000. – № 6.

18. Ермолин, Ю. А. О методологии исследования надежности стареющих элементов и систем водопровода и канализации / Ю. А. Ермолин, М. И. Алексеев // Водоснабжение и сан. техника. – 2002. – № 9.

19. Журба, М. Г. Водоснабжение. Проектирование систем и сооружений: учебное пособие / М. Г. Журба, Л. И. Соколов, Ж. М. Говорова. – М.: Изд-во АСВ, 2003.

20. Иванов, О. М. Надежность магистральных трубопроводов / О. М. Иванов, В. И. Харитонов. – М.: Недра, 1978.

21. Ильин, Ю. А. Вопросы надежности магистральных трубопроводов / Ю. А. Ильин // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт. 1976. – № 1.

22. Ильин, Ю. А. Надежность водопроводного оборудования и сооружений / Ю. А. Ильин. – М.: Стройиздат, 1985.

23. Ильин, Ю. А. Расчет надежности подачи воды / Ю. А. Ильин. – М.: Стройиздат, 1987.

24. Кармазинов, Ф. В. Надежность тоннельных коллекторов / Ф. В. Кармазинов, Ю. А. Ильин, В. С. Игнатчик, С. Ю. Игнатчик // Водоснабжение и сан. техника. – 1999. – № 12.

25. Кармазинов, Ф. В. Надежность транспортировки сточных вод системы водоотделения Санкт-Петербурга / Ф. В. Кармазинов, Г. М. Тазетдинов, Ю. А. Ильин, В. С. Игнатчик, С. Ю. Игнатчик // Водоснабжение и сан. техника. – 1999. – № 7.

26. Кармазинов, Ф. В. Повышение эксплуатационной надежности, управляемости и эффективности системы водоотведения крупного города: автореф. дис. ... / Ф. В. Кармазинов. – СПб.: СПбГАСУ, 2000.

27. Мазур, И. И. Конструкционная надежность и экологическая безопасность трубопроводов / И. И. Мазур, О. М. Иванцов, О. И. Молдаванов. – М.: Недра, 1993.

28. Макогонов, В. С. Исследование надежности водопроводных сетей: автореф. дис. ... / В. С. Макогонов. – М.: МИСИ, 1972.

29. Митянин, В. М. Исследование причин повреждений трубопроводов в городских системах водоснабжения / В. М. Митянин // Водоснабжение и сан. техника. – 1979. – № 2.

30. Овчаров, Л. А. Прикладные задачи теории массового обслуживания / Л. А. Овчаров. – М.: Машиностроение, 1969.

31. Половко, А. М. Основы теории надежности / А. М. Половко. – М.: Наука, 1964.

32. Примин, О. Г. Разработка и применение информационных технологий для оценки и обеспечения экологической безопасности и надежности сетей водоснабжения и водоотведения города: автореф. дисс. ... / О. Г. Примин. – М., 2001.

33. Примин, О. Г. Оптимизация восстановления городских водопроводных и водоотводящих сетей / О. Г. Примин, С. В. Храменков // Сборник тезисов докладов 6-го международного конгресса ЭКВАТЭК. – М., 2004.

34. Сабитов, Д. А. Исследование надежности систем подачи и распределения воды в районах повышенной сейсмичности: автореф. дис. ... / Д. А. Сабитов. – М.: МИСИ, 1977.

35. Тазетдинов, Г. М. Надежность очистки сточных вод / Г. М. Тазетдинов, М. С. Гоухберг, Л. В. Зелик, В. В. Никитин, Ю. А. Ильин, В. С. Игнатчик // Водоснабжение и сан. техника. – 1996. – № 11.

36. Фридман, А. А. Повышение надежности трубопроводов / А. А. Фридман // Водоснабжение и сан. техника. – 1986. – № 7.

37. Храменков, С. В. Планирование восстановления трубопроводов городской водопроводной и канализационной сети / С. В. Храменко, О. Г. Примин, В. А. Орлов. РОБТ, 2004. – № 4.

38. Ang A. H-S., Tang W.H. Probability concepts in engineering planning and design, Vol.II: Decision, risk and reliability, John Wiley, NY, 1984.

39. Dhillon B.S., Singh C. Engineering reliability: new techniques and applications, John Wiley and Sons, New York, 1981.

40. Henley E.J., Kumamoto H. Reliability engineering and risk assessment, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1981.

41. Herz R.K. Exploring rehabilitation needs and strategies for water distribution networks. J. Water SRT-Aqva, 47(6), 1998.

42. Walski T.M. Analysis of water distribution systems, Van Nostrand Reinhold, NY, 1984.

**ДЛЯ ЗАПИСЕЙ**

Научное издание

**Алексеев** Михаил Иванович  
**Ермолин** Юрий Александрович

**НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМ ВОДООТВЕДЕНИЯ**

Редактор О. Д. Камнева  
Компьютерная верстка И. А. Яблоковой

Подписано к печати 24.03.2010. Формат 60×84 1/16. Бум. офсетная.  
Усл. печ. л. 9,8. Тираж 500 экз. Заказ 20. «С» 14.  
Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный  
университет. 190005, Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., 4.  
Отпечатано на ризографе. 190005, Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., 5.

ДЛЯ ЗАПИСЕЙ